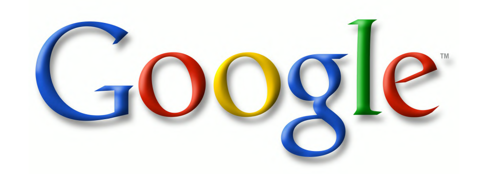




LITTERARGESCHICHTLICHE

STUDIEN ÜBER EUKLID.

VON

J. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1882.

Vorwort.

Als ich wegen einer beabsichtigten kritischen Ausgabe des Euklid die Haupthandschriften zu untersuchen anfing, stieſs ich im Codex Vindobon. Gr. 103 auf eine ganz abweichende und, wie ich mich bald überzeugte, ältere Gestalt der Euklidischen Optik, deren Echtheit bisher sehr gerechten Bedenken unterlag. Da es jedenfalls Jahre dauern würde, ehe ich in der Gesamtausgabe zur Bearbeitung dieses Schriftchens gelangte, entschloſs ich mich im voraus diese bis jetzt unbeachtete — nur Lambecius bemerkt in seinem Katalog, daſs die Schriften Euklids nach der Wiener Handschrift bedeutend verbessert werden können — Redaktion der Optik herauszugeben. Da aber die eigentliche litterar-geschichtliche Forschung, wie richtig bemerkt worden ist, über Euklid wie über die griechischen Mathematiker überhaupt noch viel zu wünschen übrig läſst, und diese Aufgabe den Philologen obliegt, nahm ich mir vor, was ich dahin Gehöriges bei den Vorarbeiten zur Ausgabe gesammelt hatte, zu bearbeiten, und daraus entstanden die übrigen Kapitel dieses Buches. Für einige derselben gebrach es mir an Material, aber bis zu einem gewissen Grade konnte ich doch die Untersuchung fortführen und, was noch zu thun sei, anzeigen. An vielen Punkten habe ich jetzt auf einer Reise nach Italien neues Material gesammelt, das aber hier nur nachträglich und sparsam verwendet werden konnte, um so mehr da es noch sehr der Vervollständigung bedarf. Auch die Abhandlung von Herrn Dr. Klamroth über den arabischen Euklid (Zeitschrift d. d. morgenl. Gesellschaft. 1882. H. 2—3) habe ich erst lange nach der Vollendung des Manuskripts erhalten; sonst würde im ersten Kapitel vieles anders behandelt worden sein. Auf diese sehr interessante Arbeit hoffe ich später zurückzukommen.

Die Wiener Handschrift konnte ich auf der hiesigen königlichen Bibliothek benutzen, für welche Liberalität ich dem Vorsteher der Wiener Bibliothek hier meinen Dank bringe. Mit den litterarischen Hülfsmitteln, besonders mit vielen seltenen alten Ausgaben einzelner Schriften Euklids u. a. versorgte mich die an der einschlägigen Litteratur des 16. und 17. Jahrhunderts überaus reiche königliche Bibliothek in Kopenhagen.

Kopenhagen, im Februar 1882.

J. L. H.

I.

Die Nachrichten der Araber.

Bei der grofsen Dürftigkeit der griechischen Nachrichten über Euklid würden die weit ausführlicheren der arabischen Schriftsteller von grofser Bedeutung sein, wenn man ihnen nur vertrauen könnte. Dafs dies aber nicht der Fall ist, wird allgemein anerkannt. Jedoch hat noch niemand sie einer methodischen Prüfung, die doch erst die volle Sicherheit geben kann, unterworfen. Sie werden deshalb unter den Nachrichten über Euklid, wenn auch mit mehr oder weniger bestimmt ausgesprochenem Zweifel, noch immer citiert, während das wahre Verhältnis dieses ist, dafs sie für die Kunde über Euklid völlig wertlos sind, weil sie nur phantastische Erdichtungen auf der Grundlage mifsverstandener, noch vorhandener griechischer Berichte enthalten, dagegen aber für die richtige Erkenntnis der Art und des Wertes der arabischen Berichte über griechische Mathematiker bedeutendes und charakteristisches geben. Den Nachweis hierüber werde ich hier durch eine Zusammenstellung der mir zugänglichen Notizen der Araber, zuerst über Euklid selbst, dann über seine Werke zu geben versuchen.

Benutzt wurden folgende Bücher:

Hadji Khalfa: Lexicon bibliographicum, ed. Flügel. I—VII.

Casiri: Bibliotheca Arabica I—II.

Abulpharaji: Historia dynastiarum, ed. Pococke.

Doch mufs ich ausdrücklich bemerken, dafs ich wegen vollständiger Unkenntnis des Arabischen nur die lateinischen Übersetzungen, die jenen Büchern zum Heil des Nichtorientalisten beigegeben sind, benutzen konnte.

Einige Beiträge giebt, bei wesentlich verschiedenem Zwecke, Gartz: de Euclidis interpretibus et explanatoribus Arabicis. Halae 1823. 4 p. 3 ff. —

Euclides Naucratis filius Zenarchi nepos, geometriae auctor appellatus, vetustioris aevi philosophus, genere Graecus domicilio Damascenus ortu Tyrius, geometriae peritia instructissimus, librum edidit praestantissimum utilissimumque fundamentum sive elementa geometriae inscriptum, quo quidem in genere nullum magis uni-

versale penes Graecos opus antea exstitit; quin posterioris aevi nemo fuit, qui non eius vestigiis insisteret eiusque doctrinam plane profiteretur. hinc porro non pauci ex Graecis, Romanis, Arabibus geometris huiusmodi operis exornandi provinciam aggressi commentarios, scholia, notas in illud ediderunt ipsumque in epitomen contraxere. quamobrem Graecorum philosophi Academiarum valvis lemma illud praefigere solebant: nemo scholam nostram adeat, qui Euclidis elementa non prius calluerit. Casiri I p. 339.[1]) Fast wörtlich dasselbe Abulpharaji p. 41.

Euclides ergo, ut refert Iacobus Isaaci filius Alchindus, . . tum ex commentariis, quos in libros II Apollonii de conicis edidit, tum ex prolegomenis ad quinque solidorum cognitionem adiectis libros XIII, qui ipsi inde adscribuntur, conflavit. his etiam duos alios quidam adiunxere, ubi plura sane occurrunt Apollonio haud memorata. sunt et qui hosce libros Euclidi adiudicent. Casiri l. c.

Refert etiam Alchindus in Euclidis operis proposito, geometriae elementa, de quibus sermo, ab Apollonio conscripta esse eademque in libros XV digesta. cum autem huiusmodi operis studium successu temporis nonnihil intermissum esset, quidam ex Alexandrinis regibus ad geometriae cognitionem sibi comparandam promovendamque excitatus Euclidem ea tempestate notissimum laudatum opus castigare atque illustrare iussit, cui postea ex eodem opere libri XIII, quos exposuit, adiudicati sunt. inde posteriores duo libri, id est liber XIV et liber XV, quos Hypsicles Euclidis auditor Alexandriae vulgavit regique obtulit, ceteris accesserunt. Casiri I p. 340.

In commentario libri Ashkal, quem vir bene meritus Cadhizadeh Rumi edidit, hoc narratur. rex quidam Graecorum intrare in sensum huius libri studuit neque tamen eius quaestiones solvere potuit. ex singulis igitur viris doctis ipsum visitantibus notitias de hoc libro quaesivit. ita quondam accidit, ut eorum quidam regem certiorem faceret, versari in urbe Tyro virum in doctrinis geometriae et arithmeticae versatissimum eique nomen esse Euclidi. hunc rex statim arcessivit, et ut librum recognosceret et in ordinem redigeret, ab eo flagitavit; quo facto liber ab hoc inde tempore illius viri nomen tulit, ita ut cum liber Euclidis commemoratur, hoc compendium exceptis ceteris scriptis, quae ei tribuuntur, intellegendum sit. haec Cadhizadeh. . . . iam ex illa narratione viri bene meriti apparet, Euclidem non esse elementorum auctorem, at eum illa tantum recognovisse et correxisse. idem[2]) ex tractatu, quem Kindi de instituto libri Euclidis scripsit, magis

---

1) Die Quelle Casiris ist El Kifti, † 1249.

2) Das folgende ist zwar mit der oben nach Casiri angeführten Stelle wesentlich identisch, aber doch in so abweichender Fassung, dafs ich geglaubt habe, es ausschreiben zu müssen.

confirmatur. ibi enim hoc opus a viro compositum esse legitur, cui nomen fuerit Apollonius faber lignarius et in XV verba (sectiones) distributum. aetate, qua ille vixerit, longe praeterita, quendam regum Alexandrinorum ad studia geometriae impulsum esse, eiusque tempore Euclidem vixisse. huic ut librum in integrum restitueret et explicaret, regem mandasse ideoque Euclidem XIII libros, qui de eo denominati sint, exposuisse. postea vero Hypsiclen Euclidis discipulum duos libros XIV et XV detexisse eosque regi oblatos ceteris additos esse. Hadji Khalfa I p. 380 ff.

Was hier zunächst befremdet, ist die genaue Nachricht über die Abkunft Euklids. Wenn Proklos (Comm. in Eucl. p. 68) nicht nur vom Vater Euklids nichts weifs, sondern sogar über sein Zeitalter positiver Überlieferung entbehrt, ist es an und für sich vollständig unwahrscheinlich, dafs eine Nachricht darüber den Arabern hätte zukommen können, und dafs der ganze Bericht nicht aus griechischer Quelle geflossen ist, sondern von den Arabern erdichtet, geht aufserdem noch daraus hervor, dafs auch der Grofsvater genannt wird; in einer griechischen Quelle könnte höchstens des Vaters Name beigefügt gefunden werden, weil die Griechen nie ohne besondere Veranlassung auch den Grofsvater bei Bezeichnung einer Person mitnehmen; unter den Arabern dagegen ist es ja Sitte sowohl Vater als Grofsvater anzugeben. Dafs Euklid in Tyrus geboren sein und in Damascus gelebt haben soll, ist natürlich ebenfalls von den Arabern erdichtet, einer Neigung zu Liebe, die noch vielfach wahrgenommen werden kann, die verehrten griechischen Gelehrten auf die eine oder die andere Weise mit dem Orient in Verbindung zu bringen. Wie frei die Araber mit der Überlieferung umgingen, davon haben wir ein kleines Beispiel, wenn die bekannte Inschrift Platons auf der Akademie: *μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω* ohne weiteres auf „die Philosophen“ im allgemeinen und „ihre Akademien“ übertragen wird, und dann noch dazu auf Euklid bezogen.

Das bei weitem merkwürdigste ist doch die ausführliche Entstehungsgeschichte der *στοιχεῖα*: die Elemente seien eigentlich von Apollonios, nicht von Euklid verfafst, dann in Unordnung geraten und auf Befehl eines alexandrinischen Königs von Euklid in XIII Büchern redigiert; später seien Buch XIV—XV von Hypsikles hinzugefügt. Zuerst bemerke man die richtige Erkenntnis, dafs Buch XIV—XV nicht von Euklid herrühren; sie sind daher auch nicht von Nasireddin in seine Übersetzung (herausg. Romae 1594 fol.) aufgenommen (Kästner: Gesch. d. Mathem. I p. 368 ff.). Nach den Worten Hadji Khalfas scheint man jedoch angenommen zu haben, dafs Hypsikles sie nicht selbst verfafst, sondern etwa aus dem Nachlafs Euklids herausgegeben habe (detexit regique obtulit, wo obtulit durch die Vorrede zu Buch XIV: *προσφωνῆσαί σοι* etc. veranlafst zu sein scheint). Jedenfalls haben die Araber also auch

Buch XV dem Hypsikles zugeschrieben, was bekanntlich falsch ist; denn dieses Buch ist erst im VI. Jahrhundert entstanden.

In der ganzen Auffassung der Elemente als dem Euklides nicht eigentlich angehörig mag vielleicht ein sehr schwacher und sehr entstellter Nachhall der Kunde von der theonischen Bearbeitung der Elemente gefunden werden, aber den Ursprung der im Mittelalter sehr verbreiteten Ansicht, nur die Sätze seien von Euklid verfaſst, die Beweise dagegen von Theon, bei den Arabern zu suchen, wie Weiſsenborn (Zeitschr. f. Math. u. Phys. Suppl. zum Jahrgang XXV S. 164) will, geht bei der hier angeführten, festen Tradition nicht gut an. Die Quelle der ganzen Fabel ist die Vorrede des Hypsikles zum XIV. Buch, die man in einer früheren Zeit Euklid selbst beigelegt haben muſs, wie dies auch ausdrücklich bei Casiri bezeugt ist, ohne daſs man später, als man Hypsikles als den Verfasser erkannte, den Irrtum berichtigte. Ich will die genannte Vorrede, auf die übrigens schon Gartz hinwies, nach Friedleins Ausgabe (Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matemat. 1873 S. 497—98) hierhersetzen:

Βασιλείδης ὁ Τύριος, ὦ Πρώταρχε, παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν συνδιέτριψεν αὐτῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε ζητοῦντες τὸ ὑπὸ Ἀπολλωνίου συγγραφὲν περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, τίνα ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρθῶς γεγραφηκέναι τὸν Ἀπολλώνιον, αὐτοὶ δὲ ταῦτα καθάραντες ἔγραψαν, ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πατρός. ἐγω δὲ ὕστερον περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδεδομένῳ περιέχοντί τινα ἀπόδειξιν περὶ τοῦ προκειμένου, καὶ μεγάλως ἐψυχαγωγήθην ἐπὶ τῇ τοῦ προβλήματος ζητήσει. τὸ μὲν οὖν ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδοθὲν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν . . ., ὅσα δ' ἐγὼ δεῖν (?) ὑπομνηματισάμενος ἔκρινα, προσφωνῆσαί σοι διὰ μὲν τὴν ἐν ἅπασι τοῖς μαθήμασι μάλιστα δὲ ἐν γεωμετρίᾳ προκοπὴν ἐμπειρικῶς κρινοῦντι τὰ ῥηθησόμενα usw.

Hieraus muſste nun zuvörderst die Vorstellung entstehen, daſs Apollonios älter sei als Euklid, und später, als man bei gröſserer Belesenheit in den griechischen Quellen widersprechende Angaben fand, wollte man die althergebrachte Ansicht nicht aufgeben. Der Name Basileides ist offenbar mit *βασιλεύς* verwechselt worden, wenn nicht *πρώταρχε* als Apellativum aufgefaſst worden ist. Daraus entstand die Angabe über den alexandrinischen König, der die in Unordnung geratenen apollonischen Bücher nicht verstehen konnte, und auch die „viri docti eum visitantes“ bei Hadji Khalfa erinnern an das *παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν* des Hypsikles. Vielleicht mag auch die Angabe, daſs Euklid in Tyrus geboren sei, ihren letzten Grund in dem *Τύριος* bei Hypsikles haben. Freilich muſs zugestanden werden, daſs es einer ungeheuren Unkenntnis des Griechischen bedurfte, um aus den Worten des Hypsikles das heraus-

zulesen, was die Araber daraus gemacht haben. Wir dürfen aber, namentlich in der älteren Zeit, in der dieses Geschichtchen jedenfalls entstanden ist, keine grofse Kenntnis griechischer Sprache und griechischer Verhältnisse bei denen voraussetzen, welchen das Organon des Aristoleles ein „instrumentum musicum pneumaticum“ war (Hadji Khalfa VI p. 258), und die über den Namen Euklids folgende Betrachtungen anstellen konnten: Arabes illud nomen Uclides et inverso modo Icludes pronuntiant. vox est Graeca ex ucli clavis et dis, quod mensuram seu, ut alii volunt, geometriam significat, composita, ut Uclides idem sit ac clavis geometriae. auctor Camusi vero haec habet: Uclidis nomen est viri, qui primus librum de hac scientia composuit, et quod Ibn Abbad obiicit, esse nomen libri, falsum est. Und aufserdem besitzen wir in der S. 2 aus Casiri angeführten Stelle ein unverkennbares Zeugnis, dafs eben diese Vorrede die genannte Sage über Euklids Bearbeitung eines apollonischen Werkes veranlafste. Es hiefs darin, Euklid habe aus seinem Kommentar zu den Conicis des Apollonius und den Prolegomenis zu einem Werke de quinque solidis (den fünf platonischen Körpern) seine Elemente zusammengeflickt. Das kann aber nur eine Verunstaltung der bekannten Stelle bei Hypsikles p. 500 (Friedlein) sein, wo es heifst: *τοῦτο δὲ γράφεται ὑπὸ μὲν Ἀρισταίου ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ τῶν ε΄ σχημάτων σύγκρισις, ὑπὸ δὲ Ἀπολλωνίου ἐν τῇ δευτέρᾳ ἐκδόσει τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον.* Denn weder von der Schrift des Aristäus: *τῶν ε΄ σχημάτων σύγκρισις* (was mit quinque solidorum cognitio wiedergeben wird) noch von einer anderen griechischen Schrift von ähnlichem Titel haben wir sonst wo irgend eine Nachricht, und sicher hatten es die Araber ebensowenig. Die libri duo de conicis des Apollonius in derselben Stelle mögen dann einer Verschmelzung der Kunde von den *κωνικά* des Apollonius mit der *δευτέρᾳ ἐκδόσει* bei Hypsikles ihren Ursprung verdanken. Übrigens sind die Ausdrücke in jener Stelle sehr schwebend, aber schwerlich wird unter den „commentarii, quos in libros II de conicis edidit“ etwas anderes zu verstehen sein, als eine Variation des gewöhnlichen Berichts, dafs die Elementa dem Apollonius angehören. Über besondere Kommentare des Euklid zu Apollonius und Aristäus verlautet in den arabischen Verzeichnissen euklidischer Schriften sonst nichts.

Dafs Euklid nach Apollonius gelebt habe, wird auch sonst ausgesprochen, so bei Casiri I p. 384: Apollonius geometra et mathematicus Euclide antiquior[1]), und Hadji Khalfa V p. 147 nr. 10472: vixit autem Apollonius multum tempus ante Euclidem.

---

1) Der hier in Parenthese folgende Zusatz: quamvis Pappus et Heraclides illum hoc recentiorem esse tradiderint, ist von Casiri selbst.

hic liber et aliud opus ab eo editum[1]) et simile argumentum tractans causam attulerunt, ut Euclides post longum tempus, ut modo commemoratum est, librum suum componeret. Abulpharaji p. 41: hic autem liber una cum altero ab eodem composito in causa fuit, quod composuerit Euclides librum suum longo post tempore. Ähnliches hat selbst noch der bekannte Übersetzer der Elemente, Nasir-eddin, worüber August in seiner Ausgabe der Elemente I p. 295 folgendes hat: iste enim in operis praefatione regem quendam Graecorum narrat litterarum mathematicarum curiosum Euclidis .Thusini fama audita arcessisse virum et ab eo petiisse, ut elementorum libros, qui iam exstarent, sed regi displicerent, in ordinem certum redigeret illustraretque. illum igitur regi obsequentem a numero quindecim illorum veterum librorum duobus resectis reliquos suo nomine promulgasse. Doch scheint hier, wie August bemerkt, die Anekdote bei Proklus p. 68 mit hineinzuspielen und mit der älteren Tradition vermischt zu sein. Und es ist jedenfalls möglich, dafs dasselbe Geschichtchen auch bei der Entstehung jener Tradition neben der Vorrede des Hypsikles mitwirkte. Wenn übrigens Nasir-eddin, der selbst aus Thus gebürtig war (Wenrich: de auct. Graec. verss. Syriac. Arab. p. 185), auch den Euklid Thusinus nennt, haben wir hier einen recht schlagenden Beleg der schon oben berührten Sucht der Araber die grofsen und hochgeschätzten Meister der griechischen Litteratur, besonders der mathematischen, mit Arabern oder wenigstens mit dem Orient in Verbindung zu bringen, derselben Sucht, aus welcher Pythagoras zum Schüler des weisen Salomo wird (Hadji Khalfa VI p. 257), Hipparch zum Vermittler chaldäischer Weisheit (Casiri I p. 346) oder wohl gar zum Chaldäer (Hadji Khalfa I p. 71), Archimedes zum Urheber der ägyptischen Katastereinrichtung (Casiri I p. 383) und geradeaus zum „Aegyptius" (Hadji Khalfa V p. 60 nr. 9962. V p. 140 nr. 10419. V p. 151 nr. 10487. vgl. V p. 84 nr. 10116), dann noch zum Helfer eines spanischen (vermutlich maurischen) Königs Cliderides (Lionardo da Vinci nach spanischer Tradition bei Libri: histoire des mathém. en Italie I p. 208). Ein ähnliches Beispiel des Nationalstolzes, der die grofsen Namen gern für das liebe Vaterland erobern möchte, werden wir noch unten sehen. Und hat sich nicht in neuerer und neuester Zeit sowohl in der Geschichte der Mathematik als auf anderen Gebieten dasselbe oder doch wesentlich verwandtes wiederholt?

So haben die Nachrichten über Leben und Wirken Euklids sich alle als nichtig erwiesen, und ihre Bedeutung liegt nur in den Aufschlüssen, die sie uns darüber gewähren, wie die Araber die nur halb verstandenen griechischen Notizen zur Erdichtung

1) Wohl die *σύγκρισις τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον* bei Hypsikles p. 500; s. oben S. 5.

phantastischer und in ihrem abenteuerlichen Geschmacke ausgeputzter Erzählungen benutzten. Wenden wir uns dann zu dem, was die Araber über Schriften Euklids mitteilen, so ist von vorn hinein in Angaben von Schriften, die von den Griechen nicht erwähnt werden, kein grofses Vertrauen zu setzen; der märchenhafte Zug des arabischen Volkscharakters war offenbar einer Unterschiebung von Apokryphen überaus günstig, und dazu waren, wie oft hervorgehoben worden ist, die Araber sehr dazu geneigt, ihre eigenen Erfindungen auf die Griechen zurückzuführen, ebenso wie die Griechen selbst zu Zeiten alles aus ägyptischen Einrichtungen zu erklären beliebten. Dagegen können wir hoffen, bei den Arabern, zu denen die Werke der griechischen Mathematiker sehr früh kamen, sowohl verlorene Schriften wiederzufinden, als auch namentlich für die Kritik der noch vorhandenen Werke Beiträge zu gewinnen. Schon unter dem Khalifen Almansur (im VIII. Jahrhundert) gelangten Schriften von Euklid zu den Arabern, wie Hadji Khalfa III p. 91—92 berichtet: itaque Abu Jáfar Mansur Khalif ad Byzantinorum imperatorem legatos misit, qui peterent, ut sibi libros mathematicos mitteret arabice traditos, quo facto librum Euclidis ei misit et nonnulla scripta physica. Unter Abdallah Mamun, der wiederum von den Byzantinern Handschriften von Euklid u. a. kommen liefs (Hadji Khalfa I p. 81), wurden die Elemente übersetzt (Hadji Khalfa III p. 97), was übrigens schon unter Harun al Raschid geschehen war (Wenrich l. l. p. 176 ff.). Also geht die arabische Tradition über unsere ältesten Handschriften zurück und erhält daher eine besondere Bedeutung. Sehen wir, in wie weit die beiden genannten Erwartungen in Erfüllung gehen.

Ein Verzeichnis[1]) der von den Arabern dem Euklid beigelegten Schriften findet sich bei Casiri I p. 340: itaque Euclidi praeter elementa complura adscribuntur opera: liber phaenomenorum in orbe caelesti[2]), liber opticorum, liber datorum, liber de isagoge harmonica suppositus, liber de divisionibus a Thabeto quidem emendatus, liber de utilitate[3]) suppositus, liber de canone musico, liber de gravi et levi, liber de compositione suppositus, liber de analysi[4]) aeque suppositus.

Es fehlen hier folgende, uns aus griechischen Quellen be-

---

1) Vgl. noch Casiri I p. 339: scripsit etiam eo in genere Euclides librum datorum, librum opticorum, librum de musica aliosque; ganz ebenso (nur an letzter Stelle: librum compositionis musicae) Abulpharaji p. 41. S. auch Wenrich p. 183—4.

2) Nach Wenrich p. 182 not. 90; Casiri hat: locorum ad superficiem. Übrigens schon von Gartz berichtigt.

3) Nach Wenrich p. 302 eher: utilia (d. h. λήμματα?)

4) Hier folgt bei Casiri: id est de quinque corporibus solidis regularibus, was ein ganz willkürlicher Zusatz von ihm selbst zu sein scheint.

kannte Werke: πορίσματα, κωνικά, τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ, κατοπτρικά und ψευδάρια. Von diesen sind die τόποι, die schon für die Griechen des VI. Jahrhundert verloren waren, gewifs den Arabern nie in die Hände gekommen. Dasselbe wird ohne Zweifel von den durch Apollonius verdunkelten und bald verdrängten κωνικά gelten. Die ψευδάρια und die Katoptrik waren allem Anschein nach unter den Griechen selbst sehr wenig verbreitet, und es ist daher wahrscheinlich, dafs die Araber auch diese gar nicht gekannt haben. Namentlich ist es ganz unglaublich, dafs keine einzige Notiz über Übersetzung und Bearbeitung der Katoptrik uns zugekommen sein sollte (während wir von der so eng verwandten Optik mehrere arabische Handschriften besitzen), wenn die Araber sie überhaupt gekannt hätten. Dafs die Katoptrik von den Arabern nicht erwähnt wird, besagt Steinschneider: Die mittleren Bücher der Araber und ihre Bearbeiter. Ztschr. f. Math. u. Phys. 1865 S. 470.[1]) Von den Porismen hat Chasles: les trois livres des porismes d'Euclide S. 44 bei den Arabern eine Spur finden wollen. Denn in der Abhandlung des Hassan ben Haithem: traité des connues géométriques (herausgegeben von L. A. Sédillot in Nouveau Journal asiatique 1834) finden sich unter den gewöhnlich als τόποι und δεδομένα gestellten Sätzen auch einige, deren Form an die Euklidischen Porismen zu erinnern scheint (abgedruckt bei Chasles S. 51—52). Da aber die übrigen im obigen Verzeichnis nicht erwähnten Schriften Euklids mit ziemlicher Gewifsheit als den Arabern unbekannt zu bezeichnen sind, entsteht dadurch grofse Wahrscheinlichkeit dafür, dafs dasselbe auch für die,

1) Derselbe berichtet eb. S. 471 von einer in cod. Monac. 36 enthaltenen hebräischen Übersetzung der Optik, woran sich eine euklidische Katoptrik schliefst, die nur aus 6 Sätzen besteht, von denen nur der letzte, nicht gezählte, mit der griechisch überlieferten Katoptrik (prop. 31) Ähnlichkeit hat. Als charakteristisch für die damalige Auffassung des Euklid mag die Vorrede dieser Übersetzung (die auch in cod. Vatican. 400 u. a. enthalten ist) hier stehen: „Es spricht der Übersetzer (!) dieses Buches: nachdem ich das Buch vollendet, welches nach meinem Namen betitelt ist, und zwar in XIII Traktaten, als Einleitung zu dem, was nötig ist von (zu) dem Buch Megiste, beschlofs ich dieses Buch zu verfassen, worin ich die Abwechselung dessen erläutere, was entsteht in Bezug auf das Gefühl bei dem Sehen eines sichtbaren Dinges usw. (nach Steinschneider l. l.)". Euklid, der hier redend zu denken ist (statt des sinnlosen „der Übersetzer dieses Buches" hat cod. Monac. „der Verfasser"), hätte also seine Elemente als Vorstufe zum Almagest verfafst! Ein anderes Schriftchen, das den Namen Euclidis de speculis führt, hat sich lateinisch erhalten (cod. Paris. lat. 49; cod. Erfurt. Amplon. qu. 385 saec. 14—15; Norimberg. cent. V, 64 saec. XIV), stammt aber wahrscheinlich aus arabischer Quelle. Es enthält 14 Sätze über Spiegel und hat nichts mit der griechischen Katoptrik gemein. Wenn auch dieses bei der zweifelhaften Echtheit dieses Werkes an und für sich nicht beweist, dafs jenes arabisch-lateinische Schriftchen unterschoben ist, ist die Unechtheit doch kaum zu bezweifeln. Vgl. Rose: anecdota II p. 290.

auch sonst von den Arabern nicht erwähnten, Porismen gelten werde, und die vermeintliche Spur derselben ist zu schwach, um diese Wahrscheinlichkeit zu erschüttern. Hassan ben Haithem, der als fleifsiger Kommentator griechischer, auch Euklidischer Schriften bekannt ist (Wenrich S. XXXI), kann sehr wohl zufällig an einzelnen Stellen seines Werkes der Form der Porismen nahe gekommen sein, ohne dieselben zu kennen. Und dazu mufs noch erinnert werden, dafs unsere Vorstellung von diesem Werke Euklids nur auf Vermutungen beruht. Ich glaube deshalb, dafs sehr geringe Aussichten da sind, dafs die Hoffnung Chasles' (les porismes S. 45 not. 1)[1]), man werde in noch ununtersuchten arabischen Handschriften weitere Spuren von den Porismen finden, in Erfüllung gehe.[2])

In dem angeführten Verzeichnis ist noch zweierlei zu bemerken. Erstens verdient es Beachtung, dafs die *εἰσαγωγὴ ἁρμονική* schon den Arabern als unterschoben galt. Zweitens haben wir hier einen schlagenden Beweis dafür, wie häufig unechte Schriften berühmten Namen unterschoben wurden, wenn es für Euklid drei Schriften gab, deren Unechtheit von den Arabern selbst anerkannt war. In dieser Verbindung ist es auch beachtenswert, dafs man Traumbücher sowohl von Platon, Aristoteles und Ptolemäus als von Euklid hatte (Hadji Khalfa II p. 311: somniorum interpretatio auctore Euclide). Diese Thatsachen ermahnen noch mehr zur vorsichtigsten Kritik den Schriften gegenüber, die nur in arabischen Quellen genannt werden.

Von solchen Schriften wird im Verzeichnis nur eine als echt aufgeführt: de gravi et levi. Ein Fragment ähnlichen Namens: de levi et ponderoso ward zum ersten Male in der lateinischen Uebersetzung des Euklid, die zu Basel 1537 erschien, lateinisch veröffentlicht (diese Übersetzung ward unverändert wiederholt Basel

---

1) Wiederholt in Rapport sur les progrès de la géométrie en France. Paris 1870, S. 242: ils permettent d'espérer que l'on pourra trouver un jour dans les mss. arabes, qui n'ont point encore été suffisamment explorés, *d'autres émanations de la conception d'Euclide*, welche Stelle ich anführe, weil darin bestimmt angedeutet wird, dafs Hassan das Werk Euklids benutzt habe.

2) Bei Hassan ben Haithem (Nouveau Journal asiatique. 1834. XIII S. 438) heifst es: le premier comprend de choses tout à fait neuves et dont le genre même n'a pas été connu des anciens géomètres, le second contient une suite de propositions analogues à celles, qui ont été traitées dans le livre des Data, mais qui ne se trouvent pas dans cet ouvrage d'Euclide. So könnte er doch kaum vom eigenen Werke reden, wenn die *πορίσματα* unter seinen Landsleuten bekannt, oder gar von ihm selbst benutzt wären. Vgl. Cantor: Vorlesungen S. 678. Die von Castillon (Mémoires de l'académie de Berlin XIX p. 200) ausgesprochenen Vermutungen und frommen Wünsche über die Erhaltung der Porismen im Orient sind gänzlich aus der Luft gegriffen.

1546 und 1558; daraus[1]) ward das Fragment von Gregorius aufgenommen p. 685 — 86). Hervagius sagt in der Vorrede ganz kurz hierüber: quumque eo ipso tempore, quo opus absolueretur, libellum sive potius fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de leui et ponderoso, eum etiam addidimus usw. (ich benutze die Ausgabe von 1546, worin das Fragment S. 585—86 enthalten ist). Arabische[2]) Handschriften dieses Fragmentes oder eines ähnlich betitelten Werkes Euklids sind nicht bekannt. Es ist also nicht zu entscheiden, ob wirklich dieses unbedeutende Schriftchen aus arabischer Quelle stamme und mit dem bei den Arabern dem Euklid beigelegten Werk: de gravi et levi identisch sei; aber unwahrscheinlich ist es eben nicht. Das Bruchstück, das sich als solches namentlich dadurch zu erkennen giebt, daſs nicht alle Definitionen in den überlieferten Sätzen zur Anwendung kommen, besteht aus neun Definitionen und fünf Theoremen; bei Hervagius sind fälschlich deren nur vier aufgeführt, indem der Beweis des vierten zum Satze selbst geschlagen ist, und der ganze fünfte Satz dann als Beweis des vierten auftritt; Gregorius hat den Fehler stillschweigend berichtigt. Jedenfalls kann das Bruchstück schwerlich Euklid zum Verfasser haben („fortasse spurium“ sagt schon Savilius: Praelectiones S. 17). Denn erstlich verlautet bei den Griechen von mechanischen Schriften Euklids auch nicht ein Wort, zweitens treten im Bruchstücke, so klein es auch ist, Begriffe auf, die gewiſs zu Euklids Zeiten der griechischen Wissenschaft ziemlich fern lagen. Ich will hier namentlich auf Definit. 4 aufmerksam machen: aequa potentia corpora sunt, quorum, et tempore et aëre aquave media aequalibus, et per aequalia intervalla aequales sunt motus; d. h. in der Potenz ähnlich sind diejenigen Körper, welche in gleicher Zeit und gleichem Medium auch gleiche Strecken zurücklegen.[3]) Auch Definit. 7: generis eiusdem corpora sunt, quae cum aequa magnitudine sint, etiam sunt potentia. Es liegt hier der Begriff der specifischen Schwere, der bei Aristoteles, also nur wenig vor der angeblichen Zeit des in Rede stehenden Bruchstücks, nur ziemlich unbestimmt auftritt, in einer Klarheit und Bestimmtheit zu Grunde, die wir vor Archimedes kaum annehmen dürfen.

---

1) S. seine Vorrede fol. c 2 a. E.

2) Lateinisch findet es sich in cod. Amplon. qu. 387 saec. XIV unter dem Titel: liber ponderum Iordani, secundum quosdam vero Euclidis. Rose: Anecdota II p. 291. Eine französische Übersetzung (nach ed. Basil.) giebt P. Forcadel hinter le livre d'Archimède des poids (Paris. 1565).

3) Für diese Deutung, bei der allerdings aequales überflüssig ist, vgl. Definit. 6: diversorum potentia corporum maius id potentia dicitur, quod movendo temporis insumpsit minus, minus autem potentia, quod temporis amplius, und Definit. 8: diversa genere corpora sunt, quae cum aequa magnitudine sint, potentia non sunt, per idem licet medium moveantur.

Auch ist der Gebrauch des Wortes potentia ungriechisch. Denn bei den griechischen Mechanikern bedeutet δύναμις die Kraft, wodurch eine Last (βάρος) bewegt wird, nicht, wie hier, die, womit die Last wirkt, ein Unterschied, der sich freilich nach unseren heutigen mechanischen Kenntnissen hebt, woraus aber nicht geschlossen werden darf, dafs die Griechen zu derselben Betrachtung gelangten.[1])

Es ist hier noch ein mit diesem Bruchstücke verwandtes Schriftchen zu nennen, das im Verzeichnis bei Casiri nicht vorkommt, aber sonst nach arabischer Tradition dem Euklid beigelegt wird: die Schrift über die Wage. Im Journal asiatique XVIII. 1851 S. 217 ff. gab Woecpke nach einer Pariser Handschrift Supplément arabe 952, 2 eine Übersetzung von le livre d'Euclide sur la Balance, der aus einer Definition, zwei Axiomen und vier Sätzen besteht. Dafs man im Mittelalter eine ähnliche Schrift unter Euklids Namen hatte, ist aus cod. Basil. F II 33 ersichtlich, worin neben Jordanus Nemorarius de ponderibus auch Euclides de ponderibus vorkommt, im Anfang wenigstens mit Woepckes Fragment übereinstimmend[2]) (Curtze Zeitschr. f. Math. u. Phys. 1874 p. 262); auch führt Woepcke S. 218 aus einem liber de canonio (cod. Paris. lat. 8680 A, s. XIV) eine Stelle an, wo es vom vierten Satz des Fragmentes so heifst: sicut demonstratum est ab Euclide et Archimede et aliis. Aber die arabische Tradition war keineswegs fest. Woepcke bemerkt S. 232: dans un autre exemplaire j'ai trouvé ce livre attribué aux Beni Mouca, und diese Angabe hat Curtze Zeitsch. f. Math. 1874 S. 262 scharfsinnig als die wahrscheinlichere erwiesen. Es existierte nämlich ein liber Karastonis (d. h. über die Wage) von einem „der drei Brüder", der Söhne des Musa ben Sciachir (Steinschneider: Annali di Matematica V. 1862 S. 54), deren Schüler Thabit ben Cora war (Wenrich S. 177). Von diesem hat man nun einen liber Karastonis (Curtze: Zeitschrift für Math. Litteraturztg. 1868 S. 56 ff.), der nur eine Erweiterung des von Woepcke herausgegebenen Schriftchens zu sein scheint. Es liegt also sehr nahe anzunehmen, Thabit habe das Werk seines Lehrers verbessert und erweitert. An Echtheit dieser Schrift ist jedenfalls gar nicht zu denken. Die ganze Anschauungsweise ist durchaus ungriechisch, und es kommt darin der Satz vor (Satz 4): lorsqu'on prend un fléau de balance, qu'on le divise en deux parties inégales, que le point d'appui se trouve au point de division, qu'on prend

---

1) Jedoch hält Thurot: Recherches sur le principe d'Archim. p. 32 not. sowohl dieses Schriftchen als Jordanus de ponderibus für Bruchstücke des Ptolemäus περὶ ῥοπῶν.

2) Die Abhandlung des Jordanus Nemorarius de ponderibus, wie sie von P. Apianus Norimbergae 1533 herausgegeben ist, wird in codd. Pariss. 7310 und 10260 dem Euklid zugeschrieben. Thurot a. O. p. 32 not.

deux poids le rapport de l'un à l'autre étant égal au rapport de l'une des deux parties du fléau à l'autre, qu'on suspend le plus léger des deux poids à l'extrémité de la plus longue des deux parties, et qu'on suspend le plus pesant des deux poids à l'extrémité de la plus courte des deux parties, le fléau se trouvera en équilibre et sera parallèle à l'horizon[1]) (Woepcke S. 231). Aber dieser Satz gehört dem Archimedes περὶ ἐπιπ. ἰσορρ. I propp. 6—7, wo Eutocius, dessen Kommentar zu dieser Schrift aufbewahrt ist, gewifs nicht versäumt hätte, uns über frühere Beweise dieses wichtigen Satzes zu benachrichtigen, wenn solche existiert hätten. Ich hebe nur noch zum Vergleich mit dem Gebrauche von potentia im liber de levi et ponderoso den Ausdruck en puissance de poids (Satz 3 S. 230 mehrmals) hervor, der in soweit jenem gleich ist, dafs die Kraft, womit der Körper auf die Wage wirkt, bezeichnet wird, in soweit verschieden, dafs hier der Abstand vom Unterstützungspunkte der Wage mit einbefafst ist, so dafs la puissance de poids hier unserem statischen Momente ziemlich gleich kommt.

Bei Wenrich S. 183 wird noch ein liber Euclidis de proportionibus in 64 Sätzen aufgeführt; das ist aber ein Mifsverständnis des arabischen Ausdrucks, das freilich hauptsächlich dem Verfasser des catalogus codd. mss. orr. bibl. Mediceae zur Last fällt, worin die Schrift als in codd. Medic. CCLXXI und CCLXXXVI befindlich aufgeführt ist (S. 383, 392). Eine solche Schrift existiert gar nicht; an beiden Stellen sollte die Optik angegeben werden, die eben in arabischen Handschriften aus 64 Sätzen besteht (s. Nicoll u. Pusey: Biblioth. Bodleian. codd. mss. oriental. catalog. II S. 541. Steinschneider Zeitschr. f. Math. 1865 S. 468).[2])

Also ist bis jetzt aus arabischen Quellen keine echt-euklidische Schrift hervorgezogen worden, von der wir nicht wenigstens dem Namen nach aus griechischen Schriftstellern Nachricht erhalten haben.

Dagegen haben sich von einer Schrift, die wir aus griechischer Quelle eben nur dem Namen nach (oder doch nicht viel mehr) kennen, bei den Arabern wichtige und interessante Spuren

1) Auch bei Thabit als prop. 3. Curtze l. l. S. 58. Freilich kommt der Satz schon in den Aristotelischen Problemata mechanica cap. 5 vor. Aber hierin sehe ich nur einen weiteren Beweis für die Unechtheit dieser Schrift. Archimedes trägt sonst immer nur neues vor; für früher bewiesenes verweist er auf die älteren. Wenigstens war der Satz gewifs vor Archimedes nicht strenge bewiesen.

2) Auch bei Casiri I p. 413 (und daraus Wenrich S. 189) tritt dasselbe Buch, vom Irrtume des Catalogs Assemanus' unabhängig, auf, aber nach Steinschneider S. 468 wegen falscher Übersetzung.

erhalten, nämlich von dem Buche περὶ διαιρέσεων, worüber Proklus S. 69, 4 und ausführlicher S. 144, 22 ff. berichtet; die Stellen sind weiter unten auszuschreiben; hier soll nur bemerkt werden, daſs an der letzteren gesagt wird, Euklid habe in diesem Buche sowohl den Kreis als gradlinige Figuren in ὅμοια und ἀνόμοια σχήματα geteilt, d. h. nach dem Zusammenhang der Stelle: in Figuren gleicher und ungleicher Art (denn ὅμοιος ist hier nicht in seiner technischen Bedeutung: ähnlich zu nehmen). Im Jahre 1563 übersetzte Johannes Dee aus dem Arabischen[1]) ein Buch de divisionibus von Mahometus Bagdadinus, einem arabischen Mathematiker des X. Jahrhunderts, und glaubte darin ein Werk des Euklid zu erkennen: cum ipsemet Euclides librum de divisionibus scripserit, nullum, qui sub hoc titulo extet, alium novimus, nec qui iure meliori propter tractandi excellentiam Euclidi ascribi queat, invenire possumus ullum; nullius enim Machometi tantum in mathematicis acumen adhuc perspicere ex eorum, quae habemus, monimentis potuimus, quantum in his ubique elucet problematibus. denique in antiquissimo quodam geometrici negocii fragmento [wohl bei Proklus] memini me expressis verbis ex hoc libello locum citatum legisse veluti ex Euclidis certissimo opere (Dee nach Gregorius Vorrede fol. c. verso). Bei der letzteren Proklusstelle hat Dee (nach Gregorius fol. c 2) noch folgendes notiert: clarum hinc esse potest librum illum sive fragmentum de divisionibus superficierum, quem nos cum mathematico excellentissimo D. Federico Commandino Urbini reliquimus anno 1563, ipsius Euclidis fuisse; quod tum coniiciebamus quidem aliis argumentis adducti huius loci immemores. Nach dieser Übersetzung erschien dann die Abhandlung: Machometis Bagdadini de superficierum divisionibus liber, Joh. Dee et F. Commandini opera latine editum. Pisauri 1570 (nach Ofterdinger S. II auch italienisch ibid. eod. anno), und daraus ward sie von Gregorius S. 667 — 84 aufgenommen. Daſs die Abhandlung nach der Überlieferung Mahometus Bagdadinus zum Verfasser hat, ist klar; auch treten hie und da arabische Wendungen auf (wie z. B. istud memoriae commenda prop. 8 S. 670, 9 S. 672, 22 S. 682, 683). Niemand wird also hier mehr als Spuren der Euklidischen Schrift, nicht diese selbst, suchen wollen. Dazu kommt noch (Ofterdinger S. II), daſs Euklid nach Proklus auch den Kreis berücksichtigt hatte, während bei Dee kein solcher Satz sich findet. Also kann hier keine Übersetzung, nach aller Wahrscheinlichkeit auch keine direkte Bearbeitung von Euklid περὶ διαιρέσεων vorliegen. Man hat aber mit Recht

1) Das wird zwar nirgends ausdrücklich gesagt, wie Gregorius bemerkt; es war aber auch kaum notwendig. Daſs Dee das Buch nicht lateinisch vorfand, dürfte aus dem Titel der Ausgabe Commandin's zu schlieſsen sein (s. oben).

hervorgehoben (Ofterdinger S. II), dafs die ganze, die verschiedenen Fälle (πτώσεις) genau berücksichtigende Behandlungsweise auf griechische Einwirkung deute. Was Savilius praelectiones S. 17—18 gegen eine Verbindung mit dem Euklidischen Werke vorbringt: atqui nulla est in illo Bagdedini libello propositio, quae figuras doceat in similes vel dissimiles figuras dividere, sed in datam proportionem dividere, fällt weg, wenn wir die *ὅμοια καὶ ἀνόμοια σχήματα* bei Proklus richtig verstehen. Und dafs derselbe in seinen von Gregorius veröffentlichten, handschriftlichen Notizen zu dieser Abhandlung (zu Oxford befindlich, s. Heilbronner: hist. math. S. 620) einige Fehler nachgewiesen hat, wiegt nicht schwer, wenn wir erinnern, dafs hier keine Übersetzung von einem Euklidischen Werke, sondern eine selbständige, nur von Euklid beeinflufste Arbeit eines Arabers vorliegt. Näheres über diese Schrift des Euklid erfahren wir aus einer von Woepcke im Journal asiatique 1851 S. 233 ff. nach der oben erwähnten Pariser Handschrift Suppl. arabe 952, 2 veröffentlichten Übersetzung einer Abhandlung über Teilung von Figuren.[1]) Sie besteht aus 36 Sätzen, leider propp. 19, 20, 28, 29 ausgenommen ohne die Beweise, weil der arabische Übersetzer sie zu leicht fand (S. 244: nous nous sommes borné à donner les énoncés sans les démonstrations, parce que les démonstrations sont faciles). Dafs diese Auslassung dem arabischen Übersetzer gehört, und nicht im Original da war, was jeden Gedanken an Euklidischem Ursprung ausschliessen würde, geht aus den unzweideutigsten Spuren hervor. Einmal kommen Hilfsätze vor (Woepcke 21, 22, 23, 24, 25), von denen kein Gebrauch gemacht wird. Dann heifst es Woepcke 5: comme nous venons de diviser le triangle, par une construction analogue à la construction précédente; aber eine solche Konstruktion wird nicht mitgeteilt. In der arabischen Handschrift wird das Buch ausdrücklich dem Euklid zugeschrieben (Woepcke S. 219), und es ist in der That kein Grund vorhanden, diese Überlieferung zu verwerfen. Es stimmt namentlich vollständig zur Beschreibung des Proklus. In der Regel werden die Figuren in *σχήματα ὅμοια* geteilt, Dreiecke in Dreiecke usw.; doch finden wir auch Beispiele der Teilung in *σχήματα ἀνόμοια*, wie prop. 1: diviser un triangle donné en deux parties égales par une ligne parallèle à sa base; vgl. auch prop. 2, 3, 7, 14, 19 u. a., die wenigstens nicht immer auf eine Teilung in *ὅμοια* führen. Auch die bei Dee vermifsten Sätze über Teilung des Kreises finden sich hier; Woepcke 28: diviser en deux parties égales une figure donnée terminée par un arc de cercle

---

1) Eine deutsche Übersetzung der von Dee und Woepcke herausgegebenen Fragmente giebt Ofterdinger: Beiträge zur Wiederherstellung der Schrift des Euklides über die Teilung der Figuren. Ulm 1853. 4. Sonderbar genug fehlen darin Woepcke propp. 30, 31, 34, 35, 36.

et par deux lignes droites qui renferment un angle donné. 29: mener dans un cercle donné deux lignes parallèles et coupant une partie determinée du cercle. Die vier überlieferten Beweise sind recht hübsch und ruhen auf lauter aus den Elementen bekannten Sätzen, wozu der ganz griechisch klingende Hilfsatz bei Woepcke 18 kommt: appliquer à une ligne droite un rectangle égal au rectangle contenu sous les deux droites AB, AC et défaillant d'un carré (angewandt propp. 19, 20), d. h. zu machen

$A \qquad C \qquad\qquad B$

$$AC \times CB = AB \times AC \div AC^2.$$

Vgl. die Aufgaben bei Euklid VI, 27—29, und Archimedes *περὶ κωνοειδ.* 2, wo ein verwandter Hilfsatz als bekannt vorausgesetzt wird (I S. 296, 14: *καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ*). Mit den Sätzen bei Dee stimmt keiner der Sätze Woepckes wörtlich überein, dem Inhalt nach aber mehrere. So ist

Dee 3	=	Woepcke 30	(ein spezieller Fall ist Woepcke 1).
Dee 7	=	Woepcke 34	(„ „ „ „ Woepcke 14).
Dee 9	=	Woepcke 36	(„ „ „ „ Woepcke 16).
Dee 12	=	Woepcke 32	(„ „ „ „ Woepcke 4).

Woepcke 3 ist nur ein spezieller Fall von Dee 2; Woepcke 6, 7, 8, 9 lösen sich leicht durch Dee 8. Es dürfte nicht zufällig sein, dafs gerade die Beweise aller dieser Sätze bei Dee tadellos sind. Dafs die von Woepcke herausgegebene Abhandlung kein Fragment ist, sondern das ganze dem Übersetzer vorliegende Werk, ist ausdrücklich gesagt (S. 244: fin du traité) und wird durch die systematische Anordnung und Abrundung des Ganzen (Woepcke S. 245—46) bestätigt.

Wir gelangen also zu folgendem Resultat: die von Woepcke herausgegebene Abhandlung ist die Schrift Euklids *περὶ διαιρέσεων* und zwar vollständig. Was Dee veröffentlicht hat, ist eine selbständige Arbeit des Mahometus Bagdadinus (saec. X), der nicht nur im allgemeinen von der Euklidischen Arbeit beeinflufst war, sondern auch ganze Sätze daraus herübernahm, auch einige in allgemeinerer Fassung bearbeitete; er fügte selbst die Teilung des Fünfecks (Dee 17—22) hinzu, liefs aber die des Kreises weg, und beschränkte sich auf die Teilung in zwei Teile, während Euklid auch die Teilung in mehrere berücksichtigte (Woepcke 2, 5, 31, 33, 35; vgl. Woepcke S. 244). Genaueres über den Inhalt der Schrift wird unten gegeben werden, wo auch die Auffassung der streitigen Proklusstelle gerechtfertigt werden soll;

hier war die Aufgabe nur wahrscheinlich zu machen, daſs wir in dieser Schrift eine aus arabischer Quelle geflossene, wirkliche Bereicherung unseres Wissens über Euklid vor uns haben.[1])

Sehen wir jetzt zu, was die Araber über noch griechisch erhaltene Schriften Euklids berichten, und wie es mit unserer Überlieferung stimmt.

Nadiphus (Abdelletif hat Hadji Khalfa I p. 382, wo die fünf ersten Linien dieses Stücks wiederkehren) medicus libri X exemplar Graecum se vidisse tradit, in quo plus quadraginta figurae[2]), quae in vulgatis editionibus minime occurrunt, quibus quidem centum et novem omnino continentur. unde illud in Arabicum sermonem transferre constituit. figuram etiam illam, cuius inventum ostentat Thabit ben Cora, se in lib. I aspexisse ait Ioannes sacerdos Kas, qui addit illius exemplar Graece penes se extare illudque Nadipho huius rei etiam testi ostendisse. Casiri I p. 340.

Das zehnte Buch der Elemente, das in der griechischen editio princeps 118 und bei August 116 Sätze zählt, war also in den gewöhnlichen arabischen Exemplaren bedeutend verkürzt (109 Sätze); in der Übersetzung Nasireddins wie bei Campanus enthält dasselbe sogar nur 107 Sätze. Das Exemplar mit c. 150 Sätzen war gewiſs sehr interpoliert. Denn wie wenig gewissenhaft die Araber im Ausscheiden und Hinzufügen mit den viel gelesenen Elementen umgingen, davon haben wir auſser den hier angeführten Thatsachen direkte Zeugnisse. So heiſst es bei Hadji Khalfa I p. 383 von Nasireddin: (dicit) se, quae de archetypo in editionibus laudatis inveniantur, ab iis separasse, quae accesserint, vel iudicio distincto vel colorum varietate, quibus schemata pinxerit (in der gedruckten Ausgabe von Nasireddins Übersetzung, Rom 1594 ist keine solche Unterscheidung zu erkennen). Noch deutlicher ist Thabit ben Cora in seiner Vorrede[3]) (Nicoll et Pusey: Catal. codd. oriental. bibl. Bodleianae[4]) II S. 261 ff.): liber tamen non vacat erroribus, qui emendatione indigeant, et (partium) collocationem non semper eandem exhibet, quod sane explicari oportet, neque est immunis obscuritatibus (passim) occurrentibus, prolixi-

---

1) Euklid περὶ διαιρέσεων soll von Thabit ben Kora verbessert sein, s. Wenrich S. 183 nach Casiri oben S. 7.

2) D. h. propositiones, Sätze, wie διάγραμμα in ähnlichen Verbindungen bei Pappus vorkommt (s. den Index von Hultsch S. 25 s. v.). Über diesen Gebrauch bei den Arabern s. Gartz S. 12 Not. 2. Vgl. auch ebend. S. 14, wo es heiſst, daſs die „figurae“ irgendwo durch Zahlen ausgedrückt seien.

3) Nicoll et Pusey II S. 260: codex CCLXXX bomb. saec. XIII. Euclidis libri XV ex Thabitii ben Corra interpretatione.

4) Der erste Teil dieses wichtigen Werkes ist mir leider nicht zugänglich.

tatibus frigidis, omissionibus incommodis, supervacaneis fastidium parientibus aliisque vitiis, cum scilicet generale pro particulari detur, et particulare pro generali, et praemittenda (definitiones) ad demonstrationes omnino necessaria resecta sint. etenim doctor primarius (sc. Avicenna) postulata et definitiones multas resecuit, difficilium quoque et obscurorum resolutionem detrectavit. — Naisaburensis (sc. Abulvafa Albuzgiani), qui additamenta non necessaria introduxit et plura magni momenti omnino necessaria reiecit; in variis scilicet locis libri VI et al. nimium longus est et in decimo nimium brevis. in hoc enim demonstrationem apotomarum[1]) omnino praetermisit, earum tamen etsi ab ipso non explicatarum evidentiam pro concesso assumsit. propositionem porro decimam quartam libri duodecimi minus feliciter emendare conatus est. quod vero ad Abugiafarum Alkhazen attinet, ille quidem postulata produxit eaque optime concinnavit, sed propositionum numerum atque ordinem turbavit, qui plures propositionum figuras in unam reduxerit et ad verborum compendia (quaerenda) et propositiones diminuendas omissa dubiorum explicatione et obscuris non sublatis se applicuerit. Doch verfährt Thabit selbst nicht weniger als vorsichtig: l. l. S. 262: ceterum ordinem librorum et propositionum ipsius operis (Euclidis) servavimus exceptis XII et XIII. in XIII enim de corporibus solidis et in XII de superficiebus per se tractavimus. Vgl. Nicoll u. Pusey S. 261: in libro XII et XIII a Graeco contextu discessum est, quorum scilicet hic non complectitur nisi solida, ille nisi superficies. Auch Zusätze hat er nicht gescheut; Nicoll u. Pusey S. 262: in propositionum demonstratione iis innixi sumus, quae in antecedentibus stabilita fuissent, et ostendimus, cum varietas existebat, singularum propositionum locum singulisque figuris quinque, quae in sphaera inscribuntur, subiunximus methodum sphaeram inscribendi in illis, tum inscriptionem illarum figurarum V possibilem in ea figura, in qua inscribi potest, et notavimus, quae in eadem inscribi non possint. Die beiden den Elementen angehängten Bücher XIV und XV scheint Thabit gar auf Grundlage des Überlieferten selbständig umgearbeitet zu haben; wenigstens sagt er S. 262: opus denique absolvimus duobus libris, quorum alter est de inscribendis corporibus quinque in se invicem, de qua re exactissime tractavimus, alter de proportione inter latera eorum, altitudines, bases, superficies et magnitudines, quibus subiunximus V propositiones de inventione quinque linearum consequentium in proportione laterum eorum, altitudinum, superficierum et magnitudinum, quae omnia nos explicavimus demonstrationibus certis et praemissis indubitatis, adhibito sermone

1) D. h. wohl Euclid. X 86—91. Nach Abzug dieser 6 Sätze nähern wir uns den 109 Sätzen, die in den allgemein verbreiteten arabischen Exemplaren von diesem Buche vorhanden waren (s. oben).

conciso atque puro. Vgl. hiermit die Bemerkung der Herausgeber S. 261: nulla fit omnino Hypsiclis mentio ad libros XIV et XV. Demnach mufs hier eine andre Bearbeitung von Thabits Hand vorliegen, als die, welche in Bodleian. CCLXXIX enthalten ist (nach Nicoll u. Pusey II S. 257 ff. die von Thabit verbesserte Übersetzung des Honein); denn darin findet sich Buch XIV in derselben Gestalt wie im Griechischen (mit der Vorrede des Hypsikles; am Ende: absolutus est Hypsiclis liber XIV, qui tribuitur Euclidi. Nicoll u. Pusey S. 259), Buch XV wenigstens zum Teil.[1]) Vielleicht haben wir die Bücher XIV—XV in dieser Handschrift in der Bearbeitung Kosta ben Lukas, worüber s. Wenrich S. 179, wo andre Handschriften der Thabitschen Recension aufgezählt werden.

Die von Nasireddin korrigierten editiones laudatae, wovon oben S. 16 bei Hadji Khalfa die Rede war, sind die Hejjajana und Thabitiana, wovon Wenrich S. 177 handelt. Über diese Übersetzungen nun berichtet Hadji Khalfa I S. 383: et editionem eorum (der Elemente) Hejjajanam quindecim libros seu 468 propositiones continere, in Thabitiana vero decem plus exstare (vgl. Wenrich S. 180). Ebenso heifst es in Bodleian. CCLXXIX (Nicoll u. Pusey II S. 260): numerus schematum in singulis libris Euclidis in universum 478 (in jenem Codex war, wie gesagt, die Thabitiana enthalten). Auffallend ist es hierbei, dafs in der Ausgabe Nasireddins, worin ja das Unechte bei Seite geschoben war, in den XII ersten Büchern[2]) die Zahl der Sätze 432 beträgt; selbst wenn wir hierzu für Buch XIII—XV mit den griechischen Ausgaben nur 43 Sätze (Campanus hat 49) rechnen, übersteigt die Gesammtzahl 475 dennoch die Zahl der Sätze der Hejjajana und bleibt nur wenig hinter der durch mehrere, von Thabit selbst hinzugefügte Sätze (s. oben) erweiterten Thabitiana zurück. Aus nachstehender Tabelle sind die Abweichungen in der Zahl der Sätze bei August, Campanus und Nasireddin[3]) ersichtlich:

---

1) Prop. 1 lautet: si dividatur latus hexagoni secundum rationem extremam et mediam, pars eius maior erit latus decagoni inscripti in circulo, in quo hexagonum est inscriptum, wozu im Griechischen nichts entspricht. Dann ist propp. 2, 3, 4, 5, 6 den griechischen propp. 1, 2, 3, 4, 5 gleich. Die im Griechischen noch vorhandenen propp. 6, 7 fehlen. Nicoll u. Pusey S. 259.

2) In dem mir vorliegenden Exemplar der Ausgabe von 1594 fehlt auch Buch XIII, obgleich das Titelblatt Euclidis elementorum geometricorum libri tredecim verspricht. Vgl. auch Kästner: Gesch. der Mathem. I S. 370. Nach Ebert nr. 7018 ist dies mit den meisten älteren Exemplaren der Fall; doch gebe es auch vollständige Exemplare (453 pp. gegen 400).

3) Bei Nasireddin sind die Zahlen nicht mit Zahlzeichen, sondern mit Buchstaben in alphabetischer Reihenfolge, wie im Griechischen, angegeben.

	August	Campanus	Nasireddin
Buch I	48	48	47[1]
II	14	14	13
III	37	36	36
IV	16	16	16
V	25	34	25
VI	33	32	32
VII	41	39	39
VIII	27	25	25
IX	36	39	36
X	116	107	107
XI	40	41	41
XII	18	15	15
XIII	18	18	—
XIV[2]	18	18	—
XV	7	13	—
Summa	494	495	432

In der S. 16 aus Casiri angeführten Notiz El Kiftis ward von einer „figura, cuius inventum ostentat Thebit ben Cora“ im ersten Buch der Elemente in etwas rätselhaften Ausdrücken gesprochen. Man könnte versucht sein hierin eine Hindeutung auf die berühmte Stelle bei Campanus zu I 32 zu sehen, wo bekanntlich die Keime der Lehre von den Sternpolygonen gefunden werden. Denn offenbar ist ein Zusatz gemeint, der von Thabit herrühre. Bei Campanus, der nach arabischen Vorlagen arbeitete und, wie aus der Anordnung von XIV—XV hervorgeht, speciell mit der Thabitiana vieles gemein hat, finde ich nun im ersten Buche ausser jener Stelle nur einen Zusatz, der als selbständige Zuthat auftritt, die an I 1 geknüpfte Konstruktion des ungleichseitigen und des gleichschenkligen Dreiecks, und für diese geringfügigen Probleme (die noch dazu aus Proklus S. 218—19 geschöpft sein können) passen die Ausdrücke nicht recht. Wenn diese Vermutung richtig ist, würde folgen, dafs jene Stelle schon in Thabits Bearbeitung stand, und zwar als eigene Erfindung. Natürlich ist hier alles Hypothese, die aber sehr leicht geprüft werden kann, wenn ein Orientalist in einen der nicht seltenen codices dieser Übersetzung einen Blick werfen wollte. Bei Nasireddin findet sich keine solche Stelle.

1) Aber die Thabitiana hat 48 Sätze (im cod. Bodleian. CCLXXIX). Nicoll u. Pusey II S. 258.

2) Die beiden letzten Bücher finden sich bei August nicht; ich habe die Zahl nach Gregorius gegeben.

Dafs sie wirklich, wie im citierten Ausspruch behauptet wird, bei den Arabern griechisch vorhanden gewesen sei, sind wir berechtigt mit dem entschiedensten Mifstrauen zu begegnen, so lange keine weiteren Spuren bei griechischen Verfassern nachgewiesen werden, als was Proklus S. 382—83 darüber hat. Eben diese Bemerkungen (s. namentlich S. 383, 1 ff., wo der Satz vorkommt, dafs die äufseren Winkel eines beliebigen Vielecks 360° sind) können ein Mifsverständnis bei dem des Griechischen nicht allzu kundigen Araber veranlafst haben, der vielleicht ein mit Scholien versehenes Exemplar vor sich hatte, wo diese Bemerkungen des Proklus aufgenommen waren. Jedoch kann die Möglichkeit nicht ausgeschlossen werden, dafs hier ein absichtliches, in dem Triebe so viel als nur möglich auf die grofsen griechischen Autoren zurückzuführen begründetes Falsum vorliege, und die Citierung eines Zeugen ist eher dazu geeignet diesen Zweifel zu stärken als zu beschwichtigen.

Von den übrigen Schriften ist nur wenig zu sagen.

Die *δεδομένα* lagen den Arabern vor in derselben Redaktion wie uns, mit 95 Sätzen, nicht 90, wie Pappus II S. 638 anzugeben scheint; s. Hadji Khalfa V p. 154 nr. 10511: Euclidis liber datorum. sunt 95 figurae. So auch im Verzeichnis der libri intermedii bei Nicoll u. Pusey II S. 260. Vgl. Steinschneider, Zeitsch. f. Math. 1865 S. 467.

Über die *φαινόμενα* berichtet Hadji Khalfa V S. 113, über den schlechten Text klagend: Euclidis liber phaenomenorum, quem Nasireddin recognovit; alia exempla XXIII figuras continent, alia XXV. Nur 22 Sätze geben Nicoll u. Pusey II S. 260 an (vgl. Steinschneider S. 467). In ed. Oxon. sind freilich nur 18 Sätze, aber dazu noch 5 bedeutende Scholien, die möglicherweise in den arabischen Angaben mitzählen. Auch sind 4 *ἄλλως* und 1 *λῆμμα* da, so dafs die (aufserdem sehr schwankende) Abweichung auch ohne die Annahme einer von der unsrigen abweichenden Redaktion sehr wohl erklärlich ist.

Von der Optik lesen wir bei Hadji Khalfa V S. 159 nr. 10532: Euclidis elementa optica, quae 64 figuras continent; ebenso bei Nicoll u. Pusey II S. 260 (Steinschneider S. 467). In der ed. Oxon. hat das Buch nur 61 Sätze, aber die handschriftliche Überlieferung ist in der Numerierung der Sätze besonders ungleichmäfsig. So hat cod. Paris. 2390 saec. XIII gar 66; codd. Pariss. 2342 saec. XIV, 2347, 2350 (beide saec. XVI), 2352 saec. XV deren 65; codd. Pariss. 2351, Suppl. 186 saec. XVI, 2363 saec. XV nur 62; in codd. Pariss. 2107 saec. XV und 2472 saec. XIV unterbleibt die Zählung der letzten Sätze.[1]) Auch hier brauchen

1) Ich verdanke diese Notizen, so wie was ich unten über Pariser Hdss. der Optik mitteilen werde, der zuvorkommenden Freundlichkeit des Hrn. Alfred Jacob in Paris.

wir also nicht bei den Arabern eine wesentlich verschiedene Überlieferung anzunehmen. Wenn Wenrich S. 182—83 aus mehreren Handschriften eine Redaktion der Optik mit 23 oder 25 Sätzen anführt, so liegt hier, wie man sogleich sieht, eine Verwechselung mit den Phänomena vor; s. Nicoll u. Pusey II S. 541, Steinschneider S. 469.

Aus diesem allen dürfen wir als allgemeines Resultat aufstellen, dafs die Schriften Euklids freilich bei den Arabern in vielfach anderer Gestalt im Umlauf waren, als wir sie griechisch besitzen, dafs aber die Abweichungen in allem Wesentlichen in der freien, von unserem Standpunkte aus gewissenslosen Behandlungsweise der Araber selbst ihren einzigen Grund hatten, nicht in abweichenden (geschweige denn besseren) griechischen Handschriften, und dafs somit für die Gestaltung der Schriften im ganzen und grofsen nichts aus dieser Quelle zu schöpfen ist. Wie sie dagegen im einzelnen dazu benutzt werden könne, die Lesarten der griechischen Handschriften zu prüfen und zu würdigen, soll später an einigen Beispielen gezeigt werden. Vollständig und mit Sicherheit wird die arabische Tradition erst dann ausgebeutet werden können, wenn die Handschriften der arabischen Übersetzungen untersucht, das Verhältnis der verschiedenen Recensionen festgestellt und die wichtigeren derselben herausgegeben werden. Hier war nur diese Quelle im allgemeinen zu würdigen.

II.

Leben und Schriften Euklids.

Wir wenden uns also, auf die ungesunde Fülle der arabischen Tradition verzichtend, den griechischen Quellen zu, und es begegnet uns hier, wie ausnahmslos bei allen griechischen Mathematikern, die gröfste Dürftigkeit.

Vom Geburtsort Euklids haben wir keine Nachrichten; er war seinen Zeitgenossen und den nächsten Jahrhunderten nach ihnen, wo die Kunde von seiner Herkunft sich erhalten haben mag, in dem Grade der einzige Euklid, dafs sie unterliefsen, wie es sonst wohl Sitte war, seinem Namen das *ἐθνικόν* beizufügen; die späteren wufsten es nicht mehr. In neuerer Zeit haben sich verschiedene Ansichten hierüber geltend gemacht, die aber alle gleich unhaltbar sind. Einige geben an, er sei in Alexandria geboren; so Moreri: Dictionnaire IV S. 288 (Euclide) étoit d'Alexandrie, und mit Anführung von Quellen: J. Moller: Homonymoscopia S. 305: Euclidem patria fuisse Aegyptium ac forte Alexandrinum Ptolemaeisque Lagide et Philadelpho imperantibus in urbe hac regia mathesim docuisse, ex Proclo et Pappo ostenderunt G. I. Vossius, Tacquetus, Tennulius (Notae in Iambl. S. 107). Keiner der drei angeführten Gewährsmänner hat jedoch ein Wort über den Geburtsort gesagt (Vossius de scient. math. S. 53 sagt docuit in Aegypto), und die ganze Annahme beruht lediglich auf einer Verwechselung des Lehrortes mit dem Geburtsort. Einer viel gröfseren Verbreitung erfreut sich die namentlich von sicilischen Verfassern aus Nationalstolz sehr beliebte Angabe, Euklid sei in Gela auf Sicilien geboren. Wenn man diese Angabe zurückverfolgt, findet man als ihren Urheber Constantin Lascaris († um 1493), der in einem Briefe an Fernandus Acuna Siciliae prorex, zuerst gedruckt bei Maurolycus: Historia Siciliae fol. 21 r., sich so ausdrückt: vixit tempore Ptolemaei primi iunior Platone, sed vetustior Eratosthene et Archimede, fuitque Gelous, ut ex verbis Laertii colligitur. Die Stütze dieser Annahme ist also, wie Fabricius Bibl. gr. (Hamburg 1707) II S. 367 not. richtig vermutete, dafs Diogenes Laertius II 106 von dem Philosophen Euklid von Megara sagt: *ἢ Γελῷος κατ' ἐνίους, ὥς φησιν Ἀλέξανδρος ἐν Δια-*

δοχαῖς. Daſs diese Stütze zu schwach ist, um irgend etwas zu tragen, leuchtet ein. Dennoch geht die Vermutung des Lascaris als Thatsache weiter, wie bei Maurolycus hist. Sicil. fol. 28 r., Hieronymus Ragusa: Elogia Siculorum (Lugduni 1690) S. 114: liquet ex Constantino Lascari fuisse Siculum Geloum, non Graecum ex urbe Megara (auch Siciliae biblioth. vet. S. 111), A. Mongitor: Bibliotheca Sicula (Panormi 1708) I S. 185 ff.: Euclides Siculus Gelous, und noch andere, die ich nicht habe nachschlagen können. — Die im Mittelalter häufige Bezeichnung des Euklid als Megarensis ist aus einer Verwechselung mit dem ums Jahr 400 lebenden megarischen Philosophen Euklid, dem Stifter der megarischen oder eristischen Schule, entstanden. Die erste Spur dieser Verwechselung findet sich schon bei Valerius Maximus (unter Tiberius) VIII, 12 ext. 1: Platonis quoque eruditissimum pectus haec cogitatio attigit, qui conductores sacrae arae de modo et forma eius secum sermonem conferre conatos ad Eucliden geometren ire iussit scientiae eius cedens, immo professioni. Freilich hätte hier nicht Eucliden philosophum (er war gar nicht Mathematiker), sondern Eudoxum geometren[1]) stehen sollen, wie aus der sonst ähnlichen Erzählung bei Plutarch (de genio Socratis 7. X p. 310 Hutten) hervorgeht; wenn aber Valerius Maximus unseren Euklid (und nur dieser kann natürlich mit Eucliden geometren gemeint sein) zum Zeitgenossen Platons macht, kann das doch wohl nur in eben jener Verwechselung seinen Grund haben. Die Widerlegung derselben ist unnötig; heutzutage wird keiner sich mehr ihrer schuldig machen. Aber vielleicht dürften einige Daten zur Geschichte des Miſsverständnisses nicht ohne Interesse sein. Die Citate aus Boethius (Euclidis Megarensis geometria a Boethio translata in der Ausgabe der Werke des Boethius. Basil.. 1570 fol. S. 1487. ex secundo libro Euclidis Megarensis S. 1510. ex tertio libro Euclidis Megarensis S. 1511 u. s. w.) können bei der anerkannten Unechtheit dieser Kompilation (Blume in Schriften der röm. Feldmesser II S. 64 ff.) natürlich nur für saec. XVI als Belege gelten, da wir nichts davon wissen, ob diese Überschriften schon in den benutzten Hdss. standen, und selbst wenn dies zugegeben wird, das Alter jener Hdss. nicht kennen. In der von Friedlein nach guten Hdss. herausgegebenen Geometrie des „Boethius" finden sich diese Stellen nicht. Auch das von Weiſsenborn (Zeitschr. f. Math. XXV Suppl. 1880 S. 146) aus codex Erlangensis 352 s. XIII angeführte Citat: explicit liber Euclidis philosophi de arte geometrica, kann

1) Ein alter Kommentator des Valerius Maximus, Mitalerius, wollte geradezu Eucliden in Eudoxum corrigiren, aber die Überlieferung ist vollständig durch die Epitoma des Julius Paris gesichert (Valer. Maxim. ed. Halm S. 412: Plato conductores uiae sacrae de modo et forma eius secum sermonem conferre conatos ad Euclidem geometram ire iussit scientiae eius cedens).

ich nicht mit Weifsenborn S. 158 für beweisend ansehen; denn als philosophus konnte im Mittelalter auch der Mathematiker Euklid bezeichnet werden. Erst für saec. XIV sind sichere Spuren nachweisbar. So findet sich in cod. Paris. 7213 saec. XIV: Euclidis philosophi Socratici liber elementorum (Weifsenborn S. 158), und Theodorus Metochita († 1332) sagt in seinen *ὑπομνηματισμοί* (ed. Kiefsling. Lipsiae 1821) S. 108: *Εὐκλείδης μέντοι ὁ ἐκ Μεγάρων Σωκρατικὸς ἡλικιώτης ὢν Πλάτωνος ἄριστος τὰ ἐς γεωμετρίαν ἀνὴρ καὶ πλεῖστ' ἐνταῦθα συνταξάμενος, ὡς ὁρᾶν ἐστι, κατὰ τὴν ἐν ἐπιπέδοις θεωρίαν καὶ στερεοῖς καὶ τὴν τῶν ὀπτικῶν τε καὶ δεδομένων καὶ κατοπτρικῶν καὶ ἄλλων ὡντινωνοῦν ἐνταῦθα καὶ μουσικῶν μὲν ἅπτεται καὶ ἀστρονομικῶν ἐπισκέψεων.* Seitdem scheint die Verwechselung allgemein verbreitet gewesen zu sein:

Campanus' Übersetzung, Venet. 1482 am Ende: opus elementorum Euclidis Megarensis (so auch im Nachdruck. Vicent. 1491).

Zambertus. Venet. 1507: Euclidis Megarensis (Scheibel).[1]

Paciolus. Venet. 1509: Euclides Megarensis philosophi (Scheibel).[2]

Stephanus. Paris. 1516: Euclides Megarensis.

Hervagius. Basil. 1537: Euclides Megarensis (wiederholt Basil. 1546, 1558).

Th. Gechauff: Archimedes. Basil. 1544 pars II praef. fol. 4: Euclides philosophus et mathematicus Megarensis.

Deutsche Übersetzung. Augspurg 1555. 4: Euclides Megarensis (Scheibel).

Tartalea. Venet. 1565: Euclide Megarense philosopho.

Candalla. Paris. 1566: Euclides Megarensis mathematicus. clarissimus (wieder abgedruckt Paris 1578).

Hierzu kommt noch die Note in einer Ausgabe des Valerius Maximus cum notis Oliverii et Iodoci Badii Ascensii. Mediolani 1513 fol. 277 r.: fuit Euclides teste Laertio geometra insignis Megarensis uel, ut alii dicunt, Gelous. Zum letzten Mal tritt der Irrtum vereinzelt, aber um so anspruchsvoller im saec. XVII auf; Sebastiano Mattei sagt nämlich bei Vitalis Giordanus da Bitonti: Corso di matematiche (Euclide restituto)[3] S. 9: di questo autore dubitano ed anco ne fanno lunghe discussioni i Commentatori, se fu il Principe della Setta Megarense o altro Geometra celebre negli anni seguenti, perche del Megarense si sà, che nell' infantia d'Alesandro occupò la catedra ad Aristotele, quando passava

1) Einleitung zur mathemat. Bücherkenntnis. Breslau 1772 S. 1—55, wo eine dankenswerte Zusammenstellung älterer Euklidausgaben sich findet. Ich citiere ihn nur für Bücher, die ich nicht selbst gesehen. — Nach Fabricius Bibl. Gr. II S. 373 erschien die Übersetzung des Zambertus schon Venet. 1505.

2) Und Kästner: Gesch. der Math. I S. 299 ff.

3) Romae 1680 fol. Ich entnehme dieses Citat der Augustschen Euklidausgabe I S. 298 not. 5; vgl. S. 295.

legato degli Ateniensi in Persia, e del matematico si legge, che fu familiare a Tolomeo primo rè d'Egitto, ma in venticinque o trenta anni soli di differenza non só per qual ragione non possa essere il medesimo giovane nel tempo d'Alessandro ed antiano in quel di Tolomeo. Ein Verbesserungsversuch dieser Verwechselung wird es jedenfalls sein, wenn einige[1]) Euklid aus Megara in Sicilien stammen lassen.

Schon Lascaris in dem oben S. 22 erwähnten Briefe (Maurolycus: hist. Sicil. fol. 21) unterscheidet dagegen die beiden Männer: alius fuit ab illo Megarensi, de quo Laertius, et qui dialogos scripsit. Von ihm abhängig sind Maurolycus, Hieron. Ragusa, Mongitor u. a. Auch Savilius: Praelectiones S. 7 spricht gegen die Verwechselung und scheint nach seinen eigenen Worten einer der ersten gewesen zu sein (der Brief des Lascaris mag in seinem entlegenen Winkel wenig bemerkt worden sein): in hanc sententiam de duplici Euclide disputatum est a me ante annos quinquaginta[2]) et quod excurrit, cum in scholis publicis pro meo modulo interpretarer in ordinariis lectionibus Almagestum Ptolemaei. in quam opinionem biennio postea Federicum Commandinum Italum iisdem, uti credere par est, permotum argumentis video incidisse.

Der Urheber der richtigen Ansicht dürfte der hier genannte F. Commandinus sein, der in seiner Übersetzung der Elemente (Pisauri 1572 fol.) in der Vorrede fol. 5 r. sehr bestimmt und klar die Unmöglichkeit der Vereinigung der beiden Personen hervorhebt: liberemus igitur multos ab eo errore, quo persuasi credunt Euclidem nostrum eundem esse et philosophum Megarensem et geometram etc.

Ein weiterer Grund zur Verwechselung aufser der Namensgleichheit liegt ohne Zweifel darin, dafs Proklus S. 68, 20 den Euklid *Πλατωνικός* nennt, worüber wir noch unten des näheren sprechen werden.

Eben so wenig wie der Geburtsort ist Geburts- und Todesjahr Euklids bekannt. Selbst Proklus hatte keine directen Nachrichten davon. Er mufs die Lebenszeit Euklids aus der zufällig aufbewahrten Anekdote von seinem Gespräche mit Ptolemaeus und sonstigen Spuren annähernd schliefsen. Die wichtige Stelle lautet so S. 68, 6—19: *οὐ πολὺ δὲ τούτων*[3]) *νεώτερός ἐστιν Εὐκλείδης ὁ τὰ στοιχεῖα συναγαγὼν καὶ πολλὰ μὲν τῶν Εὐδόξου συντάξας, πολλὰ δὲ τῶν Θεαιτήτου τελεωσάμενος, ἔτι δὲ τὰ μαλακώτερον δεικνύμενα*

1) Es wird citiert: Fr. Flaccomius Sicelis S. 36; weder von dem Buche noch dem Verfasser habe ich Nachricht finden können.

2) Die schon mehrfach citierten und zu citierenden Praelectiones tresdecim in principium elementorum Euclidis erschienen Oxonii 1621.

3) Des Hermotimus und Philippus, der Schüler Platons.

τοῖς ἔμπροσθεν εἰς ἀνελέγκτους ἀποδείξεις ἀναγαγών. γέγονε δὲ οὗτος ὁ ἀνὴρ ἐπὶ τοῦ πρώτου Πτολεμαίου. καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου, καὶ μέντοι καί φασιν, ὅτι Πτολεμαῖος ἤρετό ποτε αὐτόν, εἴ τίς ἐστιν περὶ γεωμετρίαν ὁδὸς συντομωτέρα τῆς στοιχειώσεως· ὁ δὲ ἀπεκρίνατο μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν.[1]) *νεώτερος μὲν οὖν ἐστι τῶν περὶ Πλάτωνα, πρεσβύτερος δὲ Ἐρατοσθένους καὶ Ἀρχιμήδους· οὗτοι γὰρ σύγχρονοι ἀλλήλοις, ὥς πού φησιν Ἐρατοσθένης.* Offenbar hat die Anekdote nur von Ptolemäus gesprochen; dafs es Ptolemäus I war, hat dann Proklus aus der Erwähnung des Euklid bei Archimedes, der kurz nach Ptolemäus I lebte, geschlossen. Das *μνημονεύει* des Proklus scheint mir nicht, wie Cantor (Vorles. über Gesch. d. Math. S. 224 not. 4) meint, durch de sph. et cyl. I, 7 p. 24, 6: *ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέδοται* gerechtfertigt werden zu können; vielmehr liegt hierin ein Beweis (wenn auch kein entscheidender, denn Proklus könnte sich ja auf jetzt verlorene Schriften des Archimedes beziehen), dafs die sonst verdächtigen Worte de sph. et cyl. I, 2 p. 14, 1: *κείσθω διὰ τὸ β΄ τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου* schon Proklus vorlagen und also wahrscheinlich echt sind. Jedenfalls müssen wir uns mit dem Schlufsresultat des Proklus begnügen: Euklids Lebenszeit falle zwischen den ersten Schülern Platons und Archimedes. Nun starb Platon 347, Archimedes lebte 287—212, Eratosthenes 276—194; es ergiebt sich also für Euklid die ziemlich genaue Zeitangabe, dafs er ums Jahr 300 blühte, was damit wohl stimmt, dafs Ptolemäus von 306 bis 283 König war. Dafs *γέγονε* wirklich „blühte“, und nicht, wie Hankel: Zur Gesch. d. Math. S. 381 not. will, „ward geboren“, bedeutet, geht erstlich daraus hervor, dafs die Schlufsfolgerung des Proklus sonst sinnlos wäre; denn daraus, dafs „Archimedes, der auf dem ersten Ptolemäus unmittelbar folgte, den Euklid erwähne“, kann unmöglich geschlossen werden, dafs Euklid unter Ptolemäus I — geboren wurde. Aufserdem hat E. Rhode (Rhein. Mus. N. F. XXXIII S. 161 ff.) gezeigt, dafs *γέγονε* in solchen Angaben fast immer „blühte“ bedeutet, und damit stimmt auch der Sprachgebrauch des Proklus selbst überein; s. S. 67, 16—17: *ὁ Κυζικηνὸς Ἀθήναιος κατὰ τοὺς αὐτοὺς γεγονὼς χρόνους*; vgl. auch S. 67, 10: *Πλάτωνι συγγεγονώς.* Ein ähnliches Mifsverständnis von *γέγονε* mag veranlafst haben, dafs Lascaris bei Maurolycus fol. 21 r. (s. oben) den Euklid in die Zeit des Agathokles versetzt.

Über die persönlichen Verhältnisse Euklids, Familie, Bildungsgang u. dgl. besitzen wir nicht die geringste Kunde. Doch läfst

1) Ein ähnliches Geschichtchen wird auch von Alexander dem Grofsen und seinem Lehrer (Seneca epist. 91, 17) erzählt; bei Stobaeus floril. IV S. 205 Meineke wird als der Lehrer Menächmus genannt. Proklus, der hieraus eine chronologische Angabe entnahm, ist sicher guten Quellen gefolgt.

sich mit grofser Wahrscheinlichkeit vermuten, dafs er seine mathematischen Kenntnisse in Athen durch die Schüler Platons erworben oder doch vervollständigt habe; in Athen war damals das mathematische Wissen vereinigt, dort hatten die älteren Elementenschreiber und die übrigen Mathematiker, auf deren Arbeiten die *στοιχεῖα* beruhen, gelebt und gelehrt. Als Beweis für diese Ansicht darf gar nicht angeführt werden, dafs Proklus S. 68, 20 Euklid als *τῇ προαιρέσει Πλατωνικὸς καὶ τῇ φιλοσοφίᾳ ταύτῃ οἰκεῖος* bezeichnet; denn hierin kann nur ein Versuch des Neuplatonikers gesehen werden, auch Euklid mit seiner Philosophie zu verknüpfen. Dafs nur dieses der Grund war, und keinerlei bestimmte Angaben über die Einwirkung der Platoniker auf Euklid vorlagen, ist aus Proklos' unmittelbar darauf folgender Begründung jener Behauptung ersichtlich (S. 68, 21): *ὅθεν δὴ καὶ τῆς συμπάσης στοιχειώσεως τέλος προεστήσατο τὴν τῶν καλουμένων Πλατωνικῶν σχημάτων σύστασιν.* Dafs diese Ableitung des Platonismus Euklids aus seiner Behandlung der fünf „platonischen" Körper ein eigener Gedanke des Proklus war, zeigt sich noch deutlicher S. 70, 19 ff., wo er sich vergebens bemüht, neben dem von ihm selbst klar ausgesprochenen Zweck der Elemente ein Lehrbuch zu sein, als eigentlichen Zweck die kosmischen Körper zu behaupten: *πρὸς μὲν αὐτὰ τὰ ὑποκείμενα βλέποντες λέγομεν, ὡς ἄρα περὶ τῶν κοσμικῶν σχημάτων ἐστὶν ὁ σύμπας τῷ γεωμέτρῃ λόγος, ἀρχόμενος μὲν ἀπὸ τῶν ἁπλῶν τελευτῶν δὲ εἰς τὴν ποικιλίαν τῆς τούτων συστάσεως καὶ χωρὶς μὲν ἕκαστα ὑφιστὰς ὁμοῦ δὲ τὰς εἰς τὴν σφαῖραν αὐτῶν ἐγγραφὰς καὶ τοὺς λόγους, οὓς ἔχει πρὸς ἄλληλα παραδιδούς.*[1]) Man hat öfters gegen Proklus bemerkt, dafs die platonischen Körper zwar das Ende, aber nicht das Ziel der Elemente sind; die geometrischen und arithmetischen Teile derselben haben keine Beziehungen auf sie; sie bilden nur den Abschlufs des dritten Hauptabschnittes, der Stereometrie, weil die damaligen stereometrischen Kenntnisse in ihnen gipfeln.

Über Euklids Person und Charakter sind wir nur mittelst des oben aus Proklus angeführten Geschichtchens unterrichtet, wozu ein ähnliches bei Stobaeus floril. IV S. 205 kommt: *παρ' Εὐκλείδῃ τις ἀρξάμενος γεωμετρεῖν ὡς τὸ πρῶτον θεώρημα ἔμαθεν, ἤρετο τὸν Εὐκλείδην· τί δέ μοι πλέον ἔσται ταῦτα μανθάνοντι; καὶ ὁ Εὐκλείδης τὸν παῖδα καλέσας· δός, ἔφη, αὐτῷ τριώβολον, ἐπειδὴ δεῖ αὐτῷ, ἐξ ὧν μανθάνει, κερδαίνειν.* Solche Anekdoten, deren auch von Archimedes eine ganze Menge erzählt wird, dürften als Beweis gelten, dafs die griechischen Mathematiker der Blütezeit in dem hohen Sinne Platons fortwirkten, und ihre herrlichen Lei-

1) Andere sind sogar so weit gegangen für die einzelnen Bücher als Ziel anzugeben, was für die Betrachtung des Kosmos aus ihnen zu gewinnen war; s. Proklus S. 71, 2: *διὸ καὶ τῶν καθ' ἕκαστα βιβλίων τοὺς σκοποὺς τινες ἐπὶ τὸν κόσμον ἀναφέρειν ἠξίωσαν καὶ τὴν χρείαν αὐτῶν, ἣν παρέχεται πρὸς τὴν τοῦ παντὸς θεωρίαν, ἀνέγραψαν.*

stungen bilden somit einen Beleg, und zwar einen der glänzendsten der ganzen Geschichte, für das Schillersche Wort

Wer um die Göttin freit, suche in ihr nicht das Weib.

Man pflegt den sanften, liebenswürdigen Charakter Euklids dem Pappus nachzurühmen, der bei der Besprechung einer tadelnden Äufserung des Apollonius über Euklid sich so ausspricht[1]) VII, 34 S. 676—78 ed. Hultsch: *ἐπιεικέστατος ὢν καὶ πρὸς ἅπαντας εὐμενὴς τοὺς καὶ κατὰ ποσὸν συναύξειν δυναμένους τὰ μαθήματα, ὡς δεῖ, καὶ μηδαμῶς προσκρουστικὸς ὑπάρχων, καὶ ἀκριβὴς μὲν οὐκ ἀλαζονικὸς δὲ καθάπερ οὗτος* (Apollonius), *ὅσον δυνατὸν ἦν δεῖξαι τοῦ τόπου διὰ τῶν ἐκείνου* (des Aristäus) *κωνικῶν ἔγραψεν οὐκ εἰπὼν τέλος ἔχειν τὸ δεικνύμενον· τότε γὰρ ἦν ἀναγκαῖον ἐξελέγχειν, νῦν δ' οὐδαμῶς, ἐπείτοι καὶ αὐτὸς ἐν τοῖς κωνικοῖς ἀτελῆ τὰ πλεῖστα καταλιπὼν οὐκ εὐθύνεται.* Wenn man aber die Stelle in ihrem Zusammenhang nachliest, ist es klar, dafs Pappus hier keineswegs einer Überlieferung gefolgt ist, sondern, über den ihm ungerecht scheinenden Tadel des Apollonius erbittert, lediglich aus den Schriften Euklids, wo die Vorgänger sorgfältig benutzt und häufig berichtigt, nirgends aber tadelnd erwähnt werden (aber auch nicht lobend; Euklid nennt überhaupt nie einen Vorgänger), auf freier Hand sich sein anmutiges Bild entworfen hat und dem Apollonius gegenübergestellt.

So viel steht aber fest, und das ist für die Geschichte der Mathematik von Bedeutung: Euklid lehrte in Alexandria und stiftete daselbst eine Schule. Pappus VII, 35 S. 678 sagt nämlich von Apollonius: *συσχολάσας τοῖς* [*ὑπὸ*][2]) *Εὐκλείδου μαθηταῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πλεῖστον χρόνον, ὅθεν ἔσχε καὶ τὴν τοιαύτην ἕξιν οὐκ ἀμαθῆ.* Von nun an ist Alexandria für mehrere Jahrhunderte der Hauptsitz der griechischen Mathematik; wer nicht in Alexandria lebte, hatte doch wenigstens Studienreisen dahin gemacht, wie aufser Apollonius namentlich auch Archimedes (Quaest. Arch. S. 5 und S. 7 not. 3 und 4).

Unter den Schriften Euklids nennen wir zuerst sein Hauptwerk die *στοιχεῖα* XIII Bücher (Marinus praef. dat. S. 14 ed. Hardy: (*στοιχεῖα*) *γεωμετρίας ὅλης ἐν τοῖς ιγ' βιβλίοις*).[3]) Das Wort *στοιχεῖα* definiert Proklus S. 72, 3 ff. so: *στοιχεῖα μὲν οὖν ἐπονομάζονται, ὧν ἡ θεωρία διικνεῖται πρὸς τὴν τῶν ἄλλων ἐπιστήμην, καὶ ἀφ'*

1) Hultsch hält, wie es scheint nur aus sprachlichen Gründen, die Stelle für untergeschoben.

2) *ὑπ' Εὐκλείδῃ* schlägt Hultsch vor. Ich möchte lieber *ὑπὸ* streichen als aus *ὑπὸ Εὐκλείδου* S. 678, 9 entstanden, oder in *τοῦ* corrigieren.

3) Vgl. Philoponus Comment. in Aristot. Physica II fol. f IIII verso (Venet. 1535): *τὰ Εὐκλείδου δεκατρία βιβλία.*

ὧν παραγίνεται ἡμῖν τῶν ἐν αὐτοῖς ἀπόρων ἡ διάλυσις. ὡς γὰρ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς εἰσιν ἀρχαὶ πρῶται καὶ ἁπλούσταται καὶ ἀδιαίρετοι, αἷς τὸ ὄνομα τῶν στοιχείων ἐπιφημίζομεν, καὶ πᾶσα λέξις ἐκ τούτων ὑφέστηκεν καὶ πᾶς λόγος, οὕτω δὴ καὶ τῆς ὅλης γεωμετρίας ἐστί τινα θεωρήματα προηγούμενα καὶ ἀρχῆς λόγον ἔχοντα πρὸς τὰ ἐφεξῆς καὶ διήκοντα διὰ πάντων καὶ παρεχόμενα πολλῶν ἀποδείξεις συμπτωμάτων, ἃ δὴ στοιχεῖα προσαγορεύουσιν. Weiter unten heifst es nach Menächmus, dafs *στοιχεῖον* eine zweifache Bedeutung habe: *καὶ γὰρ τὸ κατασκευάζον ἐστὶ τοῦ κατασκευαζομένου στοιχεῖον, ὡς τὸ πρῶτον παρ' Εὐκλείδῃ τοῦ δευτέρου* (S. 72, 24 ff.) .... *ἄλλως δὲ λέγεται στοιχεῖον, εἰς ὃ ἁπλούστερον ὑπάρχον διαιρεῖται τὸ σύνθετον· οὕτως δὲ οὐ πᾶν ἔτι ῥηθήσεται παντὸς στοιχεῖον, ἀλλὰ τὰ ἀρχοειδέστερα τῶν ἐν ἀποτελέσματος λόγῳ τεταγμένων, ὥσπερ τὰ αἰτήματα στοιχεῖα τῶν θεωρημάτων. κατὰ δὲ τοῦτο τοῦ στοιχείου σημαινόμενον καὶ τὰ παρ' Εὐκλείδῃ στοιχεῖα συνετάχθη* (S. 73, 5 ff.). Also eine Elementargeometrie, welchen Namen wir sowohl der Form als dem Inhalt nach eben dem Werk Euklids entlehnt haben, wollte Euklid geben; er wollte darin durch Aufnahme aller Sätze von allgemeiner Anwendung die nötigen Vorkenntnisse zum eingehenderen Studium der Mathematik mitteilen. Diesen Charakter des Lehrbuches verkennt auch Proklus nicht, wenn er auch, wie oben berührt wurde (S. 27), noch ein unhaltbares Nebenziel annimmt: S. 71, 22: *σκοπὸς μὲν οὖν οὗτος, στοιχειῶσαί τε πρὸς τὴν ὅλην ἐπιστήμην τοὺς μανθάνοντας καὶ τῶν κοσμικῶν σχημάτων διωρισμένας παραδοῦναι συστάσεις.*[1]) Mit welchem Erfolg er seine Aufgabe löste, geht daraus hervor, dafs von den älteren Lehrbüchern des Hippokrates, des Leon, des Theudius auch nicht die geringste Spur sich erhalten hat. Dafs schon Archimedes und Apollonius, die ungefähr ein Menschenalter später lebten, die Elemente immer, wenn auch meistens stillschweigend, als bekannt voraussetzen und darauf bauen, wie schon Proklus bemerkt hat (S. 71, 16: *καὶ αἱ τῶν ἄλλων ἀποδείξεις τούτοις ὡς γνωριμωτάτοις χρῶνται καὶ ἀπὸ τούτων ὥρμηνται. καθάπερ δὴ καὶ ὁ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου καὶ Ἀπολλώνιος καὶ οἱ ἄλλοι πάντες φαίνονται τοῖς ἐν ταύτῃ*[2]) *τῇ πραγματείᾳ δεδειγμένοις ἀρχαῖς*[3]) *ὁμολογουμέναις χρώμενοι*), ist ein Zeugnis für die schnelle Verbreitung derselben. Dasselbe gilt natürlich von allen spätern Mathematikern, denen Euklid der *στοιχειωτής* schlechthin ist.[4]) Für Proklus s. die Stellen bei Fried-

1) Ein Beleg für die Bedeutung, die man seiner Behandlung der Platonischen Körper beilegte, ist auch das Epigramm bei Psellus synops. geom. S. 53 ed. Xylander

σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε,
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης δ' ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

2) So ist zu schreiben statt *αὐτῇ*.

3) *ὡς ἀρχαῖς* Friedlein, wohl nicht ganz notwendig.

4) Marinus praef. dat. S. 14: *Εὐκλείδης, ὃν καὶ στοιχειωτὴν κυρίως*

lein S. 439; vgl. Heron. defin. 1; 123, 3; 128; Pappus VII S. 634, 8; 654, 16, u. a.; für Eutokius s. Neue Jahrb. Suppl. XI S. 364. Auch bei Laien, Griechen wie Römern, war der Ruf Euklids durch die Elemente (denn seine übrigen Werke fanden aufserhalb des Kreises der Fachgenossen nur sehr wenig Beachtung) verbreitet. Sprichwörtlich steht sein Name bei Aelian hist. animal. VI, 57: *τὸ γοῦν κέντρον φυλάττουσιν* (die Spinnen) *καὶ τὸν ἐξ αὐτοῦ κύκλον . . ἀκριβοῦσιν . . καὶ Εὐκλείδου δέονται οὐδέν*; ähnlich war er bei den Arabern in Gebrauch (S. 5) und ist es noch heute in England. Vgl. noch Cicero de orat. III, 132: geometriam Euclide aut Archimede tractante. Martianus Capella VI, 724: haec cum permissa conspiceret, lineam in abaco rectam ducens sic ait: quem ad modum potest super datam directam terminatam lineam trigonum aequilaterum constitui? quo dicto cum plures philosophi, qui undiquesecus constipato agmine consistebant, primum Euclidis theorema formare eam velle cognoscerent, confestim adclamare Euclidi plaudereque coeperunt. cuius laudibus etiam ipsa Geometria plurimum gratulata, se per sectantis gloriam sublimari provehique cognoscens ab eodem, libros eius, quos casu adportari conspexerat, festina corripuit atque in ceterae astructionis doctrinaeque documentum Iovi ac senatui caelitum offerens intimavit; vgl. VI, 587.

Der Inhalt dieses Werkes ist folgender. I. Buch: Perpendikulare und Parallele, Dreiecke, Parallelogramme, ihre Kongruenz und Gleichheit. II. Buch: Zusammensetzung und Zerlegung von Rechtecken und Quadraten; Verwandlung von Figuren. III. Buch: der Kreis, Linien und Winkel im Kreise. IV. Buch: ein- und umschriebene Vielecke. V. Buch: die allgemeine Proportionslehre. VI. Buch: Deren Anwendung auf die Geometrie; ähnliche Figuren. VII—IX. Buch: elementare Zahlenlehre. X. Buch: kommensurable und inkommensurable, rationale und irrationale Gröfsen. XI. Buch: Fundamentalsätze über Schneidung und Berührung der Ebenen; Parallelepipeda. XII. Buch: Pyramiden, Prismen, Kegel, Cylinder und Kugel. XIII. Buch: Konstruktion der 5 Platonischen Körper. Der Inhalt der *στοιχεῖα* gehört also der Geometrie der Ebenen (I—IV, VI), der Arithmetik (V, VII—X) und der Stereometrie (XI—XIII). Aber der arithmetische Teil nimmt eine besondere Stellung ein und ist den beiden anderen nicht gleichgestellt. Das geht aufs klarste aus Proklus S. 73, 11 ff. hervor: *τὰ παρ' Εὐκλείδῃ στοιχεῖα συνετάχθη τὰ μὲν τῆς περὶ τὰ ἐπίπεδα γεωμετρίας τὰ δὲ τῆς στερεομετρίας. οὕτω δὲ καὶ ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς καὶ ἐν τοῖς ἀστρονομικοῖς στοιχειώσεις πολλοὶ συνέγραψαν.* Also für ebene Geometrie und Stereometrie hat Euklid die Elemente gegeben, für Arithmetik und Astronomie andere; der arithmetische Teil der *στοιχεῖα* ist

---

ἐπωνόμασαν (so nach cod. Paris. 2348). Vgl. Cassiodor Var. VII, 5: atque sic poteris idoneus inveniri si frequenter geometram legas Euclidem.

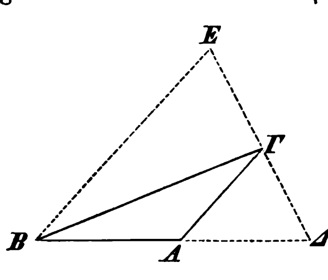
also eben so wenig als *στοιχεῖα τῆς ἀριθμητικῆς* zu betrachten, als *στοιχεῖα τῆς ἀστρονομίας* in den Elementen vorkommen. Die im X. Buche enthaltene Lehre von der Inkommensurabilität und Irrationalität war wegen der Betrachtung der Platonischen Körper notwendig, und nur als Einleitung dazu fanden die in VII—IX aufgenommenen arithmetischen Untersuchungen einen Platz, wie denn auch Sätze aus diesen Büchern nur im X. Buch zur Anwendung kommen.[1]) Vgl. auch Theodorus Metochita (s. oben S. 24): *κατὰ τὴν ἐν ἐπιπέδοις θεωρίαν καὶ στερεοῖς* und deutlicher Marinus S. 14: *πάσης γὰρ σχεδὸν μαθηματικῆς ἐπιστήμης στοιχεῖα καὶ οἷον εἰσαγωγὰς προέταξεν, ὡς γεωμετρίας μὲν ὅλης ἐν τοῖς ιγʹ βιβλίοις.*

Wenn wir den oben erörterten Begriff der *στοιχεῖα* in Betrachtung ziehen, ist es einleuchtend, daſs wir es nicht erwarten können, bei Euklid alle damals bekannten geometrischen Sätze zu finden; er hat nur aufgenommen, was er als bedeutende und weitreichende Fundamentalsätze erkannte, und was zu deren Beweis notwendig war. Ausdrücklich besagt es Proklus an mehreren Stellen, wie S. 69, 4 ff.: *διαφερόντως δ' ἄν τις αὐτὸν ἀγασθείη κατὰ τὴν γεωμετρικὴν στοιχείωσιν τῆς τάξεως ἕνεκα καὶ τῆς ἐκλογῆς τῶν πρὸς τὰ στοιχεῖα πεποιημένων θεωρημάτων τε καὶ προβλημάτων. καὶ γὰρ οὐχ ὅσα ἐνεχώρει λέγειν, ἀλλ' ὅσα στοιχειοῦν ἠδύνατο, παρείληφεν.* Unter den Forderungen, die man zu Elementen stellen müsse, giebt Proklus S. 73, 25 daher auch die folgende an: *δεῖ δὲ τὴν τοιαύτην πραγματείαν πᾶν μὲν ἀπεσκευάσθαι τὸ περιττόν· ἐμπόδιον γὰρ τοῦτο πρὸς τὴν μάθησιν.* Was zwar einen elementaren Charakter an sich trägt, aber nicht von solcher Tragweite erachtet werden kann, daſs ihm in den *στοιχεῖα* ein Platz gebührt, unterschied man als *στοιχειῶδες* vom Begriffe der *στοιχεῖα*; Proklus S. 72, 13 ff.: *στοιχειώδη δ' ἐστιν, ὅσα διατείνει μὲν ἐπὶ πλείω καὶ τὸ ἁπλοῦν ἔχει καὶ τὸ χαριέν, οὐκέτι μὴν καὶ τὴν τῶν στοιχείων ἀξίαν τῷ μὴ πρὸς πᾶσαν αὐτῶν τὴν ἐπιστήμην κοινὴν εἶναι τὴν θεωρίαν, οἷον τοῖς τριγώνοις τὰς ἀπὸ τῶν γωνιῶν καθέτους ἐπὶ τὰς πλευρὰς*[2]) *καθ' ἓν σημεῖον συμπίπτειν.* Über andere von Euklid nicht aufgenommene Sätze giebt Proklus S. 74, 18 ff. Auskunft: *καὶ γὰρ ὅσα παραλιμπάνειν δοκεῖ, ἢ ταῖς αὐταῖς ἐφόδοις γίγνεται γνώριμα, ὥσπερ ἡ σύστασις τοῦ σκαληνοῦ καὶ ἰσοσκελοῦς* (von Proklus selbst zu I, 1 hinzugefügt, S. 218 ff.), *ἢ ὡς ἀμήχανον εἰσάγοντα καὶ ἀπέραντον ποικιλίαν ἀλλότρια τῆς τῶν στοιχείων ἐστὶν ἐκλογῆς, ὥσπερ τὰ περὶ τῶν ἀτάκτων ἀλόγων, ἃ ὁ Ἀπολλώνιος ἐπὶ*

1) Aus dieser Stellung der arithmetischen Bücher darf geschlossen werden, daſs die griechische Arithmetik schon zu Euklids Zeiten weit über das hinaus war, was in den Elementen vorgetragen wird.

2) Bei Friedlein steht *τὰς πλαγίας*, das aber keinen Sinn giebt. Der Fehler ist wahrscheinlich dadurch entstanden, daſs der Abschreiber das Kompendium *πλ* (d. h. *πλευράς*) falsch aufgelöst hat.

πλέον ἐξειργάσατο, ἢ ὡς[1]) *αἰτίων τῶν παραδεδομένων ἔχει τὴν σύστασιν, ὥσπερ τὰ εἴδη τῶν γωνιῶν τὰ πολλὰ καὶ τῶν γραμμῶν. ταῦτα γὰρ παραλέλειπται μὲν καὶ παρ' ἄλλοις ἔτυχε λόγου πλείονος, ἔχει δὲ τὴν γνῶσιν ἀπὸ τῶν ἁπλῶν.* So hat Euklid z. B. auch die lunulae des Hippokrates übergangen vermutlich ihre Unfruchtbarkeit erkennend. Bei Archimedes (Zeitschr. f. Math., litter. Abt. XXIV S. 177 ff.) und Apollonius läſst sich eine ziemliche Anzahl solcher elementaren Sätze als bekannt nachweisen, von den freilich einige in der Zwischenzeit hinzugekommen sein mögen, einige aber ohne Zweifel höher hinaufreichen. Als Beispiel kann hier der Satz von der Gleichheit der Schenkel des Tangentenwinkels genannt werden (Archimed. *κύκλ. μέτρ.* prop. 1). Ja bei Euklid selbst kommen elementare Sätze zur Anwendung, die in den *στοιχεῖα* nicht aufgeführt sind. In den *δεδομένα* prop. 67 kommt folgender Satz ohne Beweis, also als bekannt vorausgesetzt, vor: es sei $AB\Gamma$ ein gegebenes Dreieck; man mache $A\Delta = A\Gamma$, ziehe $\Delta\Gamma$ und verlängere sie; dann ziehe man $BE \nparallel A\Gamma$; so wird sein $\Delta\Gamma \times \Gamma E + B\Gamma^2 = B\Delta^2$. Als Begründung wird nur kurz vorausgeschickt: *καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ* $A\Delta$ *τῇ* $A\Gamma$, *ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ* ΔB *τῇ* BE· *καὶ διῆκται ἡ* $B\Gamma$, was auf die folgende Form des Satzes schlieſsen läſst: wenn in einem gleichschenkligen Dreiecke eine einem Schenkel parallele Transversale gezogen wird und der Endpunkt der Transversale in der Grundlinie mit dem Scheitelpunkt durch eine Linie (die nach Euklidischem Sprachgebrauch eine *διηγμένη* der beiden Parallelen wird) verbunden wird, ist die Summe des Rechtecks aus den Stücken der Grundlinie und des Quadrats der *διηγμένη* dem Quadrate des Schenkels gleich. Der Beweis ist aus Element. II, 5 und I, 47 leicht zu führen. Auch im Buche *περὶ διαιρέσεων*, wie es bei Woepcke vorliegt (S. 14), kommen als Hülfssätze vor:



wenn $a \cdot d > b \cdot c$, ist $a : b > c : d$ (Woepcke 21);
wenn $a \cdot d < b \cdot c$, ist $a : b < c : d$ (22);
wenn $a : b > c : d$, ist $a - b : b > c - d : d$ (23);
wenn $a : b > c : d$, ist $a + b : b > c + d : d$ (24);
wenn $a : b < c : d$, ist $a - b : b < c - d : d$ (25) —

Sätze, die in den Elementen nicht vorkommen, aber bereits bei Archimedes (Quaest. Archim. S. 45 f.) und Apollonius (s. Pappus VII S. 684 ff.) als bekannt auftreten; vgl. auch oben S. 15.

In älterer Zeit mag man mehr oder weniger bewuſst den

1) Vielleicht ist für *ὡς* zu schreiben *ἀπό*, oder *ὡς ἀπ'*.

ganzen Inhalt der *στοιχεῖα* wesentlich als eigene Erfindung des Euklid betrachtet haben (eine bestimmte Aussage kann ich jedoch nicht anführen). Jedoch hat schon Petrus Ramus: scholae mathematicae. Basil. 1569 S. 23 das Verhältnis wesentlich richtig aufgefaſst: magna laus Euclidis, si vera ista sunt, inchoata perficere, ex incertis certa facere, sed maxime omnium indigesta componere. haec, inquam, magna laus, quamvis nullius elementi inventum interea Euclidi tribuatur, sed expositio operis et exornatio. ergo Euclides *στοιχειωτής* hactenus efficitur a Proclo, ut sit elementorum non inventor, sed demonstrator, sed compositor. Eben das liegt augenscheinlich in derjenigen Proklusstelle, die Ramus hier vor Augen hat, S. 68, 7: *Εὐκλείδης ὁ τὰ στοιχεῖα συναγαγὼν καὶ πολλὰ μὲν τῶν Εὐδόξου συντάξας, πολλὰ δὲ τῶν Θεαιτήτου τελεωσάμενος, ἔτι δὲ τὰ μαλακώτερον δεικνύμενα τοῖς ἔμπροσθεν εἰς ἀνελέγκτους ἀποδείξεις ἀναγαγών.*[1]) Doch haben erst Bretschneiders Untersuchungen (Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Leipzig 1870) gröſseres Licht über diese Frage verbreitet. Es steht nach ihnen fest, daſs der wesentliche Stoff der Elemente vollständig fertig da lag, daſs wir hier Euklid nicht als schöpferisches Genie zu bewundern haben, sondern nur sein feines mathematisches Gefühl für wesentliches und unwesentliches, seine ordnende Hand und das Stringens seiner Beweise, Eigenschaften, die Jedermann mit Proklus (oben S. 31 f.) in den Elementen erkennt. Als Beispiel seines Konservativismus den Vorarbeiten gegenüber kann daran erinnert werden, daſs er, nachdem er im V. Buch die Proportionensätze für allgemeine Gröſsen bewiesen hat, dennoch im VII. genau dieselben Sätze für Zahlen nochmals beweist, ungeachtet daſs Euklid natürlich ebenso gut als Aristoteles (Analyt. post. I, 7) wuſste, daſs Zahlen nur eine spezielle Form von Gröſsen sind, und daſs somit das für diese bewiesene jedenfalls auch von jenen gelte. Aber wahrscheinlich verhält es sich hiermit so: die Zahlenlehre, wie sie in den Büchern VII—IX enthalten ist, geht gewiſs auf die älteren Pythagoreer zurück und mag in ähnlicher Gestalt in den Elementen des Hippokrates und des Leon aufgenommen gewesen sein; dann trat Eudoxus (der später als Leon lebte; s. Proklus S. 67, 2: *Εὔδοξος δὲ ὁ Κνίδιος Λέοντος μὲν ὀλίγῳ νεώτερος*) mit einer neuen, auch inkommensurable Gröſsen umfassenden Definition der Proportionalität auf, wie sie sich V def. 5 findet (denn V. Buch gehört nach einem Scholion — *εὕρημα Εὐδόξου* August II S. 329 — dem Eudoxus, d. h. er stellte jene Definition auf, und gestaltete die schon bekannten Proportionensätze

1) Über Euklids gewissenhafte Benutzung der Vorgänger, die er lieber besserte als verlieſs, s. auch Pappus VII, 34 S. 676: *ὁ δὲ Εὐκλείδης ἀποδεχόμενον τὸν Ἀρισταῖον ἄξιον ὄντα, ἐφ' οἷς ἤδη παραδεδώκει κωνικοῖς, καὶ μὴ φθάσας ἢ μὴ θελήσας ἐπικαταβάλλεσθαι τούτων τὴν αὐτὴν πραγματείαν.*

nach ihr um); diese Erweiterung nahm dann Euklid neben dem älteren Bestand der Elemente auf ohne diesen aufgeben zu wollen. Ob Euklid zuerst diese Neuerung des Eudoxus ausnutzte oder schon Theudius vor ihm, ist nicht sicher; doch ist das erstere bei weitem das wahrscheinlichere; denn von Euklid sagt Proklus, dafs er vieles von den Entdeckungen des Eudoxus in das System der Elemente einreihte (*συντάξας* S. 68, 8), was sowohl auf Buch V. als auf die stereometrischen Entdeckungen des Eudoxus (s. unten) zu beziehen sein dürfte, während er dem Theudius nichts solches nachrühmt, sondern nur dafs er gute Elemente verfafste und vieles verallgemeinerte (S. 67, 14).

Bei aller Abhängigkeit von den Vorgängern ist jedoch selbstverständlich nicht ausgeschlossen, dafs Euklid hie und da eigenes hinzufügte, sowohl neue Sätze als neue Beweise. Namentlich das letztere rühmt ihm ja Proklus nach (oben S. 33). Im einzelnen können wir jedoch nur sehr wenig als Euklidisch nachweisen. Nach Proklus (oben S. 33) hat er vieles von den Untersuchungen des Theätet vervollkommnet; also, da Theätet sich besonders mit Inkommensurabilität und Irrationalität beschäftigte, darf wohl einiges von dem sehr umfangreichen und vollständigen X. Buche dem Euklid selbst angeeignet werden, was und wie viel, wissen wir nicht. Von Eudoxus sagt Archimedes (quadr. parab. praef. II S. 296, 18 ff.), dafs er mittelst des Lemma, das bei Euklid X, 1 steht, bewiesen habe, dafs eine Pyramide der dritte Teil eines Prisma mit gleicher Höhe und Grundfläche sei, und der Kegel unter gleicher Bedingung ebenso der dritte Teil des Cylinders. Dafs unter den ältern Geometern, von welchen Archimedes hier redet, Eudoxus zu verstehen ist, geht aus der Vorrede zu de sphaera et cyl. I S. 4, 11 hervor, wo diese beiden Sätze ausdrücklich ihm vindiciert werden. Nicht ganz sicher ist es, dafs auch der Satz, dafs Kugeln sich wie die Kuben der Durchmesser verhalten, dem Eudoxus beigelegt werden dürfe; denn er ist I S. 4 nicht genannt; aber aus II S. 296 erfahren wir jedenfalls, dafs auch dieser Satz von den frühern mittelst jenes Lemma bewiesen wurde. Nun steht der Satz von dem Kegel bei Euklid XII, 10 und im Beweis wird wirklich X, 1 benutzt; wir haben wohl also hier den ursprünglichen Beweis des Eudoxus. Der Satz von der Pyramide ist bei Euklid XII, 7 etwas anders ausgedrückt: *πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας* (vgl. das *πόρισμα* II S. 214 August), und im Beweise wird X, 1 nicht angewandt. Wenn nun nach Proklus Euklid es war, der zuerst die Entdeckungen des Eudoxus für die *στοιχείωσις* verwertete, dürfen wir in der Gestalt und dem Beweis dieses Satzes eine selbständige Neuerung des Euklid erkennen. Ähnlich wird es sich mit dem Satze von der Kugel verhalten, in dessen Beweis XII, 18 eben so wenig von X, 1 Gebrauch gemacht

wird. Hierzu kommt noch, dafs der aufgenommene Beweis des Pythagoreischen Lehrsatzes (I, 47) dem Euklid selbst angehört, sowie auch die Verallgemeinerung dieses Satzes in VI, 31: *ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις*; hierfür haben wir das ausdrückliche Zeugnis des Proklus S. 426, 9 ff.: *ἐγὼ δὲ θαυμάζω μὲν καὶ τοὺς πρώτους ἐπιστάντας τῇ τοῦδε τοῦ θεωρήματος ἀληθείᾳ, μειζόνως δὲ ἄγαμαι τὸν στοιχειωτήν, οὐ μόνον ὅτι δι' ἀποδείξεως ἐναργεστάτης τοῦτο κατεδήσατο, ἀλλ' ὅτι καὶ τὸ καθολικώτερον αὐτοῦ τοῖς ἀνελέγκτοις λόγοις τῆς ἐπιστήμης ἐπίεσεν ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ*. Hiermit ist alles erschöpft, was wir mit einiger Sicherheit als Euklids Eigentum beanspruchen dürfen, wenn wir noch hinzufügen, dafs er die Einteilung der Vierecke vervollständigte durch Erfindung des Namens *παραλληλόγραμμον*; s. Proklus S. 392, 20: *ἔοικεν δὲ καὶ αὐτὸ τὸ ὄνομα τῶν παραλληλογράμμων ὁ στοιχειωτὴς συνθεῖναι τὴν ἀφορμὴν λαβὼν ἀπὸ τοῦ προειρημένου θεωρήματος* (I, 34); S. 393, 1: *τὸ δὲ ὑπὸ παραλλήλων περιεχόμενον εἰκότως παραλληλόγραμμον ἐκάλεσεν, ὡς τὸ ὑπὸ εὐθειῶν γραμμῶν περιεχόμενον εὐθύγραμμον προείρηκεν. καὶ ὁ μὲν στοιχειωτὴς δῆλός ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον ὡς ἐν τετραπλεύροις τιθέμενος*. Dafs das Wort schon bei Archytas in dem bei Eutokius zu Archimedes III S. 98 ff. aufbewahrten Excerpt des Eudemus vorkommt (S. 98, 27), beweist nur, dafs Eudemus es sich nicht immer angelegen sein liefs, seine Excerpte wörtlich mitzuteilen, wie man für dieses Fragment auch sonst vermutet hat (Cantor, Vorlesungen I S. 197).

Man hat die Frage aufgeworfen, ob die Form der Elemente mit dem Inhalte von Vorgängern übernommen sei oder von Euklid selbst erfunden (Cantor, Vorlesungen I S. 236—37). Ich mufs mit Cantor das letztere unbedingt verneinen. Proklus (oben S. 31) rühmt die Wahl der Sätze, die Schärfe und Klarheit der Beweise, das schön gegliederte System, die Methode[1]), aber dafs der Bau

---

1) Man vergleiche noch die folgenden Stellen: S. 69, 9: *ἔτι δὲ τοὺς τῶν συλλογισμῶν παντοίους τρόπους τοὺς μὲν ἀπὸ τῶν αἰτίων λαμβάνοντας τὴν πίστιν τοὺς δὲ ἀπὸ τεκμηρίων ὡρμημένους, πάντας δὲ ἀνελέγκτους καὶ ἀκριβεῖς καὶ πρὸς ἐπιστήμην οἰκείους, πρὸς δὲ τούτοις τὰς μεθόδους ἁπάσας τὰς διαλεκτικάς κτλ.* S. 69, 24: *ἔτι δὲ λέγομεν τὴν συνέχειαν τῶν εὑρέσεων, τὴν οἰκονομίαν καὶ τὴν τάξιν τῶν τε προηγουμένων καὶ τῶν ἑπομένων, τὴν δύναμιν, μεθ' ἧς ἕκαστα παραδίδωσιν.* S. 74, 9, nachdem er zu einem Lehrbuche die Forderung gestellt hat, es müsse nichts Überflüssiges enthalten, alles Wesentliche mitnehmen, deutlich und kurz sein, die Theoreme allgemein stellen (S. 73—74), fährt er so fort: *κατὰ πάντας δὲ τούτους τοὺς τρόπους εὕροι τις ἂν τὴν Εὐκλείδου στοιχείωσιν τῶν ἄλλων διαφέρουσαν· τὸ μὲν γὰρ χρήσιμον αὐτῆς εἰς τὴν περὶ τῶν ἀρχικῶν σχημάτων συντελεῖ θεωρίαν, τὸ δὲ σαφὲς καὶ διηρθρωμένον ἡ ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων ἐπὶ τὰ ποικιλώτερα μετάβασις ἀπεργάζεται καὶ ἡ ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν καταβολὴ τῆς θεωρίας, τὸ δὲ καθολικὸν τῆς*

des Ganzen und die feste Form der Beweise eigene Erfindung des Euklid seien, sagt er nirgends; und doch ist er mathematisch begabt genug, um die Bedeutung eines solchen Fortschrittes zu erkennen, begeistert genug für seinen Euklid um jeden ihm zukommenden Ruhm begierig hervorzuheben. Das Aufbauen des grofsartigen Gebäudes auf wenigen Axiomen dürfte eine Frucht des platonischen Denkens sein, die Gliederung des Beweises von den frühesten Zeiten übernommen, und schliefslich ihre Keime bei den Ägyptern gefunden werden. So viel läfst sich aus Proklus entnehmen, dafs Euklid die Systematisierung vervollkommnet habe, mehr aber nicht; in sämtlichen Stellen ist von der Form der Euklidischen Elemente als dem Gipfel des bisherigen (*διαφέρουσα τῶν ἄλλων* S. 74, 11) die Rede, nicht als von einer neuen Schöpfung des eigenen Geistes. Proklus erläutert S. 203 ff. an dem ersten Satz der Elemente die logische Gliederung, die Namen der verschiedenen Teile und bemerkt dann: *τούτοις δὲ προσέθηκεν τὸ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι δεικνύς, ὅτι τὸ συμπέρασμα προβληματικόν. καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν θεωρημάτων προστίθησι τὸ ὅπερ ἔδει δεῖξαι* (S. 210, 4 ff.) und (S. 210, 10): *ὅλως μὲν οὖν ἐπάγει ταῦτα τοῖς συμπεράσμασιν ἐνδεικνύμενος, ὅτι τὰ τῆς προτάσεως γέγονεν.* Vielleicht darf man hieraus entnehmen, dafs diese Sitte von Euklid eingebürgert worden ist; aber wenn man solche Einzelheiten hervorheben konnte, mufs die Form im ganzen bei den Vorgängern und bei Euklid die gleiche gewesen sein; und selbst hier wird nicht gesagt, dafs diese Sitte von Euklid eingeführt worden, sondern nur, dafs er ihr konsequent gefolgt ist.

Zur ebenen Geometrie gehört noch *περὶ διαιρέσεων*; Proklus S. 68, 23: *πολλὰ μὲν οὖν καὶ ἄλλα τοῦ ἀνδρὸς τούτου μαθηματικὰ συγγράμματα θαυμαστῆς ἀκριβείας καὶ ἐπιστημονικῆς θεωρίας μεστά. τοιαῦτα γὰρ καὶ τὰ ὀπτικὰ καὶ τὰ κατοπτρικά, τοιαῦται δὲ αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις, ἔτι δὲ τὸ περὶ διαιρέσεων βιβλίον.* Die Hauptstelle ist Proklus S. 144, 18: *δεύτερον δὲ ἀπὸ τῆς ὁλότητος τελειοῦται* (*ὁ τοῦ σχήματος λόγος* S. 144, 11) *τῆς εἰς τὰ ἀνόμοια μέρη διακρινομένης, ὅθεν δὴ καὶ αὐτὸς ἑκάστῳ τῶν εἰδῶν ἐπιφέρει τὸ ὅλον, καὶ τῶν σχημάτων ἕκαστον εἰς διάφορα αὐτῶν εἴδη τέμνεται. καὶ γὰρ ὁ κύκλος εἰς ἀνόμοια τῷ λόγῳ καὶ ἕκαστον τῶν εὐθυγράμμων διαιρετόν ἐστιν, ὃ καὶ αὐτὸς ὁ στοιχειωτὴς ἐν ταῖς διαιρέσεσι πραγματεύεται τὸ μὲν εἰς ὅμοια τὰ δοθέντα σχήματα διαιρῶν τὸ δὲ εἰς ἀνόμοια.* Die Wörter *ὅμοια* und *ἀνόμοια* hat Savilius prael. S. 18 als figurae similes et dissimiles aufgefafst; dann ist aber der Zusatz *τῷ λόγῳ* unerklärbar. Wie Woepcke diese Worte aufgefafst, ist mir nicht klar; er sagt S. 219: en même temps les propositions 31, 33, 35, 36 [1]) du traité que je traduis ici me semblent présenter

ἀποδείξεως ἢ διὰ τῶν πρώτων θεωρημάτων καὶ ἀρχοειδῶν ἐπὶ τὰ ζητούμενα μετάβασις.

1) Sie handeln davon, ein Dreieck, ein Trapez, ein Viereck in meh-

cette division: *εἰς ἀνόμοια τῷ λόγῳ σχήματα*, dont parle Proclus et dont le traité de l'édition d'Oxford n'offre aucun exemple. *ἀνόμοια τῷ λόγῳ* ist: begriffsunähnlich; der *λόγος* ist *λόγος σχήματος* (S. 144, 11), der Begriff der Figur; *εἰς ἀνόμοια σχήματα διαιρεῖν* ist also z. B. Dreiecke in Vierecke, Vierecke in Dreiecke zu zerlegen. Eine Übersetzung der ganzen Stelle wird diese Auffassung stützen: „zweitens wird der Begriff der Figur durch den Begriff eines Ganzen zustande gebracht, das in ungleiche Teile zerlegt werden kann, weshalb er auch jeder einzelnen Art den Begriff eines Ganzen zuführt, und jede Figur in verschiedene Arten von Figuren geteilt werden kann. Denn sowohl der Kreis wird in begriffsunähnliche Figuren zerlegt als auch jede gradlinige Figur, was auch Euklid selbst im Buche von den Teilungen bewerkstelligt, indem er die gegebenen Figuren sowohl in begriffsähnliche als in begriffsunähnliche zerlegt".

Wie diese Schrift uns erhalten ist, haben wir oben gesehen (S. 13 ff.). Hier gebe ich nur eine Übersicht des Inhalts nach Woepcke (vgl. Woepcke S. 245—46). Von einigen Hilfssätzen abgesehen (18, 21—25) beschäftigen sich die 36 Sätze mit der Teilung von Dreiecken, Trapezen, Parallelogrammen, Vierecken, eines Cirkelsectors und eines Kreises. 1—2: ein Dreieck in zwei und drei gleiche Teile zu zerlegen mittelst einer der Grundlinie parallelen Geraden. 3: ein Dreieck in zwei gleiche Teile zu zerlegen mittelst einer Geraden, die durch einen auf einer Seite gelegenen Punkt geht. 4—5: die Aufgaben 1—2 für Trapeze. 6: die Aufgabe 3 für Parallelogramme. 7: Aufgabe 6 dahin verallgemeinert, dafs jetzt ein gegebenes Stück von einem Parallelogramm auf der angegebenen Weise abgeschnitten werden soll. 8: Aufgabe 3 für Trapeze, mit der Beschränkung, der Punkt solle auf „der oberen Seite" des (Parallel-)trapezes liegen. 9: Aufgabe 7 für Trapeze mit der nämlichen Beschränkung. 10—11: ein Parallelogramm in zwei gleiche Teile zu zerlegen und einen gegebenen Teil desselben abzuschneiden mittelst einer Geraden, die durch einen Punkt aufserhalb des Parallelogrammes geht. 12—13: die Aufgaben 6—7, 10—11 für Trapeze. 14—15: (unregelmäfsige) Vierecke in zwei gleiche Teile zu zerlegen und einen gegebenen Teil derselben abzuschneiden mittelst einer durch eine Winkelspitze gehenden Geraden. 16—17: die Aufgaben 6—7 für (unregelmäfsige) Vierecke. 19—20: ein Dreieck in zwei gleiche Teile zu zerlegen, und einen gegebenen Teil desselben abzuschneiden mittelst einer Geraden, die durch einen Punkt innerhalb des Dreiecks geht. 26—27: die Aufgaben 10—11 für Dreiecke. 28—29 s. oben S. 14 f. 30—33: die Aufgaben 1—2, 4—5, nur dafs jetzt

rere Teile nach gegebenen Verhältnissen zu teilen, und Woepcke scheint darauf Gewicht zu legen, dafs die Figuren in mehrere Teile geteilt werden.

die Teile nicht gleich sind, sondern ein gegebenes Verhältnis haben. 34: Aufgabe 14 mit derselben Änderung. 35: ein Viereck auf derselben Weise in mehrere Teile von gegebenen Verhältnissen zu zerlegen. 36: Vierecke in zwei oder mehrere Teile von gegebenen Verhältnissen zu zerlegen mittelst Linien, die durch einen auf einer Seite gelegenen Punkt gehen. Zu den Aufgaben 12, 13, 36 sind Determinationen angegeben. Sämtliche Aufgaben schliefsen sich also enge an die *στοιχεῖα* an, und deren Lösung setzt keine andere Kenntnisse voraus, als die darin enthalten sind (denn die Hilfsätze sind sehr leicht aus derselben Quelle ableitbar, s. S. 32).

Zu diesen Schriften schliefst sich am natürlichsten eine verlorene Abhandlung von philosophisch-mathematischem Inhalt, die sehr interessant gewesen zu sein scheint, die *ψευδάρια* (Trugschlüsse), wovon wir nichts wissen, als was Proklus berichtet S. 70, 1 ff.: *ἐπειδὴ δὲ πολλὰ φαντάζεται μὲν ὡς τῆς ἀληθείας ἀντεχόμενα καὶ ταῖς ἐπιστημονικαῖς ἀρχαῖς ἀκολουθοῦντα, φέρεται δὲ εἰς τὴν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν πλάνην καὶ τοὺς ἐπιπολαιοτέρους ἐξαπατᾷ, μεθόδους παραδέδωκεν καὶ τῆς τούτων διορατικῆς φρονήσεως, ἃς ἔχοντες γυμνάζειν μὲν δυνησόμεθα τοὺς ἀρχομένους τῆς θεωρίας ταύτης πρὸς τὴν εὕρεσιν τῶν παραλογισμῶν, ἀνεξαπάτητοι δὲ διαμένειν. καὶ τοῦτο δὴ τὸ σύγγραμμα, δι' οὗ τὴν παρασκευὴν ἡμῖν ταύτην ἐντίθησι, Ψευδαρίων ἐπέγραψεν τρόπους τε αὐτῶν ποικίλους ἐν τάξει διαριθμησάμενος καὶ καθ' ἕκαστον γυμνάσας ἡμῶν τὴν διάνοιαν παντοίοις θεωρήμασι καὶ τῷ ψεύδει τὸ ἀληθὲς παραθεὶς καὶ τῇ πείρᾳ τὸν ἔλεγχον τῆς ἀπάτης συναρμόσας. τοῦτο μὲν οὖν τὸ βιβλίον καθαρτικόν ἐστι καὶ γυμναστικόν, ἡ δὲ στοιχείωσις αὐτῆς τῆς ἐπιστημονικῆς θεωρίας τῶν ἐν γεωμετρίᾳ πραγμάτων ἀνέλεγκτον ἔχει καὶ τελείαν ὑφήγησιν.*[1]) Die Zusammenstellung mit den *στοιχεῖα* und die Bemerkung, das Buch sei besonders für Anfänger nützlich, läfst vermuten, dafs wir mit diesem Werke noch nicht das Gebiet der niederen (elementären) Geometrie überschritten haben.

---

1) Auf dieses Werk bezieht sich vielleicht der Scholiast zu Platons Theätet 191 B (VI S. 248 ed. Hermann): *ἐπειδὰν ἡμᾶς ἐρωτᾷ περὶ τῶν ἔξω τῆς αἰσθήσεως, εἰ δυνατὸν συστῆναι ψευδοδοξίαν, οἷον ἐπὶ τῶν παρὰ τοῖς γεωμέτραις καλουμένων ψευδαριθμῶν· οὐ γὰρ διὰ μῖξιν αἰσθήσεως ψευδογραφοῦσιν.* Denn statt *ψευδαριθμῶν* mufs mit Ruhnken *ψευδαρίων* gelesen werden, weil von *ἀριθμοί* bei den Geometern die Rede nicht sein kann, und weil von den Zahlen nicht gesagt werden kann, sie seien *ἔξω τῆς αἰσθήσεως*; endlich kommt das Wort sonst nicht vor, und wir können in diesem Zusammenhange kaum einen Gedanken damit verbinden. Auch Alexander Aphrod. in Aristot. *σοφιστ. ἐλέγχ.* (Venet. 1520) fol. 25 b: *οὐ μόνον δὲ τοὺς μὴ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν ὡρμημένους τῆς ἐπιστήμης, ὑφ' ἣν ἐστι τὸ πρόβλημα, δοκοῦντας δὲ εἶναι ψευδεῖς ἐλέγχους φησί, ἀλλὰ καὶ τοὺς ἐκ τῶν οἰκείων μὲν τῆς ἐπιστήμης ἀρχῶν κατά τι δὲ παραλογιζομένους, οἷά εἰσι τὰ τοῦ Εὐκλείδου ψευδογραφήματα* scheint auf dieses Werk bezogen werden zu müssen, da von Fehlschlüssen bei Euklid selbst kaum die Rede sein kann, jedenfalls nie bei den Alten solche erwähnt werden.

Nicht weniger als in der elementären Geometrie war Euklid auch in der höheren thätig. Eine Einleitung bildeten die *δεδομένα*, bei Proklus, der in dem oben S. 36 angeführten Verzeichnis alle auf höhere Geometrie bezügliche Schriften Euklids übergeht und nur später gelegentlich von den Porismen zu sprechen kommt, nicht erwähnt, dagegen bei Theodorus Metochita S. 108 (oben S. 24) aufgeführt (*δεδομένων*) und von Eutokius mehrmals citiert (Neue Jahrb. Suppl. XI S. 364), mit Namen jedoch nur Komment. z. Archim. III S. 214, 11: *ἵνα δὲ καὶ τοῦτο ἀκολούθως τῇ στοιχειώσει τῶν Δεδομένων δοκῇ συνάγεσθαι.* Als dem *τόπος ἀναλυόμενος* angehörig werden die Data noch aufgeführt bei Pappus VII, 3 S. 636, und zwar zuerst, also als Einleitung: *τῶν δὲ προειρημένων τοῦ ἀναλυομένου βιβλίων ἡ τάξις ἐστὶν τοιαύτη· Εὐκλείδου δεδομένων βιβλίον α´*; derselbe giebt VII S. 638 eine kurze Übersicht des Inhalts, worin am Schlusse bedeutende Abweichungen von unserem Text hervortreten (genaueres hierüber im VI. Kapitel). Marinus, Schüler des Proklus, hat eine hübsche Einleitung dazu verfaſst, worin er zuerst mehrere Definitionen von *δεδομένον* mitteilt, was Euklid versäumt habe (S. 13 ed. Hardy: *αἰτιάσαιτο δ' ἄν τις αὐτὸν εὐλόγως ὡς οὐ πρότερον κοινῶς τὸ δεδομένον ὁρισάμενον ἀλλ' ἀμέσως τῶν εἰδῶν αὐτοῦ ἕκαστον*), und in der folgenden acquiesciert: *τῶν δὲ συνθετῶν ὁρισμῶν μόνος τέλειος ἔσται ὁ γνώριμον ἅμα καὶ πόριμον τὸ δεδομένον ἀφοριζόμενος* (S. 12)[1]), welche Definition auch bei Euklid vorausgesetzt werde (S. 13: *τῶν δὲ προειρημένων εἴη ἂν Εὐκλείδης πανταχοῦ τῷ πορίσασθαι χρώμενος, εἰ καὶ παραλιμπάνει τὸ γνώριμον ὡς παρεπόμενον τῷ πορίμῳ*). Dann wird der Nutzen dieser Disciplin kurz besprochen, und mit Pappus übereinstimmend dahin erklärt: *πρὸς τὸν ἀναλυόμενον λεγόμενον τόπον ἀναγκαιοτάτη ἐστὶν ἡ τούτου γνῶσις* (S. 13). Der *τόπος ἀναλυόμενος* wird von Pappus VII S. 634 so definiert: *ὁ καλούμενος ἀναλυόμενος κατὰ σύλληψιν ἰδία τίς ἐστιν ὕλη παρεσκευασμένη μετὰ τὴν τῶν κοινῶν στοιχείων ποίησιν τοῖς βουλομένοις ἀναλαμβάνειν ἐν γραμμαῖς δύναμιν εὑρετικὴν τῶν προτεινομένων αὐτοῖς προβλημάτων καὶ ἐς τοῦτο μόνον χρησίμη καθεστῶσα*, d. h. eine Schulung in der analytischen Methode der Griechen. Bei der Analysis, wo das gesuchte als be-

1) Unter den *ἁπλούστερον εἰρημένοι ὅροι* scheint ihm dieser am meisten zu gefallen (S. 11—12): *λείπεται δὲ ἐν τοῖς ὀνομαστικῶς ἀποδεδομένοις τὸ πόριμον, ὅπερ δοκεῖ μάλιστα τὴν κατάληψιν ἐμφαίνειν· καὶ γὰρ πᾶν τὸ πόριμον καταληπτὸν καὶ μόνον* (*καὶ γὰρ πᾶν* statt *οὐ γάρ* ist aus cod. Paris. 2348 aufgenommen); denn *τὸ καταληπτὸν* sei von allen als Merkmal des *δεδομένον* anerkannt (S. 11: *πάντες δὲ σχεδὸν ὥσπερ κοινὴν ἔννοιαν περὶ τοῦ δεδομένου δοκοῦσιν ἐσχηκέναι· καταληπτὸν γάρ τι αὐτὸ εἶναι ὑπέλαβον, ὡς αὐτὸ ἐμφαίνει τὸ τοῦ δεδομένου ὄνομα*). Auch Euklid scheine diese Definition gebilligt zu haben: *τῷ τοιούτῳ καὶ Εὐκλείδης ἐχρήσατο ὅρῳ τὰ εἴδη τοῦ δεδομένου πάντα ὑπογράφων* (S. 12). *ὅρῳ τά* habe ich für *ὁρώμενα* emendiert; denn in cod. Paris. 2348 steht *ὁρῶν τά.*

kannt angenommen wird, und dann rückwärts geschlossen, bis man zu einer in den Elementen bewiesenen Relation anlangt, mufste unterwegs immer die Frage entstehen, unter welchen Bedingungen dieses oder jenes Stück der Figur gegeben (d. h. bestimmt) sei, wie es denn auch in den uns überlieferten Analysen (bei Pappus und Archimedes de sphaera et cylindro II) stets der Fall ist. Es war also sehr naheliegend die am häufigsten zur Anwendung kommenden Sätze dieser Art zu sammeln, und so die *στοιχεῖα* des *τόπος ἀναλυόμενος* zu geben. Eben das hat nun Euklid in seinen *δεδομένα* gethan, und zwar vermutlich zuerst; wenigstens wird uns von keinem anderen derartigen Versuch (weder früher noch später) berichtet. Dagegen sind hier die einzelnen Sätze eben so wenig wie in den *στοιχεῖα* als sein Eigentum zu betrachten; dem Inhalt nach gehen sie nicht über die *στοιχεῖα* hinaus, folgen ihnen vielmehr von Satz zu Satz, und waren also mit jenen zugleich erkannt; was die Form betrifft, konnten die Sätze der Elemente in gröfserem Umfange erst dann als *δεδομένα* gestellt werden, als Platon die Analyse zu einer wissenschaftlichen Methode erhoben hatte, also so kurz vor Euklid, dafs an einer früheren Zusammenstellung derselben in einem besonderen Buche kaum zu denken ist. Von dem Charakter des Euklidischen Werkes sagt Marinus S. 14: *πρὸς ταύτην τοίνυν τὴν τῶν δεδομένων*[1]) *ἐπιστημονικὴν κατάληψιν χρησιμωτάτην οὖσαν τὸ τῶν δεδομένων βιβλίον ὁ Εὐκλείδης*[2]) *ἐξεπόνησεν, ὃν καὶ στοιχειωτὴν κυρίως ἐπωνόμασαν.*[3]) *πάσης γὰρ σχεδὸν μαθηματικῆς ἐπιστήμης στοιχεῖα καὶ οἷον εἰσαγωγὰς προέταξεν ὡς γεωμετρίας μὲν ὅλης ἐν τοῖς ιγ´ βιβλίοις καὶ ἀστρονομίας ἐν τοῖς φαινομένοις καὶ μουσικῆς δὲ καὶ ὀπτικῆς ὁμοίως στοιχεῖα παραδέδωκεν*[4]) *καὶ δὴ καὶ τῆς περὶ τοῦ δεδομένου ταύτης πραγματείας ἐν τῷ προκειμένῳ βιβλίῳ στοιχείωσιν ἀναλυτικὴν ἐποιήσατο.* Und weiter unten S. 15: *προσκείσθω δὲ τοῖς εἰρημένοις καὶ ἡ περιγραφὴ τῆς περὶ αὐτοῦ ἐπιστήμης. ἔσται δὴ αὐτή, ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων φανερόν, κατάληψις τῶν δεδομένων κατὰ πάντα τρόπον καὶ τῶν περὶ αὐτὰ συμβαινόντων. ἰδίως δὲ καὶ ὡς πρὸς τὸ προκείμενον βιβλίον λεγέσθω εἶναι μέθοδος στοιχείωσιν περιέχουσα τῆς ὅλης περὶ τῶν δεδομένων ἐπιστήμης*; dann noch S. 16: *τρόπῳ δὲ τῆς διδασκαλίας οὐ τῷ κατὰ σύνθεσιν ἐνταῦθα ἠκολούθησεν ἀλλὰ τῷ κατὰ ἀνάλυσιν.*

Πᾶν γε μὴν τὸ δεδομένον καθ' ἕνα τούτων δίδοται τῶν τρόπων ἢ θέσει ἢ λόγῳ ἢ μεγέθει ἢ εἴδει sagt Proklus S. 205, 13, und mit den Definitionen dieser Begriffe beginnen die *δεδομένα*; es wird

1) So statt *δεδομένον* aus cod. Paris. 2348, woraus ich noch folgendes aufgenommen habe: Lin. 6 *καὶ* st. *καὶ τῆς*; Lin. 8 *καὶ δὴ καί* st. *καί*; ibid. *τοῦ*; Lin. 11 *αὐτοῦ* st. *αὐτῶν* und *ἔσται δή* st. *ἔστι δέ*; Lin. 14 *τῶν δεδομένων* st. *τοῦ δεδομένου*; Lin. 15 *τῆς* und *τῷ*.

2) *Εὐκλίδης* vulgo.

3) S. oben S. 30 not.

4) *περιδέδωκεν* vulgo.

dann von Gröfsen überhaupt, von Linien, von gradlinigen Figuren, von Kreisfiguren nach diesen vier Gattungen gehandelt. Vgl. die Einteilungen und Inhaltsübersichten bei Pappus VII S. 636 und Marinus S. 15—16.

Hieran schliefsen sich die folgenden zwei Schriften, von Pappus ebenfalls zum *τόπος ἀναλυόμενος* gestellt:

πορίσματα drei Bücher; s. Pappus VII S. 636, 21: *Εὐκλείδου πορισμάτων τρία*; vgl. VII S. 866: *πορισμάτων α' β' γ'*, und Proklus S. 302, 12: *τοιαῦτα ἄρα ἐστὶν καὶ ὅσα Εὐκλείδης πορίσματα γέγραφε γ' βιβλία πορισμάτων συντάξας.* Übersicht des Inhalts bei Pappus VII S. 648, Lemmata dazu ebend. S. 866. Vgl. Proklus S. 212, 13.

τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ zwei Bücher; s. Pappus VII S. 636, 23: *Εὐκλείδου τόπων τῶν πρὸς ἐπιφανείᾳ δύο.* Vgl. VII S. 1004.

An derselben Stelle würde Pappus gewifs auch die vier Bücher *κωνικά* des Euklid mit aufgeführt haben, wenn sie nicht von den *κωνικά* des Apollonius aus dem Gebrauche verdrängt wären. Uns wird nur von Pappus VII S. 672 davon berichtet: *τὰ Εὐκλείδου βιβλία δ' κωνικῶν Ἀπολλώνιος ἀναπληρώσας καὶ προσθεὶς ἕτερα δ' παρέδωκεν η' κωνικῶν τεύχη.* Offenbar nicht ohne Verwunderung bemerkt hierzu ein Scholiast (Hultsch III S. 1187): *ὅτι καὶ ὁ Εὐκλείδης κωνικῶν δ' βιβλία γέγραφεν.*

Von diesen drei Schriften wird im III. Kapitel ausführlicher gehandelt werden.

Die Elemente der Astronomie hat Euklid in den *φαινόμενα* gegeben (vgl. Marinus oben S. 40 und Theodorus Metochita oben S. 24: *ἀστρονομικῶν ἐπισκέψεων*)[1]; Lemmata zu ihnen giebt Pappus VI S. 594—632; vgl. VI S. 632, 16: *ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἱκανὰ τοῦ συντάγματος Εὐκλείδου τῶν φαινομένων μόνον ἕνεκεν*; es scheint daraus hervorzugehen, dafs der ihm vorliegende Text nicht ganz mit dem unsrigen übereinstimmte (Hultsch S. 601; vgl. unten). Die *φαινόμενα* bestehen aus 18 Sätzen und enthalten die geometrischen (sphärischen) Grundlagen der Beobachtung auf dem Himmel. Euklid hat sich hier an Autolykus *περὶ κινουμένης σφαίρας* angelehnt, aber sehr bedeutende Fortschritte gemacht. Ob er noch andere Vorarbeiten dabei benutzt hat, wissen wir nicht; Autolykus wird aber, zwar nicht mit Namen, aber doch ausdrücklich angeführt. So beziehen sich die Worte 2 S. 564 (ed. Gregorius): *ὅτι μὲν οὖν ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΒΕΓ ὁρίζοντα δὶς ὀρθός ἐστι, δέδεικται* auf Autolykus *περὶ κιν. σφ.* 10: *ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τον ἄξονα ὁρίζῃ τό τε φανερὸν τῆς σφαί-*

---

1) Vgl. Philoponus Comment. in Aristot. Phys. II fol. f. IIII verso (Venet. 1535): *ὁ δὲ Αὐτόλυκος περὶ κινουμένης σφαίρας γράψας καὶ ὅσα συμβαίνει τῇ κινουμένῃ σφαίρᾳ μερικώτερός ἐστι τοῦ Θεοδοσίου καὶ μᾶλλον τῷ φυσικῷ προσεγγίζει· ἔτι τούτου μερικώτερα τὰ Εὐκλείδου φαινόμενα καὶ ἁπλῶς πᾶσα ἀστρονομία· ἐνταῦθα γὰρ καὶ ἡ οὐσία αὐτῇ συνεπινοεῖται* etc.

ρας καὶ τὸ ἀφανές, ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος ἐν μιᾷ περιφορᾷ τῆς σφαίρας δὶς ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. S. 562, 1 wird Autolykus 2 wörtlich und vollständig angeführt und dann im Verlaufe des Werkes häufig benutzt (2 S. 565; 4 S. 567; 5 S. 568 usw.). Man vergleiche noch folgende Stellen:

φαινομ. 3 S. 566:

οἱ δὲ τῷ ἄξονι πρὸς ὀρθὰς ὄντες κύκλοι καὶ τέμνοντες τὸν ὁρίζοντα τάς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ ὁρίζοντος ποιοῦνται.

Autolykus prop. 7:

ἐὰν ὁ ὁρίζων ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλος τό τε φανερὸν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανὲς λοξὸς ᾖ πρὸς τὸν ἄξονα, οἱ τῷ ἄξονι πρὸς ὀρθὰς ὄντες κύκλοι καὶ τέμνοντες τὸν ὁρίζοντα κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἀεὶ τοῦ ὁρίζοντος τάς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιοῦνται . .

φαινομ. 7 S. 570:

ὅτι μὲν οὖν ὁ τῶν ζωδίων κύκλος κατὰ πάντα τόπον τοῦ ὁρίζοντος τὸν μεταξὺ τῶν τροπικῶν ἀνατέλλει τε καὶ δύνει, φανερόν, ἐπειδήπερ μειζόνων ἐφάπτεται κύκλων, ἢ ὧν ὁ ὁρίζων ἐφάπτεται.

Autolykus prop. 11:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τὸν ἄξονα ὁρίζῃ τό τε φανερὸν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές, ἄλλος δέ τις λοξὸς μέγιστος κύκλος μειζόνων ἅπτηται, ἢ ὧν ὁ ὁρίζων ἅπτεται, κατὰ πᾶσαν τὴν τοῦ ὁρίζοντος περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων, ὧν ἐφάπτεται, τάς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιεῖται.

φαινομ. S. 562:

ἐὰν δὲ ἐν σφαίρᾳ μένων κύκλος δίχα τέμνῃ τινὰ τῶν μεγίστων κύκλων ἀεὶ φερόμενον, καὶ ὁ τέμνων μέγιστός ἐστιν.

Autolykus prop. 12:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μένων κύκλος φερόμενόν τινα κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἀεὶ τέμνῃ δίχα, μηδέτερος δὲ αὐτῶν μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἄξονι μήτε διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας, ἑκάτερος αὐτῶν μέγιστος ἔσται.

Als Fortschritte der Terminologie dem Autolycus gegenüber, und bei dem kurzen Zeitabstand dürfen sie wohl dem Euklid selbst angerechnet werden, kann bezeichnet werden, dafs der absolute Gebrauch des Wortes ὁ ὁρίζων als Horizont bei Euklid durchgedrungen ist (Definition S. 561: *ὁρίζων δὲ καλείσθω τὸ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον ἐκπίπτον εἰς τὸν κόσμον καὶ ἀφορίζον τὸ ὑπὲρ γῆν ὁρώμενον ἡμισφαίριον*), während bei Autolykus immer *κύκλος* hinzugedacht werden mufs, wenn nicht hinzugefügt ist. Man vgl. z. B. Autol. prop. 7 und 11 oben. Der Meridian ist dem Autolykus ὁ *διὰ τῶν πόλων*

τῆς σφαίρας κύκλος (prop. 10); Euklid aber definiert S. 561: *μεσημβρινὸς δὲ κύκλος καλείσθω ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας καὶ ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα*; jenen Ausdruck gebraucht er doch prop. 2 an Autolykus sich anlehnend. Vgl. Wolf: Geschichte d. Astronomie S. 115. Aber neben dem kleinen Buch des Autolykus stützt sich Euklid vielfach auf eine ziemlich entwickelte Sphärik von ausschliefslich mathematischem Inhalt. Ich will die wesentlichsten Stellen hier anführen und zum Vergleich die entsprechenden Sätze aus der Sphärik des Theodosius daneben stellen.[1])

φαινομ. S. 561:	Theodosius I, 1:
ἐὰν γὰρ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ κύκλος ἐστί.	*ἐὰν σφαιρικὴ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῇ, ἡ γενομένη ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστιν.*
S. 562:	I, 12:
ἐὰν δὲ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους δίχα, ἑκάτερος τῶν τεμνόντων μέγιστος ἔσται. Vgl. S. 561: *δίχα γὰρ τέμνουσιν ἀλλήλους.*	*ἐν σφαίρᾳ οἱ δίχα τέμνοντες ἀλλήλους κύκλοι μέγιστοί εἰσιν.*
2 S. 565, 8:	I, 13:
εἰ γὰρ ἔσται ὁ ΚΣΛ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΒΕΓΚ, τεμεῖ αὐτὸν διὰ τῶν πόλων.	*ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, δίχα αὐτὸν τέμνει καὶ διὰ τῶν πόλων.*
2 S. 564, 30:	I, 15:
καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν.	*ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ διὰ τῶν πόλων τέμνῃ, δίχα τε αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.*
2 S. 564, 21:	II, 5:
ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι . . ἐφάπτονται ἀλλήλων διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς ἁφῆς γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΞΘΟΠ, ὁ ΞΘΟΠ ἄρα ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ΘΒΠΓ πόλων.	*ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, ὁ διὰ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς συναφῆς μέγιστος κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ἑτέρου πόλων.*

---

1) Diese Beobachtung hat schon A. Nokk (Über die Sphärik des Theodosius. Karlsruhe 1847. S. 19 ff.) gemacht, auch die betreffenden Sätze summarisch zusammengestellt und die Folgerungen vollständig gezogen, was ich aber erst erfuhr, als dieser Teil meiner Arbeit längst fertig war.

2 S. 564, 5:

ἐπεὶ γὰρ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΩΒΓ, ΑΗΘΚ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΑΘΟ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΗΘ περιφέρεια τῇ ΘΚ, ἡ δὲ ΛΠ τῇ ΠΝ.

II, 9:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γραφῇ, δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων.

4 S. 567, 19:

καὶ ἔστωσαν παράλληλοι κύκλοι, καθ' ὧν φέρεται τὰ Ζ, Η σημεῖα οἱ ΘΚ, ΛΜ, καὶ διὰ τοῦ Ζ γεγράφθω μέγιστος κύκλος ὁ ΝΖΕ ἐφαπτόμενος τοῦ ΑΔΕ κύκλου, ὥστε ἀσύμπτωτον εἶναι τὸ ἀπὸ τοῦ Ε ἡμικύκλιον ὡς ἐπὶ τὰ Ζ, Ν μέρη τῷ ἀπὸ τοῦ Α ἡμικυκλίῳ ὡς ἐπὶ τὰ Α, Κ μέρη, ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΖ περιφέρεια τῇ ΜΝ περιφερείᾳ. Vgl. 5 S. 568.

II, 13:

ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι, καὶ γραφῶσι μέγιστοι κύκλοι, ἑνὸς μὲν αὐτῶν ἐφαπτόμενοι, τοὺς δὲ λοιποὺς τέμνοντες, αἱ μὲν τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν ἀσυμπτώτων ἡμικυκλίων τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσιν, αἱ δὲ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἴσαι εἰσίν.

4 S. 567, 22:

γεγράφθω μέγιστος κύκλος ὁ ΝΖΕ ἐφαπτόμενος τοῦ ΑΔΕ κύκλου. Vgl. oben.

II, 15:

κύκλου δοθέντος ἐν σφαίρᾳ ἐλάσσονος τοῦ μεγίστου καὶ σημείου τινὸς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ὅ ἐστι μεταξὺ αὐτοῦ τε καὶ τοῦ ἴσου τε καὶ παραλλήλου αὐτῷ, γράψαι διὰ τοῦ σημείου μέγιστον κύκλον ἐφαπτόμενον τοῦ δοθέντος κύκλου.

8 S. 572—73:

καὶ ἐπεὶ παράλληλοι οἱ ΘΛ, ΟΡ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφερείας τοῦ ΓΒ τὰς ΠΗ, ΗΚ ἴσας ἀφαιροῦσι πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων τὸν ΕΖ, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΘΛ κύκλος τῷ ΟΡ κύκλῳ. Vgl. 6 S. 569, 25.

II, 17:

οἱ ἴσας ἀφαιροῦντες ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι μεγίστου τινὸς κύκλου περιφερείας πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων ἴσοι εἰσίν.

8 S. 573:

ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι τε καὶ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΘΛ, ΟΡ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓΔ τὰς ΛΖ, ΖΡ ἀφαιροῦσι πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων τὸν ΕΖ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΖ τῇ ΖΡ περιφερείᾳ.

II, 18:

ἐν σφαίρᾳ οἱ ἴσοι τε καὶ παράλληλοι κύκλοι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι μεγίστου τινὸς κύκλου πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων.

6 S. 569:

ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *ΑΘ* κύκλος τῷ *ΒΓ* κύκλῳ· καί ἐστιν αὐτῶν τὰ ἐναλλὰξ τμήματα τὰ *ΑΘ*, *ΒΓ*· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ *ΑΘ* περιφέρεια τῇ *ΒΓ* περιφερείᾳ. Vgl. noch S. 560, 27. 2 S. 564, 33: ἐπεὶ ὁμοία ἐστὶν ἡ *ΘΗ* περιφέρεια τῇ *ΠΝ* περιφερείᾳ. S. 564, 37 usw.

II, 19:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος παραλλήλους τινὰς κύκλους τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων τέμνῃ, εἰς ἄνισα αὐτοὺς τεμεῖ.... τῶν δὲ ἴσων τε καὶ παραλλήλων κύκλων τὰ ἐναλλὰξ τμήματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

7 S. 571—72:

καὶ φανερόν, ὅτι ἄλλοτε ἄλλως ὑπὲρ ἡμᾶς ἵσταται (der Zodiacus). ὅταν μὲν γὰρ ἡ συναφὴ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου ᾖ ἐπὶ τῆς διχοτομίας τοῦ ὑπὲρ γῆς τμήματος τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ὀρθότατός ἐστι πρὸς ἡμᾶς, ὅταν δὲ ἐπὶ τῆς διχοτομίας τοῦ ὑπὸ γῆν τμήματος τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ταπεινότατός ἐστι πρὸς ἡμᾶς. καὶ ἀεὶ μὲν πορρώτερον γιγνόμενος τῆς διχοτομίας τοῦ ὑπὲρ γῆς τμήματος τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ μᾶλλον ἔσται κεκλιμένος, ὁμοίως δὲ ἔσται κεκλιμένος ἴσον ἀπέχων ὁποτερασοῦν τῶν διχοτομιῶν.

II, 22:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἕτερον δὲ τούτῳ παράλληλον τέμνῃ μεταξὺ ὄντα τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ οὗ ἐφάπτεται ὁ μέγιστος κύκλος, ἔτι δὲ ὁ πόλος τοῦ μεγίστου μεταξὺ ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ γραφῶσι μέγιστοι κύκλοι ἐφαπτόμενοι τοῦ μείζονος τῶν παραλλήλων, κεκλιμένοι ἔσονται πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον, καὶ ὀρθότατος μὲν ἔσται ὁ τὴν συναφὴν ἔχων κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ μείζονος τμήματος, ταπεινότατος δὲ ὁ τὴν συναφὴν ἔχων κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, τῶν δὲ ἄλλων οἱ μὲν ἴσον ἀπέχοντες ὁποτερασοῦν τῶν διχοτομιῶν ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι, ἀεὶ δὲ ὁ πορρώτερον τὴν συναφὴν ἔχων τῆς διχοτομίας τοῦ μείζονος τμήματος τοῦ ἔγγιον μᾶλλον ἔσται κεκλιμένος, ἔτι δὲ οἱ πόλοι τῶν μεγίστων ἐπὶ ἑνὸς ἔσονται κύκλου παραλλήλου τε καὶ ἐλάσσονος, ᾗ ἐστιν ἐκεῖνος, οὗ ἐφάψεται ὁ ἐξ ἀρχῆς μέγιστος κύκλος.

8 S. 572:

ἔστωσαν καθ' ὧν φέρεται τὰ *Ν*, *Κ*, *Π*, *Τ* σημεῖα παράλληλοι κύκλοι οἱ *ΜΞ*, *ΘΛ*, *ΟΡ*, *ΣΤ*. ἐπεὶ οὖν αἱ *ΗΚ*, *ΚΝ*, *ΝΓ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ *ΖΛ*, *ΛΞ*, *ΞΓ* ἄρα

III, 7:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφάπτηται, ᾗ

μείζονές εἰσιν ἀλλήλων ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΖΔ.

ὧν ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτετο, ἔτι δὲ αἱ ἁφαὶ ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων παράλληλοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τὰς μεταξὺ αὐτῶν καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τῆς πορρώτερον.

Ich habe bei dieser Zusammenstellung den unechten Teil von prop. 2 nicht berücksichtigt, und dazu nur solche Stellen aufgenommen, welche in der bald zu besprechenden Redaction wesentlich unverändert sind.

Aus diesen Stellen mufs geschlossen werden, dafs schon vor Euklid ein elementäres Lehrbuch der Sphärik existierte, worauf er sich für diese Sätze berief. Zugleich liegt hierin ein Beweis dafür, dafs Theodosius nicht nur, wie man von vorn hinein mit Sicherheit vermuten konnte, den ganzen Stoff bereits vorfand und nichts Wesentliches selbständig hinzugethan hat, sondern sogar vieles fast wörtlich aus einem älteren Lehrbuch herübernahm; denn an vielen der angeführten Stellen stimmt der Wortlaut ziemlich genau mit Theodosius, und andere lassen die Übereinstimmung des zu Grunde liegenden Satzes auch in den Worten wenigstens ahnen. Von wem das voreuklidische Lehrbuch verfafst war, davon fehlt uns jede Nachricht; ob wir in der wissenschaftlichen und systematischen Ausbildung der Sphärik einen weiteren Verdienst des Eudoxus zu erkennen haben, oder noch weiter zurückgreifen müssen, — für die Beantwortung dieser Frage sind wir lediglich auf Vermutungen angewiesen.

Noch kann hinzugefügt werden, dafs in den Worten S. 557: *θετέον τοὺς κύκλους πάντας παραλλήλους εἶναι ὥστε πάντα τὰ ἀπλανῆ ἄστρα κατὰ παραλλήλων φέρεσθαι πόλον ἐχόντων τὸν προειρημένον ἀστέρα* Theodos. II, 1 liegt: *ἐν σφαίρᾳ οἱ παράλληλοι κύκλοι περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν*, wie in der Stelle S. 561: *τροπικοὶ δέ, ὧν ὁ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων κύκλος ἐφάπτεται τοὺς αὐτοὺς πόλους ἐχόντων τῇ σφαίρᾳ* Theodos. II, 1 und II, 8: *ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος πρός τινα κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ λοξὸς ᾖ, ἐφάψεται δύο κύκλων ἴσων μὲν ἀλλήλοις παραλλήλων δὲ τῷ προειρημένῳ.* Überhaupt folgt es von selbst, dafs aus dem Vorhandensein der oben

angeführten Sätze auf das vieler anderen geschlossen werden kann, wenn sie auch nicht ausdrücklich bei Euklid vorkommen. Zu dem 6 S. 569: *καὶ ἐπεὶ κατὰ διάμετρόν ἐστι τὸ μὲν Α σημεῖον τῷ Β, τὸ δὲ Ε τῷ Ζ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΒ περιφέρεια τῇ ΑΖ περιφερείᾳ* angedeuteten Satz hat Theodosius keinen genau entsprechenden.

Die Beweise sind in den *φαινόμενα* durchweg streng mathematisch und exact geführt, insofern sie echt sind, sodafs von dieser Seite her nichts zu wünschen übrig bleibt; für den astronomischen Bedarf aber fand man später das Werk unzureichend, s. Pappus VI S. 632: *ὅτι δὲ τὰ περὶ τὰς ἀνατολὰς καὶ δύσεις τῶν τοῦ ζωδιακοῦ δωδεκατημορίων ἀτελῆ καθέστηκεν, οἶμαι καὶ αὐτόν σε μὴ ἀγνοεῖν. ἕκαστον δὲ τούτων ἀπαραλείπτως ἔνεστί σοι καὶ ῥαδίως ἐντυγχάνοντι τοῖς ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου πεπραγματευμένοις περὶ τούτων συντάγμασιν ἐπιγινώσκειν.* Das lag aber ohne Zweifel eher in den starken Fortschritten der Astronomie als in Mängeln der Euklidischen Darstellung; für ihre Zeit reichte sie gewifs aus.[1])

Eben diese Unzulänglichkeit war die Ursache, warum die *φαινόμενα* stark bearbeitet und umgestaltet wurden und im Laufe der Zeiten viele Zuthaten erlitten. Es ist hier die Stelle um die Überlieferung dieser Schrift zu prüfen.

Dafs nun die *φαινόμενα* in der Gestalt, worin sie von Gregorius herausgegeben sind, sehr durch Zusätze verunziert sind, fällt sofort in die Augen. Denn für vier der 18 Sätze (6, 12, 14, 15) sind andere Beweise (*ἄλλως*) vorhanden, von denen der für prop. 6 indirekt ist, was in dieser Schrift sonst nirgends der Fall ist, und die zweiten Beweise für 12 und 14 weichen in der Sache zu wenig von den ersten ab, als dafs beide von demselben Verfasser herrühren könnten. Auch stehen, aufser einem als solches bezeichneten *σχόλιον* (zu prop. 14), noch vier Scholien im Text, die durch die Aufschrift *σχόλιον ἐκ περίσσου* als Zuthaten deutlich genug sich kundgeben (zu prop. 12 und drei zu prop. 14).

Dafs aber auch sonst Interpolationen vorkommen, zeigt eine Stelle bei Pappus, VI S. 594, 28: *ἐπὶ τοῦ β' θεωρήματος τῶν Εὐκλείδου φαινομένων παρεῖται καὶ διὰ τῆς ἀποδείξεως, ἐὰν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ τῶν τροπικῶν ᾖ ἢ ἐπί τινος αὐτῶν, ποσάκις ὁ ζῳδιακὸς πρὸς ὀρθὰς ἔσται πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἐν μιᾷ περιφορᾷ. διὸ ἀποδείξομεν ἡμεῖς* [VI, 105—107], *ὅτι, ἐὰν μὲν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος ἐπί τινος τῶν τροπικῶν ᾖ, ἅπαξ ὁ ζῳδιακός ἐστιν ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα ἐν μιᾷ περιφορᾷ, ἐὰν δὲ μεταξὺ τῶν τροπικῶν δίς.* Vgl. VI S. 474, 9: *ὁμοίως δὲ παραλείπουσιν ἐν τῷ β' θεωρήματι τῶν φαινομένων Εὐκλείδου, ποσάκις ὁ ζῳδιακὸς ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα.* Nun steht aber bei Gregorius prop. 2 S. 563, 30: *ἐὰν δὲ ἐπί τινος τῶν τροπικῶν ὁ πόλος ᾖ τοῦ ὁρίζοντος, ὁ τῶν ζῳδίων*

1) Über eine Ungenauigkeit in propp. 12, 13, 14 s. Nokk: Euklids Phänomene. Freiburg 1850. S. 50.

κύκλος ἅπαξ ὀρθὸς ἔσται πρὸς τὸν ὁρίζοντα. ὅταν δὲ ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ τῶν τροπικῶν κύκλων ὑπάρχῃ, δὶς ἔσται ὁ τῶν ζῳδίων κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα, und die Beweise folgen S. 565, 22 ff.[1]) und S. 565, 46 ff. Da Pappus hier unmöglich im Irrtum sein kann, sind die genannten Stücke also eine spätere Interpolation, wie schon Nokk, Euklids Phänomene S. 43 ff. und Über die Sphärik des Theodos. S. 18 erkannt hat.

Dagegen scheint mir, was Pappus vom 12. und 13. Satze sagt, mit unserem Text in Einklang zu sein. VI S. 598, 21: *ἐπὶ δὲ τοῦ ιβ' θεωρήματός φησιν ὁ Εὐκλείδης· τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις δύνουσιν καὶ ἐν μεγίστοις αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ, ἐν ἴσοις δὲ χρόνοις αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ. ζητεῖται δέ, διὰ τί περὶ μὲν τῆς καταδύσεως τούτων τῶν περιφερειῶν λέγει περὶ δὲ τῆς ἀνατολῆς οὐκέτι.* Bei Euklid lesen wir 12 S. 576: *τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις δύνουσιν καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν ἐν ἐλάσσοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ ἐν ἴσοις δὲ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου καὶ δύνουσιν καὶ ἀνατέλλουσιν.* Pappus will also nicht wörtlich citieren, und besonders konnte oder mufste er die letzten vier Worte weglassen, weil sein Tadel eben nur den ersten Teil betrifft; er will nämlich sagen, dafs man erwartet hätte, wie von den Untergangszeiten bewiesen wird, für welche Bogen sie am gröfsten sind, für welche kleiner und am kleinsten, so für die Aufgangszeiten ähnliche Bestimmungen zu erhalten, was ja nicht geschieht.[2]) Nur dieses hat daher Pappus, wenn auch nur zum Teil, suppliert VI, 113, wo er ausdrücklich für den letzten Teil auf die *φαινόμενα* verweist VI S. 606, 12: *ἀλλ' ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἑκάστη τῶν ΗΩ, ΩΟ, ΟΞ ἑκάστῃ τῶν ΒΜ, ΜΝ, ΝΞ ἀνατέλλει· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ στοιχείῳ δέδεικται.* Dafs Pappus in der That eben die Worte *καὶ δύνουσιν καὶ ἀνατέλλουσιν* bezeugt hat (sie gelten selbstverständlich nur den letzten Worten: *ἐν ἴσοις δὲ χρόνοις αἱ ἴσον ἀπέχουσαι*, während sonst nur *δύνουσιν* Prädikat ist), wird eine Analyse der unmittelbar sich anschliefsenden Stelle VI S. 600, 5 ff. zeigen: Euklid habe keine Bestimmungen über die Aufgangszeiten gegeben, später habe man aber diese Bestimmungen (*ἀνατολικοὶ διορισμοί*) gesucht, und Hipparch habe bewiesen, dafs sie keineswegs denjenigen der Untergangszeiten entsprechen, sodafs man sich begnügen könnte, zum *δύνουσιν* des Euklid ein *καὶ ἀνατέλλουσιν* hinzuzufügen; vielmehr

1) Dieser Beweis ist dazu, wie Nokk, Euklids Phänomene S. 44 bemerkt, unvollständig, weil nicht bewiesen wird, dafs die Ekliptik nur einmal auf dem Horizont senkrecht ist, wie in der Propositio angekündigt.

2) Diese Auffassung hat schon Nokk, Euklids Phänomene S. 50.

gäbe es nach Hipparch *οἰκήσεις*, wo diejenigen Bogen, die dem Aequator am nächsten sind, in der längsten Zeit aufgehen (*εἶναι γάρ τινας οἰκήσεις, ἐν αἷς τῶν ἴσων περιφερειῶν τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου αἰεὶ αἱ ἔγγιον τοῦ ἰσημερινοῦ ἐν πλείονι χρόνῳ ἀνατέλλουσιν τῶν πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν*), während sie ja nach Euklid in der kürzesten Zeit untergehen. Daher habe auch Euklid selbst von den vom Äquator gleich entfernten Bogen ausdrücklich bemerkt, dafs hier für Untergang und Aufgang ausnahmsweise dasselbe Verhältnis obwalte, dafs sie nämlich in gleichen Zeiten sowohl auf- als untergehen (*διὰ τοῦτο οὖν καὶ αὐτὸς ἐπὶ τῶν ἴσον ἀπεχουσῶν ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ εἴρηκεν ἐν ἴσοις χρόνοις καὶ τὰς ἀνατολὰς γίγνεσθαι*); darin liege also, dafs Euklid gewufst habe, dafs in den übrigen Fällen die Analogie nicht herrsche; weiter sei er aber nicht gekommen, und daher seien die *φαινόμενα* nur im letzten Punkte vollständig. — Ganz ebenso ist die Stelle VI S. 600, 20 ff. zu fassen: *ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ μετὰ τὸν αἰγόκερώ φησιν ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἀνατέλλουσιν καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς ἐν ἐλάττοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων*[1]) *ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ, ἐν ἴσοις δὲ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ. περὶ δὲ δύσεως αὐτῶν οὐθὲν λέγει. ὁ γὰρ λόγος τῆς ἀποδείξεως ἐμπίπτει εἰς τοὺς ἀνατολικοὺς διορισμούς, καί ἐστιν ἤδη πραγματεία περὶ τούτου γεγραμμένη Μενελάῳ.* Euklid habe also die näheren Bestimmungen hier über die Untergangszeiten vermieden, weil er zwar erkannte, dafs sie mit denjenigen der Aufgangszeiten nicht zusammenfallen (ausgenommen für die *περιφέρειαι ἴσον ἀπέχουσαι*), weiter aber noch nicht konnte. Wenn wir Euklid prop. 13 S. 583 vergleichen: *τοῦ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφέρειαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἀνατέλλουσι καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν ἐν ἐλάσσοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ, ἐν ἴσοις δὲ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου καὶ ἀνατέλλουσι καὶ δύνουσιν* — so vermissen wir wirklich jene Angaben über die *δύσις*. Dafs Pappus nur an diesen ersten Teil dachte, geht daraus hervor, dafs er in seinen Supplementen VI, 111—112 eben nur diesen berücksichtigt, während er doch auch vom Untergang der gleich entfernten Bogen ein Wort hätte sagen müssen, wenn er auch hier bei Euklid das nötige vermifst hätte. Die genaueren Bestimmungen über das Verhältnis der Auf- und Untergangszeiten der in prop. 12—13 genannten Bogen giebt Pappus dann VI, 126—29 mit dem Eingange p. 626, 10: *καὶ τὸ παραλειφθὲν δὲ εἰς τὸ ιβ' καὶ ιγ'.*

---

1) Dieses Mittelglied läfst Pappus in der Anführung von prop. 12 weg, während es bei Euklid auch da steht. Diese Stelle zeigt, dafs wir aus dem Schweigen des Pappus nicht schliefsen dürfen, dafs die Worte in prop. 12 nicht da waren; denn die beiden Sätze waren gewifs analog gefafst; oben hat sie also Pappus selbst übergangen.

Von sonstigen Citaten aus den φαινόμενα kenne ich nur wenige und bedeutungslose:

Pappus VI S. 630, 10: καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ ια' Εὐκλείδου φαινομένων, [ἐν ᾧ χρόνῳ] αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον οὖσαι ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει ἡ ἑτέρα δύνει καὶ ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα δύνει ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει. Vgl. φαιν. 11 S. 575: τοῦ τῶν ζῳδίων κύκλου τῶν ἴσων τε καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει ἡ ἑτέρα δύνει ἐν ᾧ δὲ ἡ ἑτέρα δύνει ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει. Verkehrt ist das Scholion zu Pappus III S. 1181, 2: διὰ τὸ ϛ' τῶν φαινομένων; gemeint ist vielleicht φαινομ. 14, s. Hultsch III S. 1249.

Galen V S. 654: διὰ τοῦτ' οὖν Εὐκλείδης μὲν ἑνὶ θεωρήματι τῷ πρώτῳ κατὰ τὸ τῶν φαινομένων βιβλίον ἐπέδειξε δι' ὀλιγίστων ἐπῶν τὴν γῆν μέσην εἶναι τοῦ κόσμου καὶ σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς αὐτόν, ἣν οἱ μαθόντες οὕτω πιστεύουσι τῷ συμπεράσματι τῆς ἀποδείξεως, ὡς καὶ τὸ (l. τῷ) τὰ δὶς δύο τέτταρα εἶναι. Vgl. φαινομ. 1 S. 562: ἡ γῆ ἐν μέσῳ τῷ κόσμῳ ἐστί, καὶ κέντρου τάξιν ἐπέχει πρὸς τὸν κόσμον, mit einem kurzen Beweis.

Noch will ich hier eine sehr abweichende, offenbar weit ursprünglichere Redaktion der φαινόμενα besprechen, die noch in Handschriften vorhanden ist. Ich kenne sie nur aus Vindobon. Gr. 103, worin auch die alte Redaktion der Optik erhalten ist (s. unten), aber ohne Zweifel giebt es auch andere Hdss. dieser Klasse. Ich will mich darauf beschränken eine Übersicht des Verhältnisses dieser Redaktion zur gewöhnlichen zu geben. Die Einleitung und propp. 1—8 stimmen ganz überein von einigen untergeordneten Abweichungen in Lesarten abgesehen; nur fehlt der zweite Beweis für prop. 6 ganz. In prop. 9 sind die Abweichungen zahlreicher, haben doch noch immer den Charakter von verschiedenen Lesarten. Der Beweis für prop. 10 ist ganz verschieden in der Fassung. In prop. 11 ist der erste Teil des Beweises im einzelnen sehr abweichend; für den zweiten S. 576, 17 ff. findet sich nur: ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ἐν ᾧ ἡ ΑΔ δύνει, ἐν τούτῳ ἡ ΓΕ ἀνατέλλει (die Buchstaben sind durchgängig verschieden). Prop. 12 hat einen in der Form sehr abweichenden Beweis; der Schlufs S. 579, 21 ff. fehlt ganz und wird durch folgende Worte vertreten: ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἀλλήλαις ἀνατέλλουσιν. Das Scholium S. 580 und der zweite Beweis S. 581 ff. fehlen vollständig. Für prop. 13 ist der Beweis eben so abweichend gestaltet, namentlich auch in den Buchstaben, was überhaupt überall gilt. Die Definition S. 584 steht vor prop. 1, wo sie auch natürlich hin gehört. Auch für das Lemma S. 585 ist die Fassung des Beweises eine andere; es hat übrigens eine eigene Nummer, als ob es ein selbständiger Satz sei. Prop. 14 ($\overline{\iota\varepsilon}$) hat einen sehr gekürzten Beweis, und das ἄλλως S. 589—90 fehlt. Dagegen tritt S. 590, 13 ff. als selbständiger Satz ($\overline{\iota\varsigma}$) auf: ὡσαύτως δὲ καὶ τῶν ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ αἱ ἴσαι περιφέρειαι οὐκ ἐν ἴσῳ χρόνῳ

ἐξαλλάσσουσι τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν πλείονι ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς συναφῆς τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ τῆς ἀπώτερον ἐν ἴσῳ δὲ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς συναφῆς ὁποτερασοῦν; der Beweis ist wesentlich verschieden. Die Scholia S. 591—93 sind im Texte nicht da. Der Beweis für prop. 15 ($\overline{\iota\zeta}$) hat eine etwas abweichende Gestalt, jedoch mehr in Einzelheiten; das ἄλλως fehlt. Vom Beweis für prop. 16 ($\overline{\iota\eta}$) ist nur der erste (ziemlich abweichende) Teil vorhanden, der fol. 282 verso endet; denn der Schlufs der Handschrift ist verloren; dieser Teil derselben ist bombycin aus saec. XIII.

Die Vorzüglichkeit dieser Redaktion der Vulgata gegenüber ergiebt sich schon daraus, dafs die Scholien aus dem Texte entfernt sind (einige derselben hat cod. Vindobon. am Rande) und dafs die überflüssigen und zum Teil unrichtigen ἄλλως fehlen. Auch im einzelnen werden die meisten der von Nokk (Euklids Phänomene S. 43, 50, 54, 57) gemachten notwendigen Konjekturen bestätigt; so fehlt S. 562, 9 v. u. ὁ vor ὁρίζων ὁ *AB*; S. 563, 19 wird statt ὅτι ἐὰν ληφθῇ gelesen: ὅτι ὃ ἐὰν (d. h. ἂν) ληφθῇ; S. 570, 21 wird die richtige Wortstellung: κατὰ πάντα τὸν τόπον τοῦ ὁρίζοντος τὸν μεταξὺ τῶν τροπικῶν von der Hds. geboten; S. 594, 11 fehlt τὸ *E*; auch die in propp. 12 von der falschen Figur entstandenen Fehler (Nokk S. 51) sind durch den neuen Beweis gehoben, ebenso das falsche αἰγόκερῳ S. 584, 7 durch καρκίνου ersetzt. In prop. 12 wird der Wortlaut des Satzes zum Pappus in so weit genähert (s. oben S. 48), dafs κύκλου nach ἰσημερινοῦ am Schlufs fehlt.

Es kann also nicht bezweifelt werden, dafs wir hier einen besseren Text vor uns haben, der von den spätern Zusätzen bei Gregorius ganz frei ist, und es wäre sehr zu wünschen, dafs sich eine Hds. dieser Klasse ohne die Lücke am Schlufs auffinden liefse. Wir sind berechtigt, nicht nur in der Weglassung der offenbaren Zusätze dieser Hds. zu folgen, sondern auch in der ganzen Gestaltung des Textes, und die Abweichungen der übrigen Handschriften, von zufälligen Schreibfehlern der einen wie der anderen Klasse abgesehen, einer späteren Überarbeitung zuzuschreiben, die wahrscheinlich für den μικρὸς ἀστρονομούμενος vorgenommen wurde. Doch ist auch die vom Vindobon. gebotene Redaktion von Spuren späterer Bearbeitung nicht frei. Nicht nur kommen mehrmals Citate aus Theodosius mit Nennung des Namens vor, die aber den Zusammenhang unbeschadet einfach gestrichen werden können. Sondern auch die oben aus Pappus als interpoliert erwiesene Stelle in prop. 2 steht wesentlich unverändert im Vindobon. Die Recension ist also jünger als Pappus, aber nichts veranlafst uns, die genannten Interpolationen ausgenommen, ihre Authentie anzuzweifeln.

Enge an die astronomische Schriftstellerei Euklids schliefsen

sich seine Schriften über optische Gegenstände. Dafs er Optisches geschrieben habe, besagt Marinus S. 14 (oben S. 40), und Proklus S. 69, 2 wie auch Theodorus Metochita (oben S. 24) nennen die Namen: *ὀπτικά* und *κατοπτρικά*. Zwei Schriften sind uns auch unter eben diesen Namen als Euklidisch überliefert; man hat aber ihre Echtheit bestritten; wir werden diese Frage im IV. Kapitel erörtern. Die uns unter Euklids Namen überlieferte Optik besteht aus ca. 60 Sätzen, wozu Pappus VI S. 568 ff. einige Zusätze giebt, zwar ohne Nennung des Namens (S. 568, 12 hat der Scholiast am Rande hinzugefügt: *εἰς τὰ ὀπτικα Εὐκλείδου*), jedoch unmittelbar vor den Zusätzen zu den *φαινόμενα*. Die aus 31 Sätzen bestehende Katoptrik wird von keinem alten Schriftsteller citiert. Wenn Plutarch non posse suauiter etc. cap. 11 (X p. 210 ed. Hutten) von den *διοπτρικά* des Euklid redet, scheint ein Irrtum des Verfassers selbst oder ein Schreibfehler vorzuliegen.[1])

Dafs Euklid auch über Musik schrieb, sagen Proklus S. 69, 3: *αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις*, Marinus S. 14: *μουσικῆς στοιχεῖα*, und Theodorus Metochita S. 108: *μουσικῶν ἅπτεται ἐπισκέψεων*, aber alle in den allgemeinsten Ausdrücken, ohne die Titel der Schriften zu nennen. In unseren Handschriften der Musici werden zwei Schriften dem Euklid beigelegt, die *κατατομὴ κανόνος* und die *εἰσαγωγὴ ἁρμονική*. Die *κατατομὴ κανόνος*, die Lehre von den Intervallen, ist vollständig mathematisch gehalten, klar und gut geschrieben; es ist daher gar kein Grund da in diesem Punkt die Überlieferung zu verwerfen. Aufserdem wird sie noch von Porphyrius (Kommentar zur Harmonik des Ptolemäus bei Wallis, Opera math. III) unter Euklids Namen citiert; s. S. 267: *καὶ αὐτὸς ὁ στοιχειωτὴς Εὐκλείδης ἐν τῇ τοῦ κανόνος κατατομῇ ἀντὶ τῶν λόγων τὰ διαστήματα λέγουσιν: ὁ μὲν γὰρ Εὐκλείδης λέγει· τὸ διπλάσιον διάστημα σύγκειται ἐκ δύο τῶν μεγίστων ἐπιμορίων* (sect. canon. prop. 6) *καὶ ἐπιμορίου διαστήματος οὐδεὶς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός* (sect. canon. prop. 3), *καὶ τὰ αὐτὰ ἔσται θεωρήματα, ὧν αἱ ἀποδείξεις ὡς ἐν τοῖς οἰκείοις τόποις προιόντος τοῦ λόγου παραστήσομεν ὑπομνήσεως εἵνεκεν*. Das hier gegebene Versprechen erfüllt Porphyrius S. 272: *τὰ δὲ ἐξ ἀρχῆς ἄχρι τοῦ τέλους τοῦ κεφαλαίου σαφηνίσομεν ἡμεῖς ἐκθέμενοι γραμμικὰ θεωρήματα πρὸς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν συντείνοντα κείμενα δὲ ἐν τῇ τοῦ κανόνος Εὐκλείδου κατατομῇ διὰ τὸ κατ' ἐπιδρομὴν εἰρηκέναι τὸν Πτολεμαῖον τὰ τῶν Πυθαγορείων. ὧν αἱ προτάσεις εἰσὶν αἵδε· τὸ διὰ πέντε διάστημα ἐν ἐπιμορίῳ λόγῳ ἐστὶ καὶ τὸ διὰ τεσσάρων* (Eukl. prop. 11); *τὸ διὰ πασῶν διάστημα ἐν πολλαπλασίῳ λόγῳ ἐστί* (10); *τὸ διὰ πέντε διά-*

---

1) Ich bemerke hier gelegentlich, dafs ich die Stellen, wo Schriften Euklids citiert oder benutzt werden, hier unter den Testimoniis nicht mit aufführe, weil sie im VI. Kapitel als Beitrag zur Kritik des Textes zusammengestellt werden sollen.

στημα ἡμιόλιόν ἐστι καὶ τὸ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτον (12)· *τὸ διπλάσιον διάστημα σύγκειται ἐκ δύο μεγίστων ἐπιμορίων* (6)· *οὐδεὶς πολλαπλάσιος σύγκειται ἐξ ἐπιμορίων δύο λόγων, εἰ μὴ μόνος ὁ διπλάσιος* (s. unten)· *ὁ τόνος ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ ἐστίν* (13)· *ὁ τόνος οὐ διαιρεῖται εἰς δύο ἴσα, ὥστε ἡμίτονον οὐκ ἔσται* (16)· *ἐπιμορίου διαστήματος οὐδεὶς μέσος ἀνάλογος ἐμπίπτει ἀριθμός* (3)· *τὸ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε τριπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ δὶς διὰ πασῶν τετραπλάσιον* (12 extr.). *αἱ δὲ ἀποδείξεις αὐτῶν ἔχουσιν ὧδε.*[1]) Dann folgen S. 272—76 Euklid propp. 1—16 nebst den Beweisen fast wörtlich. Nur fehlt der erste Beweis zu prop. 6, und zwischen prop. 6 und 7 findet sich folgender Satz, der auch oben angekündigt wurde: *οὐδεὶς πολλαπλάσιος σύγκειται ἐξ ἐπιμορίων λόγων, εἰ μὴ μόνος ὁ διπλάσιος* mit Beweis. Ob hier ein Zusatz von Porphyrius oder eine Lücke in unseren Handschriften vorliege, wage ich nicht zu entscheiden. Auch scheint Porphyrius die Sätze etwas anders abgeteilt zu haben; in unseren Ausgaben sind deren 20.[2])

Wenn also über den Euklidischen Ursprung der sectio canonis kaum irgend ein Zweifel übrig bleibt, so ist damit entschieden, daſs die *εἰσαγωγὴ ἁρμονική* mit Unrecht Euklids Namen trägt. Denn die *κατατομὴ κανόνος* steht vollständig auf dem Boden der Pythagoreischen Musiktheorie, was schon in den angeführten Worten des Porphyrius (S. 52) liegt: er wolle einige Auszüge aus Euklid geben, weil Ptolemäus *τὰ τῶν Πυθαγορείων* nur flüchtig berücksichtigt habe (vgl. Porphyrius S. 276: *ἀρξώμεθα δὲ καὶ τοῦ ἑξῆς κεφαλαίου σαφηνίζοντες τὴν τοῦ Πτολεμαίου φωνὴν ἀνατρέπειν βουλομένου τὴν αἵρεσιν τῶν Πυθαγορείων*). Dagegen ist die *εἰσαγωγή* von einem Schüler des Aristoxenus geschrieben, der bekanntlich die mathematische Theorie der Pythagoreer entschieden verwarf. Einige Zusammenstellungen werden den vollständigen Gegensatz der beiden Schriften am besten zeigen (vgl. Roſsbach und Westphal: Metrik der Griechen II¹ S. 232 ff.):

εἰσαγωγή S. 539, 2:	*κατατομὴ κανόνος* 14:
τὸ διὰ πασῶν τόνων ἕξ	*τὸ διὰ πασῶν ἔλαττόν ἐστιν ἢ ἓξ τόνων.*

1) Auch citiert Porphyrius S. 193 eine Stelle aus Adrastus (unter Trajan), die offenbar der Einleitung zur *κατατομή* nachgebildet ist (*τὰ κατὰ τοὺς Πυθαγορείους ἐκτιθέμενος*). Vgl. Michael Bryennius *ἁρμονική* II, 6 S. 415 (Wallis): *ὁ γοῦν τοιοῦτος κανὼν ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν ἀνδρῶν ἐπινενόηταί τε καὶ εὕρηται.* S. 416: *διὸ καὶ οἱ μαθηματικοὶ εὗρον τὸ μέτρον ἐπὶ τοῦ κανόνος τῆς τῶν φθόγγων παραλλαγῆς κτλ.*

2) Hier seien 3 arithmetische Sätze angeführt, die Anwendung finden und in den Elementen nicht vorkommen. Prop. 2: *ἔμαθον δὲ ὅτι ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὁποσοιοῦν, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρῇ, καὶ τοὺς μεταξὺ μετρήσει.* Prop. 3: *ὅσοι δὲ εἰς τοὺς ἐλαχίστους μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται*; vgl. Elem. VIII, 8. Prop. 9: *ἐπεὶ ἐμάθομεν εὑρεῖν ἑπτὰ ἀριθμοὺς ἐφεξῆς ἐπογδόους ἀλλήλων*; vgl. Elem. VIII, 2. Die Zahlen

S. 538—39:

τὸ διὰ τεσσάρων τόνων δύο ἡμίσεως . . τὸ διὰ πέντε τόνων τριῶν ἡμίσεως.

15:

τὸ δὲ διὰ τεσσάρων ἔλαττον δύο τόνων καὶ ἡμιτονίου, καὶ τὸ διὰ πέντε ἔλαττον τριῶν τόνων καὶ ἡμιτονίου.

S. 537, 29:

ῥητά ἐστιν, ὧν οἷόν τ' ἐστι τὰ μεγέθη ἀποδιδόναι, οἷον τόνος, ἡμιτόνιον.

16:

ὁ τόνος οὐ διαιρεθήσεται εἰς δύο ἴσας.

Hierzu kommt noch, dafs die εἰσαγωγή keineswegs immer dem Euklid in den Hdss. beigelegt wird. Unter Euklids Namen findet sie sich in cod. Marc. CCCXXII saec. XIV, cod. Monac. 361 saec. XIII—XV, codd. Pariss. 2456 saec. XVI, 2457 saec. XVI, cod. Escurial. Φ II, 5 saec. XVI, Χ I, 12 saec. XVI, Meiboms Handschriften u. a.[1]) Anonym ist die εἰσαγωγή in dem von Meibom erwähnten codex Vulcani und in cod. Hauniensis 1871.[2]) Andere Handschriften nennen als Verfasser den Pappus (Cramer: Anecd. Paris. I S. 47, Jan S. 18 not. 23); besonders merkwürdig ist es, dafs einige Handschriften die εἰσαγωγή zweimal enthalten, das eine Mal unter dem Namen des Pappus (Barberinus II, 86; Neapolitanus 260; Parisinus 2460 saec. XVI[3])); Vatic. 191 enthält sie ebenfalls zweimal, aber ohne Verfassername). Noch andere Handschriften geben als Verfasser einen sonst unbekannten Kleoneides an, und sie kommen wahrscheinlich dem Richtigen am nächsten, wie K. von Jan nachgewiesen hat (Die Harmonik des Aristoxenianers Kleonides. Landsberg 1870), dem ich diese Notizen zum Teil entlehnt habe. In einem Leidener Codex des Aristoxenus finden sich nämlich am Rande viele Citate[4]) aus einem Kleoneides, die mit wenigen Ausnahmen mit der in der εἰσαγωγή eingehaltenen Reihenfolge des Stoffes übereinstimmen. Auch Manuel Bryennius zeigt in seiner Harmonik eine enge Verwandtschaft mit der εἰσαγωγή, so dafs wir auf eine gemeinsame Quelle durchaus schliefsen müssen; da er meistens ausführlicher ist, kann er die εἰσαγωγή nicht excerpiert haben. Nach aller Wahrscheinlichkeit haben also sowohl Bryennius als die εἰσαγωγή ein von einem Kleoneides ver-

---

sind 262144, 294912, 331776, 373248, 419904, 472392, 531441. Vgl. noch prop. 8: ὥστε τὴν μονάδα διαιρεῖσθαι, ὅπερ ἀδύνατον.

1) Vgl. Jan S. 18 not. 22—25.

2) Graux, Manuscrits Gr. de la grande biblioth. royale de Copenhague S. 43.

3) Über diese Hds. s. Vincent in Notices et extraits des ms. XVI[2] S. 103, wo das Anecdoton Cramers mit der εἰσαγωγή identificiert wird; Cramer (Anecd. I S. 47) hat nämlich die zweite Abschrift dieser Hds. als Anecdoton herausgegeben.

4) Mit Angabe von Blatt (σελίδιον) und Zeile (στίχος); s. Jan S. 13

faſstes Lehrbuch der Harmonik excerpiert, und dieser Kleoneides war Aristoxenianer.[1])

Aber dem sei, wie ihm wolle, jedenfalls dürfen wir als bewiesen annehmen, daſs die *εἰσαγωγὴ ἁρμονική* nicht von Euklid verfaſst ist. Vermutlich hat der berühmte Name den unbekannten Verfasser verdrängt, weil die *εἰσαγωγή* in allen[2]) Handschriften unmittelbar vor der *κατατομή* steht. Der erste, der die *εἰσαγωγή* dem Euklid ab- und dem Kleoneides zusprach, war Johannes Grotius; s. Hugo Grotius Notae in Martian. Capellam (Lugd. Batav. 1599) S. 316: ita et Euclides sive verius Cleonides. neque enim illa Euclidis sunt, quae titulo harmonices sub eius nomine circumferuntur, ut sagacissime pater meus ex aequalitate semitoniorum aliisque similibus argumentis odoratus est.[3])

---

1) So Jan a. O. Vincent hält Pappus für den Verfasser. Westphal Metrik II[1] S. 232 setzt sie in die Zeit des Porphyrius.

2) In cod. Paris. 2457, cod. Escurial. *X* I, 12 und Haun. 1871 fehlt die sectio canonis.

3) Noch ist zu erwähnen, daſs unter dem Namen Euklids ein Epigramm arithmetischen Inhalts existiert (Brunck: Analecta I p. 168. Bachet: Diophantus p. 240 u. s.), dessen Echtheit aber wenigstens sehr zweifelhaft ist, wenn auch Euklid gewiſs die darin enthaltene Aufgabe stellen und lösen konnte (Cantor: Vorles. p. 246).

III.

Die verlorenen Schriften.

Von den verlorenen Schriften Euklids sollen hier, da von den ψευδάρια schon oben S. 38 das Wenige gesagt wurde, das uns bekannt ist, nur die drei zur höheren Geometrie gehörigen besprochen werden, die Porismen, die τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ und die κωνικά; die allgemeinen Zeugnisse über diese Schriften sind oben S. 41 angeführt; hier werde ich versuchen ihren Inhalt so weit möglich festzustellen.

A.

Die Porismen (πορίσματα, 3 Bücher) haben von jeher die Aufmerksamkeit der Mathematiker auf sich gezogen; die rätselhaften Auszüge bei Pappus riefen Vermutungen über die Natur dieser Sätze hervor, von A. Girard 1626, Fermat 1655, Boulliau 1657, Schooten 1657, Renaldini 1668 u. a., aber alle diese älteren Versuche können hier übergangen werden, weil sie nicht eigentlich die Restitution der Euklidischen Porismen bezwecken, sondern sich auf mehr oder weniger sporadische Bemerkungen beschränken, und überhaupt die Frage nach dem Wesen der Porismen wenig gefördert haben; genaueres über sie geben Breton in Journal de mathématiques p. Liouville XX S. 251 ff. und Chasles: Les trois livres des Porismes S. 3 ff. Das Verständnis der Porismen war durch diese Arbeiten so wenig gefördert, dafs der tüchtige Kenner der griechischen Geometrie E. Halley 1706 gestehen mufste, dafs er von den Auszügen des Pappus gar nichts begreife (Apollonii Pergaei de sectione rationis libri etc. Oxonii 1706 p. XXXVII). Der erste, der die Frage nach der Bedeutung und dem Wesen der Porismen ernstlich aufnahm, war Robert Simson († 1768) in einer posthumen Abhandlung: de Porismatibus tractatus (Opera quaedam reliqua. Glasguae 1776. 4 S. 315 ff.). Er gab darin eine Definition des πόρισμα, restituierte einige der Sätze bei Pappus und stellte viele neue Sätze auf, die er als Porismen bezeichnen zu können glaubte. Nach ihm haben mehrere, namentlich englische Mathematiker (wie Stewart, Playfair, Leslie u. a.) die Frage

gelegentlich behandelt, ohne dafs dadurch die Sache um ein wesentliches gefördert wäre; eine Aufzählung dieser Arbeiten giebt Chasles: Rapport sur les progrès de la géométrie en France. Paris 1870 S. 233 ff.; vgl. Breton S. 265. Dann lenkte Chasles noch einmal die Aufmerksamkeit auf die ebenso schwierige als interessante Aufgabe (Aperçu historique etc. S. 274 ff.). Eine ausführliche Bearbeitung mit einer Ausgabe und Übersetzung der betreffenden Pappusstelle gab Breton de Champ in Journal de mathématiques (p. Liouville) 1855. XX S. 209—304: recherches nouvelles sur les Porismes d'Euclide, nachdem er schon früher zwei kleinere Abhandlungen hierüber veröffentlicht hatte (Comptes rendus de l'Académie des Sciences 1849 und 1853). Seine Untersuchungen veranlafsten einige zum Teil gegen ihn gerichtete Bemerkungen von Housel (Journal de mathématiques 2e série 1856. I S. 193 ff.) und Vincent (in La Science, 3me année und namentlich in Journal de mathématiques 2e série 1859. IV S. 9 ff.) nebst Erwiderungen von Breton (in La Science und Journal de mathématiques 2e série 1857. II S. 185 ff. III S. 89 ff. IV S. 153—54).[1] Diese sehr lebhafte, von Seiten des Hrn. Breton mit unnötiger Reizbarkeit und Schärfe geführte Polemik betrifft wesentlich einzelne schwierigere Punkte der Pappusstelle, aber zieht doch auch das Wesen der Porismen mit hinein; namentlich hat Breton in dem Aufsatz von 1855 diese Frage erörtert und verwirft entschieden die Simsonsche Definition, worin sein Gegner Vincent ihm beistimmt. Chasles dagegen, der zuerst eine methodische Restitution des Euklidischen Werkes unternahm (Les trois livres des Porismes d'Euclide. Paris 1860), nahm diese Definition wieder auf und entwickelte sie weiter; bei seinen Ansichten hat man seitdem allgemein acquiesciert (Ch. Housel: les Porismes d'Euclide. Revue archéol. IV S. 221 ff. Cantor: Zeitschrift f. Mathematik und Physik 1861, Litteraturzeitung S. 3, Euklid und sein Jahrh. S. 22, Vorlesungen über Gesch. d. Math. S. 240). Th. Leidenfrost: Die Porismen des Euklid. Weimar 1863 und Fr. Buchbinder: Euclids Porismen und Data. Pforta 1866 habe ich nicht gesehen; sie scheinen aber nicht bedeutend von der Auffassung Chasles' abzuweichen. Und in der That giebt die Arbeit Chasles' einen neuen Beweis, wenn es eines solchen bedürfte, von dem mathematischen Scharfsinn des berühmten Verfassers und hat über die vorliegende Frage in jeder Beziehung Licht verbreitet; aber dennoch scheint mir seine Auffassung im ganzen und einzelnen einigen Einwänden zu unterliegen. Es dürfte daher nicht ohne Bedeutung sein, das Material noch einmal zu prüfen, zumal

1) Vgl. noch Nesselmann: Algebra der Griechen S. 437. Cantor: Über die Porismen des Euklid und deren Divinatoren in Zeitschrift f. Math. u. Phys. 1857, S. 17 ff.

da inzwischen die betreffende Stelle bei Pappus in kritisch gesichertem Texte erschienen ist (Pappus ed. F. Hultsch. II S. 648 ff.).

Zuerst mufs hervorgehoben werden, dafs das Wort *πόρισμα* im mathematischen Sprachgebrauch eine zweifache Bedeutung hatte, nämlich aufser der hier in Frage stehenden noch die Bedeütung Korollarium, d. h. eine Wahrheit, die aus dem Beweise eines anderen Satzes nebenbei (als Gewinn) hervorgeht, ohne als eigener Satz ausgesprochen zu sein und ohne eines besonderen Beweises zu bedürfen. In dieser Bedeutung kommt es sehr häufig als Überschrift vor, sowohl bei Euklid (Elem. I 15. II 4. III 1. 16. 31. IV 5. 15. V 7. 19. VI 8. 19. 20 usw.) als bei anderen Mathematikern. Dieser Gebrauch des Wortes ist klar definiert und jenem speziellen entgegengesetzt von Proklus, Komm. zu Eukl. S. 212, 12: *τὸ δὲ πόρισμα λέγεται μὲν καὶ ἐπὶ προβλημάτων τινῶν, οἷον τὰ Εὐκλείδῃ γεγραμμένα πορίσματα, λέγεται δὲ ἰδίως, ὅταν ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων ἄλλο τι συναναφανῇ θεώρημα μὴ προθεμένων ἡμῶν, ὃ καὶ διὰ τοῦτο πόρισμα κεκλήκασιν, ὥσπερ τι κέρδος ὂν τῆς ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως πάρεργον* und ähnlich S. 301, 21: *ἕν τι τῶν γεωμετρικῶν ἐστιν ὀνομάτων τὸ πόρισμα. τοῦτο δὲ σημαίνει διττόν· καλοῦσι γὰρ πορίσματα καὶ ὅσα θεωρήματα συγκατασκευάζεται ταῖς ἄλλων ἀποδείξεσιν, οἷον ἕρμαια καὶ κέρδη τῶν ζητούντων ὑπάρχοντα, καὶ κτλ.* Dafs *πόρισμα*, das zuwegegebrachte, in natürlicher Weise von dem, was, ohne dafs es darauf abgesehen wäre, nebenbei gewonnen wird, gebraucht werden konnte, ist leicht verständlich. Aber diese Bedeutung des Wortes mufs ganz und gar von derjenigen geschieden werden, womit wir uns hier beschäftigen werden; mit Unrecht haben sowohl Breton (XX S. 279—80) als Chasles (S. 37—38) die beiden Bedeutungen in Verbindung zu bringen versucht, als seien die Porismen eine Art von Corollaria.

Wir gehen jetzt dazu über den Begriff des *πόρισμα* in der zweiten Bedeutung zu bestimmen, die Corollarien vollständig aus dem Spiele lassend.[1]) Man hat hier immer mit den Angaben des Pappus angefangen, wonach man dann die Aussage des Proklus wohl oder übel zu deuten versuchte; ich glaube den entgegengesetzten Weg einschlagen zu müssen, weil die Stelle bei Proklus mir namentlich wegen der beigegebenen Beispiele klarer scheint.

Proklus sagt nämlich im Anschlufs an die oben angeführte Stelle S. 301, 25—302, 13: (*καλοῦσι πορίσματα*) *καὶ ὅσα ζητεῖται μέν, εὑρέσεως δὲ χρῄζει καὶ οὔτε γενέσεως μόνης οὔτε θεωρίας ἁπλῆς. ὅτι μὲν γὰρ τῶν ἰσοσκελῶν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι, θεωρῆσαι δεῖ, καὶ ὄντων δὴ τῶν*[2]) *πραγμάτων ἐστὶν ἡ τοιαύτη γνῶσις. τὴν δὲ γω-*

1) Über sie vgl. noch Proklus S. 302, 15 ff. und namentlich S. 303, 5 ff.: *ἔστιν οὖν τὸ πόρισμα θεώρημα διὰ τῆς ἄλλου προβλήματος ἢ θεωρήματος ἀποδείξεως ἀπραγματεύτως ἀναφαινόμενον. οἷον γὰρ κατὰ τύχην περιπίπτειν ἐοίκαμεν τοῖς πορίσμασιν κτλ.*

2) Für *τῶν* ist zu lesen *τινων*.

νίαν δίχα τεμεῖν ἢ τρίγωνον συστήσασθαι ἢ ἀφελεῖν ἢ θέσθαι[1]), ταῦτα πάντα ποίησίν τινος ἀπαιτεῖ. τοῦ δὲ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν ἢ δύο δοθέντων συμμέτρων μεγεθῶν τὸ μέγιστον καὶ κοινὸν μέτρον εὑρεῖν ἢ ὅσα τοιάδε μεταξὺ πώς ἐστι προβλημάτων καὶ θεωρημάτων. οὔτε γὰρ γενέσεις εἰσὶν ἐν τούτοις τῶν ζητουμένων, ἀλλ' εὑρέσεις, οὔτε θεωρία ψιλή· δεῖ γὰρ ὑπ' ὄψιν ἀγαγεῖν καὶ πρὸ ὀμμάτων ποιήσασθαι τὸ ζητούμενον. τοιαῦτα ἄρα ἐστὶν καὶ ὅσα Εὐκλείδης πορίσματα γέγραφε γ'[2]) βιβλία πορισμάτων[3]) συντάξας. ἀλλὰ περὶ μὲν τῶν τοιούτων πορισμάτων παρείσθω λέγειν.

Hiernach ist ein πόρισμα ein Satz, worin gefordert wird, man solle durch eine Operation etwas schon Existierendes und notwendig Daseiendes zur Erkenntnis bringen. Es ist klar, dafs ein πόρισμα, wie Proklus hervorhebt, die Mitte hält zwischen Theorem und Problem; wie bei dem Theorem handelt es sich von etwas schon Existierendem, nicht wie beim Problem von etwas, das neu geschaffen werden soll; dagegen wird wie beim Problem eine Operation gefordert, nicht ein blofses Erkennen einer Wahrheit. Sehr richtig sagt Hoëne Wronski (Breton S. 265—66), dafs das Porisma ein Problem ist, wo „le but qu'on se propose d'atteindre est nécessairement possible"; nur sind nicht alle solche Probleme Porismen.

Die Erklärung des Proklus stimmt auch vortrefflich zur Etymologie des Wortes. Wie θεώρημα das, was untersucht werden soll, von θεωρεῖν untersuchen, und πρόβλημα das, was (zur Ausführung) vorgelegt wird, von προβάλλειν vorlegen, so kommt πόρισμα von πορίζειν herbeischaffen, und bedeutet also: das, was herbeigeschafft werden soll. Um eine nähere Begriffsbestimmung von πορίζειν zu erhalten hilft es nichts auf die Wurzel zurückzugehen; man mufs den aktuellen Gebrauch des Wortes bei den Mathematikern untersuchen. πορίζεσθαι (so immer medial) hat hier die Bedeutung: erkennbar machen, zu einer bekannten Gröfse zu verwandeln; z. B. Heron mens. triang. S. 235 ed. Hultsch: δυνατὸν μὲν οὖν ἐστιν ἀγαγόντα μίαν κάθετον καὶ ποριςάμενον αὐτῆς τὸ μέγεθος εὑρεῖν τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν. δεδόσθω δὲ χωρὶς τῆς καθέτου τὸ ἐμβαδὸν πορίσασθαι; Pappus VIII 32, S. 1082: ῥᾴδιον δὲ συζυγῶν διαμέτρων ἐλλείψεως πορισθεισῶν ὡντινωνοῦν τοὺς ἄξονας αὐτῆς ὀργανικῶς εὑρεῖν; VIII 34, S. 1086: πεπόρισται ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΝΔ γωνία τῶν ἐπιπέδων ἡ κλίσις; Anonymus de figg. isoperim. bei Hultsch: Pappus III S. 1164: καὶ τοῦτο μὲν ἡμῖν οὔπω πεπόρισται τῷ δὲ εὑρόντι χάριν ὠφελείας ὁμολογήσομεν; be-

1) Zu lesen προσθέσθαι; vgl. S. 77, 9—10.

2) Statt γέγραφε γ', was Friedlein wiederhergestellt hat, steht in cod. Monac. γέγραφεν; aber ν und γ werden in der Minuskelschrift oft verwechselt.

3) Die Hdss. haben προβλημάτων; aber die Emendation der ed. princeps dürfte notwendig sein.

sonders: durch eine Operation (Konstruktion) erhalten, wie Euklid, Data def. 1: *δεδομένα τῷ μεγέθει λέγεται χωρία τε καὶ γωνίαι, οἷς δυνάμεθα ἴσα πορίσασθαι*; def. 2: *λόγος δεδόσθαι λέγεται, ᾧ δυνάμεθα τὸν αὐτὸν πορίσασθαι*; Pappus III p. 78: *κἂν διὰ τὸ προδειχθὲν δοθεισῶν*[1]) *τῶν Γ, Η, ὧν μείζων ἡ Γ, τὴν Θ πορισώμεθα ὥστ' εἶναι ὡς τὴν Γ πρὸς τὴν Θ, οὕτως τὴν τῶν Γ, Η ὑπεροχὴν πρὸς τὴν τῶν Η, Θ ὑπεροχήν*. Vgl. unten not. 2. Für Eutokios s. Index II im dritten Bande meiner Archimedesausgabe u. d. W. Ähnlich wird *ποριστός* gebraucht; z. B. Pappus VII 2, S. 636: *ἐὰν μὲν τὸ ὁμολογούμενον δυνατὸν ᾖ καὶ ποριστόν, ὃ καλοῦσιν οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων δοθέν*. Einigen Aufschlufs gewährt auch die Definition von *πόριμος*, die Marinus giebt praef. ad data S. 5 ed. Hardy: *πόριμον δέ ἐστιν, ὃ δυνατοί ἐσμεν ἤδη ποιῆσαι καὶ κατασκευάσαι, τουτέστιν εἰς ἐπίνοιαν ἀγαγεῖν.*[2]) Namentlich ist es aus seinen Erörterungen klar, dafs *πόριμον* und *δεδομένον* Synonyme sind. Er bestimmt ja, wie wir S. 39 gesehen haben, *τὸ δεδομένον* als *τὸ γνώριμον. ἅμα καὶ πόριμον* mit dem Zusatze (Hardy S. 12) *γένει μὲν ἀνάλογον ἔχον τὸ γνώριμον διαφορᾷ δὲ τὸ πόριμον*, d. h. dafs *γνώριμον* die generelle Begriffsbestimmung ist, *πόριμον* die besondere; denn *τὸ πόριμον πᾶν καὶ*

---

1) So scheint mir statt *δύο εὐθειῶν* gelesen werden zu müssen; Hultsch hat dieses beibehalten und *πορισώμεθα* in *ποιησώμεθα* verwandelt.

2) Das folgende geht zwar nicht *πόρισμα* in unserem Sinne an, ist aber sonst nicht ohne Interesse für das Verständnis des Worts: *ἄλλως δὲ πάλιν ὁρίζονται τὸ πόριμον ἤτοι τὸ δι' ἀποδείξεως ποριζόμενον ἢ ὅταν τι φαινόμενον ᾖ καὶ χωρὶς ἀποδείξεως, οἷον τὸ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράψαι καὶ τὸ τρίγωνον συστήσασθαι οὐ μόνον ἰσόπλευρον ἀλλὰ καὶ σκαληνὸν καὶ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων εὑρεῖν καὶ εὐθείας ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους εὑρεῖν· καὶ τὰ ἀπειραχῶς δὲ* (so cod. Paris. 2348) *γιγνόμενα πόριμά ἐστιν, ὥσπερ τὸ διὰ δύο σημείων κύκλον γράψαι.* Hier ist einige Konfusion; denn die Beispiele gehören zum Teil unter *πόρισμα* in der von Proklus angegebenen Bedeutung, während Marinus eigentlich nur die *αἰτήματα* im Sinne hat, die man von den Axiomen dadurch unterschied, dafs sie eine Operation betreffen; s. Proklus S. 179, 2 ff.: *ἐν μὲν τοῖς ἀξιώμασι ταῦτα λαμβάνεται, ὅσα αὐτόθεν εἰς γνῶσίν ἐστι καταφανῆ καὶ πρόχειρα . . . ἐν δὲ τοῖς αἰτήμασι ταῦτα ζητοῦμεν λαβεῖν, ὅσα ἐστὶν εὐπόριστα καὶ εὐμήχανα.* S. 181, 5: *τὸ μὲν αἴτημα προστάττει ἡμῖν μηχανήσασθαι καὶ πορίσασθαί τινα ὕλην εἰς συμπτώματος ἀπόδοσιν ἁπλῆν ἔχουσα καὶ εὐπετῆ τὴν λῆψιν, τὸ δὲ ἀξίωμα συμβεβηκός τι καθ' αὑτὸ λέγειν γνώριμον αὐτόθεν τοῖς ἀκούουσιν.* S. 182, 22 (*διορισμὸς*) *ὃς τῷ πορίσασθαι καὶ τῷ γνῶναι μόνον τὸ αἴτημα διΐστησι τοῦ ἀξιώματος*; vgl. S. 183, 3 ff. Marinus fährt fort: *ἄπορον δέ ἐστι τὸ τῷ πορίμῳ ἀντικειμένως ἔχον, ὡς ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμός· οὔπω γάρ ἐστιν ἐν πόρῳ, εἰ καὶ οἷόν τε αὐτὸ πορισθῆναι καί ἐστιν ἐπίστητον . . . νῦν δὲ περὶ τοῦ ἤδη ὄντος ἐν πόρῳ ὁ λόγος ἀποδίδοται, ὅπερ καὶ κυρίως πόριμον ἐπονομάζουσιν. τὸ γὰρ μήπω ὂν ἐν πόρῳ ἐνδεχόμενον πορισθῆναι ποριστὸν ἰδίως προσαγορεύουσιν. ἄπορον δέ ἐστιν, ὡς εἴρηται, τὸ τῷ πορίμῳ ἀντικείμενον, τουτέστιν οὗ ἡ ζήτησις ἀδιάκριτός ἐστιν.* Auch hier habe ich einige evidente Verbesserungen in den Text aufgenommen, alle nach cod. Paris. 2348.

γνώριμον. ἐπιπλέον ἄρα τὸ γνώριμον τοῦ πορίμου (Marinus S. 8; vgl. S. 13). Daher kann Marinus sogar *δεδομένον* mit *πόριμον* definieren (S. 11; oben S. 39 not.); vgl. noch Marinus S. 12: *ἐγγὺς δὲ τούτων εἰσὶν οἱ συντιθέντες καὶ οὕτως· δεδομένον ἐστὶν ᾧ πορίσασθαι δυνάμεθα ἴσον διὰ τῶν κειμένων ἡμῖν ἐν ταῖς πρώταις ὑποθέσεσίν τε καὶ ἀρχαῖς*, und die S. 60 angeführten Definitionen Euklids nebst Pappus VII S. 636: *ποριστόν, ὃ καλοῦσιν οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων δοθέν.* Hieraus darf aber gar nicht geschlossen werden, dafs auch die *πορίσματα* und die Sätze der *δεδομένα* identisch sein sollten. Der Inhalt ist wesentlich der gleiche, die Form aber durchaus verschieden. Das von Proklus angeführte *πόρισμα*: das Centrum eines Kreises zu finden, würde als *δεδομένον* heifsen: wenn ein Kreis gegeben ist, ist auch das Centrum gegeben. Überhaupt verhält sich Datum zu *πόρισμα*, wie Theorem zu Problem, und wie *αἴτημα* zu Axiom; denn das Datum spricht aus, dafs, wenn diese Relationen bekannt sind, auch jene anderen gegeben sind; das *πόρισμα* dagegen fordert, dafs etwas, das zum Wesen des Gegebenen gehört und also mit ihm zugleich der Möglichkeit nach gegeben ist, nun auch wirklich gefunden werden soll.

Diese Definition des Proklus ist also mit dem Gebrauche der verwandten Wörter in der Sprache der Mathematiker vollständig im Einklang und giebt auch die Unterschiede zwischen *πόρισμα* auf der einen Seite, Theorem, Problem und Datum auf der anderen ziemlich klar an. Solche Porismen finden sich überall. In den Elementen kommen aufser den beiden von Proklus genannten (III 1 und X 3—4; vgl. VII 2—3) folgende vor:

III 25: *κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα.* VI 11: *δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.* VI 12: *τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.* VI 13: *δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.* VII 35: *ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.* VII 36: *δύο ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν*; vgl. VII 38. VII 41: *ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.* VIII 2: *ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἄν τις ἐπιτάξῃ, ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.* VIII 4: *λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.* X 10: *τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους τὴν μὲν μήκει μόνον τὴν δὲ καὶ δυνάμει.* XIII 18: *τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι.*[1]) Auch die Sätze bei Archimedes *περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδ.* I 2—6 dürften als Porismen aufzufassen sein.

Man wird sehen, dafs das Wort *εὑρεῖν* mit dem *πόρισμα* in Verbindung steht, wie denn auch Proklus S. 302, 10 als Aufgabe

---

1) Dieses Wort konnte hier durch *πορίσασθαι* ersetzt werden. Der Schlufs des Satzes: *καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας* ist nicht mehr ein *πόρισμα*.

desselben eine εὕρεσις angiebt. Wie das Theorem mit ὅπερ ἔδει δεῖξαι, das Problem mit ὅπερ ἔδει ποιῆσαι, so könnte das Porisma mit ὅπερ ἔδει εὑρεῖν schliefsen, wie es in der That mit Archimedes de sph. et cyl. I 3: ὅπερ προέκειτο εὑρεῖν der Fall ist.[1]) Nur sind nicht alle Sätze, die auf eine Auffindung von etwas ausgehen, als Porismen anzusehen, z. B. nicht Euklid Elem. X 28—36, X 49—54, X 86—91, wo die εὕρεσις in der That noch nicht Daseiendes erschafft, also ein wirkliches Problem konstituiert.

Wenn aber Euklid die als Porismen bezeichneten Sätze mit einem ὅπερ ἔδει ποιῆσαι schliefst, liegt darin schon, dafs die Porismen in diesem Sinne allgemein als eine Gattung von Problemen aufgefafst wurden. Auch ist es nach den Beispielen des Proklus augenscheinlich, dafs sie den Problemen weit näher stehen als den Theoremen. Ja, durch das zweite Beispiel δύο δοθέντων μεγεθῶν τὸ μέγιστον καὶ κοινὸν μέτρον εὑρεῖν wird der Unterschied von den Problemen sogar bis zu einem gewissen Grade verwischt. Endlich sagt Proklus ausdrücklich S. 212, 12: τὸ δὲ πόρισμα λέγεται μὲν καὶ ἐπὶ προβλημάτων τινῶν, οἷον τὰ Εὐκλείδῃ γεγραμμένα πορίσματα. Daher sind auch in der S. 178, 14 ff. gegebenen Definition von Problem: ἐν μὲν τοῖς θεωρήμασι τὸ ἀκόλουθον ἰδεῖν καὶ γνῶναι τοῖς ὑποκειμένοις προτιθέμεθα, ἐν δὲ τοῖς προβλήμασι πορίσασθαι καὶ ποιῆσαί τι προστεττόμεθα die Porismen mit einbefafst. Man könnte sogar versucht sein in dem Gebrauch der beiden Zeitwörter πορίσασθαι und ποιῆσαι eine Hindeutung auf die Zweiteilung der Probleme, in Porismen und eigentliche Probleme, zu finden; dafs aber Proklus mit πορίσασθαι nicht besonders die Porismen im Sinne hatte, geht aus S. 201, 5 hervor: προβλήματα μὲν καλέσασα, ἐν οἷς τὰ μὴ ὄντα πω πορίσασθαι προτίθεται καὶ εἰς ἐμφανὲς παραγαγεῖν καὶ προσμηχανήσασθαι, θεωρήματα δέ, ἐν οἷς τὸ ὑπάρχον ἢ μὴ ὑπάρχον ἰδεῖν καὶ γνῶναι καὶ ἀποδεῖξαι προαιρεῖται; denn hier sind die Porismen wegen des Zusatzes τῶν μὴ ὄντων πω ausgeschlossen. Auch wurden von den Theoremen, wo doch von einer derartigen Zweispaltung keine Rede ist, ebenfalls zwei Verben, ἰδεῖν καὶ γνῶναι, angewandt. Der Ursprung des Begriffes πόρισμα ist unschwer zu erkennen. Wir wissen, dafs die nächsten Nachfolger Platons sich viel mit scharfsinnigen Untersuchungen über das Verhältnis zwischen Theorem und Problem beschäftigten, ohne Zweifel von Platon angeregt, dessen Bemühungen um genaue Begriffsbestimmung in der mathematischen Terminologie bekannt sind. Proklus S. 77—81 hat (wahrscheinlich nach Geminus) die Resultate dieser Spekulationen aufbewahrt.

---

1) Ein Porisma ist auch die Auffindung zweier mittleren Proportionallinien, wie denn auch mehrere der von Eutokios überlieferten Lösungen dieser Aufgabe mit ὅπερ ἔδει εὑρεῖν schliefsen (Archimedes III p. 72, 21; 82, 29; 96, 4; 98, 18).

Wir sehen daraus, dafs Speusippos und ein nicht weiter bekannter Platoniker Amphinomos erklärten, es gäbe eigentlich nur Theoreme, weil in den ewigen Dingen, die Gegenstand der Mathematik seien, keine *γένεσις*, wie sie das Problem verspreche, sein könne; das Werden in der Mathematik sei nur scheinbar, das fortschreitende Erkennen des Ewigen. Menaichmos dagegen fafste alles als Problem auf, aber von Problemen gäbe es zwei Klassen, je nachdem wir das Gesuchte zuwege bringen (*πορίσασθαι* S. 78, 10) sollen oder eine Eigenschaft erkennen. Es ist hier von Porismen noch nicht die Rede. Nach aller Wahrscheinlichkeit wurde diese Kategorie als Gegenwehr gegen Speusippos aufgestellt, indem man als besondere Gattung diejenigen Probleme ausschlofs, wo keine wirkliche *γένεσις* stattfand, sondern nur ein durch eine Operation bewerkstelligtes Erkennen von etwas schon Daseiendem, und auf diese allein die Berechtigung seiner Einwürfe beschränkte, die theorematische Natur dieser Probleme anerkennend. Wenigstens sind die Porismen von den Problemen vollständig geschieden durch die Definitionen, die nach Proklus S. 79, 11 ff. von denjenigen aufgestellt wurden, die Theorem und Problem unterschieden, also Speusippos und Menaichmos bekämpften: *οἱ δὲ διορίζοντες τὸ θεώρημα τοῦ προβλήματός φασι πᾶν μὲν πρόβλημα ἐπιδέχεσθαι τῶν κατηγορουμένων τῆς ἐν αὐτῷ ὕλης αὐτό τε ἕκαστον καὶ τὸ ἀντικείμενον, πᾶν δὲ θεώρημα αὐτὸ μὲν ἐπιδέχεσθαι τὸ κατηγορούμενον οὐ μέντοι καὶ τὸ ἀντικείμενον*; der Sinn dieser Definition wird ganz klar durch die von Proklus gegebenen Beispiele; eins wird genügen: *ὅταν οὖν προτείνῃ τις οὕτως· εἰς κύκλον ἐντεῖναι τρίγωνον ἰσόπλευρον, πρόβλημα λέγει· δυνατὸν γὰρ εἰς αὐτὸν ἐντεῖναι καὶ μὴ ἰσόπλευρον.* Vgl. S. 80, 5: *ἐφ' ὧν τοίνυν τὸ σύμπτωμα*[1]) *καθολικόν ἐστι καὶ πάσῃ τῇ ὕλῃ παρομαρτοῦν, ταῦτα θεωρήματα λεκτέον, ἐφ' ὧν δὲ μὴ καθόλου μηδὲ τῷ ὑποκειμένῳ πάντως ἑπόμενον, πρόβλημα τὸ τοιοῦτον θετέον.* Wenn man hiermit das erste Beispiel des Proklus von einem *πόρισμα*: das Centrum eines Kreises zu finden, zusammenhält, wird man sehen, dafs die Porismen hiernach eher unter die Theoreme als unter die Probleme gehören. Das zweite Beispiel zeigt sich auch hier als verdächtig, weil es zu den Problemen gerechnet werden zu können scheint.

Wenn dies richtig ist, wurde also der Begriff der Porismen erst kurze Zeit vor Euklid aufgestellt, und er war wahrscheinlich, wie der letzte (Pappus VII S. 650, 1), so auch der erste, der eine solche Sammlung herausgab. Diejenigen Porismen, die schon in den Elementen einen Platz fanden, hat er gewifs nicht auch in die *πορίσματα* einverleibt; man mufs also annehmen, dafs er thatsächlich einen praktischen Unterschied etablierte zwischen den

---

1) Was unter *ὕλη* und *σύμπτωμα* zu verstehen ist, sagt Proklus S. 79, 16 ff.

Porismen, die am natürlichsten in den Elementen behandelt wurden und schon da notwendig waren, und denjenigen, deren Nutzen erst in der höheren Geometrie ersichtlich ward. Um über diese engere Auswahl der eigentlichen Porismen im strengeren Sinne des Wortes einigen Aufschlufs zu erhalten, müssen wir uns an die von Pappus gegebene Analyse des Euklidischen Werkes selbst wenden, jedoch immer die Definition des Proklus in mente behaltend. Die drei Bücher *πορίσματα* gehörten also nach Pappus VII S. 636, 21 zum *τόπος ἀναλυόμενος*[1]), und zwar nehmen sie in der Aufzählung der 12 hierher gehörenden Bücher die sechste Stelle ein.

Die Übersicht ihres Inhalts leitet Pappus VII S. 648, 18 ff. mit folgenden Bemerkungen ein:

μετὰ δὲ τὰς ἐπαφὰς ἐν τρισὶ βιβλίοις πορίσματά ἐστιν Εὐκλείδου, πολλοῖς ἄθροισμα φιλοτεχνότατον εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἐμβριθεστέρων προβλημάτων, καὶ τῶν γενῶν ἀπερίληπτον τῆς φύσεως παρεχομένης πλῆθος, οὐδὲν προστεθείκασι τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου γραφεῖσι πρώτου, χωρὶς εἰ μή τινες τῶν πρὸ ἡμῶν ἀπειρόκαλοι δευτέρας γραφὰς ὀλίγοις αὐτῶν παρατεθείκασιν ἑκάστου μὲν πλῆθος ὡρισμένον ἔχοντος ἀποδείξεων, ὡς ἐδείξαμεν, τοῦ δ' Εὐκλείδου μίαν ἑκάστου θέντος τὴν μάλιστά πως

Nach den „Berührungen" folgen in drei Büchern die Porismen Euklids, nach der Ansicht vieler eine sehr kunstreiche Sammlung zur Analyse der gewichtigeren Probleme, und obschon die Natur eine unbegrenzte Menge von Arten darbietet, haben sie nichts zu dem von Euklid ursprünglich Geschriebenen hinzugefügt, ausgenommen dafs einige geschmacklose Menschen vor unserer Zeit einigen wenigen unter ihnen neue Redaktionen beigefügt haben, da doch alles eine bestimmte Menge von Beweisen hat, wie wir gezeigt haben, Euklid aber für jeden Satz nur einen gesetzt hat, und zwar den am meisten

1) Den Pappus VII S. 634, 3 so definiert: *ὁ καλούμενος ἀναλυόμενος κατὰ σύλληψιν ἰδία τίς ἐστιν ὕλη παρεσκευασμένη μετὰ τὴν τῶν κοινῶν στοιχείων ποίησιν τοῖς βουλομένοις ἀναλαμβάνειν ἐν γραμμαῖς δύναμιν εὑρετικὴν τῶν προτεινομένων αὐτοῖς προβλημάτων, καὶ εἰς τοῦτο μόνον χρησίμη καθεστῶσα. . . . κατὰ ἀνάλυσιν καὶ σύνθεσιν ἔχουσα τὴν ἔφοδον.*

3. *πολλοῖς*] denn nicht alle verstanden sie zu schätzen. 6. *καί*] tilgt Hultsch; durch Veränderung des Punktes vor *οὐδέν* Lin. 8 in ein Komma glaube ich einen richtigen Sinn hergestellt zu haben. 10. *πρώτου*] hieraus allein läſst sich nicht mit Sicherheit schliessen, daſs Euklid überhaupt zuerst Porismen geschrieben. 12. *δευτέρας γραφάς*] (nicht *καταγραφάς*) die auch sonst (wie z. B. in den *δεδομένα*) häufigen *ἄλλως*, die in den Scholien oft mit einem *γράφεται δέ καὶ οὕτως* eingeleitet werden. 14. *ὡρισμένον*] ich erwartete eher *οὐχ ὡρισμένον*, *ἀόριστον*.
15. *ὡς ἐδείξαμεν*] bezieht sich wohl darauf, daſs Pappus öfters dasselbe auf mehr als eine Weise beweist. 16. *ἑκάστου*] *ἑκάστοτε* Hultsch; ob notwendig? 17. *πως ἐμφαίνουσαν*] *ἀπεμφαίνουσαν* die Hdss., *ὑπεμ-*

ἐμφαίνουσαν. ταῦτα δὲ λεπτὴν καὶ φυσικὴν ἔχει θεωρίαν καὶ ἀναγκαίαν καὶ καθολικωτέραν καὶ τοῖς δυναμένοις ὁρᾶν καὶ πορίζειν ἐπιτερπῆ. ἅπαντα δὲ αὐτῶν τὰ εἴδη οὔτε θεωρημάτων ἐστὶν οὔτε προβλημάτων ἀλλὰ μέσον πως τούτων ἐχούσης ἰδέας, ὥστε τὰς προτάσεις αὐτῶν δύνασθαι σχηματίζεσθαι ἢ ὡς θεωρημάτων ἢ ὡς προβλημάτων, παρ' ὃ καὶ συμβέβηκε τῶν πολλῶν γεωμετρῶν τοὺς μὲν ὑπολαμβάνειν αὐτὰ εἶναι τῷ γένει θεωρήματα τοὺς δὲ προβλήματα ἀποβλέποντας εἰς τὸ σχῆμα μόνον τῆς προτάσεως. τὴν δὲ διαφορὰν τῶν τριῶν τούτων ὅτι βέλτιον ᾔδεσαν οἱ ἀρχαῖοι, δῆλον ἐκ τῶν ὅρων. ἔφασαν γὰρ θεώρημα μὲν εἶναι τὸ προτεινόμενον εἰς ἀπόδειξιν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου, πρόβλημα δὲ τὸ προβαλλόμενον εἰς κατασκευὴν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου, πόρισμα δὲ τὸ προτεινόμενον εἰς πορισμὸν αὐτοῦ τοῦ προτεινομένου. μετεγράφη δὲ οὗτος ὁ τοῦ πορίσματος ὅρος ὑπὸ τῶν νεωτέρων μὴ δυναμένων ἅπαντα πορίζειν, ἀλλὰ συγχρωμένων τοῖς στοιχείοις τούτοις καὶ δεικνύντων αὐτὸ μόνον τοῦθ' ὅτι ἔστι τὸ ζητούμενον, μὴ

einleuchtenden. Diese Porismen aber enthalten eine subtile, natürliche, notwendige und ziemlich allgemeine Art von Untersuchungen, unterhaltend für diejenigen, welche ihre Augen zu gebrauchen und Operationen auszuführen verstehen. Sämtliche Arten derselben gehören weder zu den Theoremen noch zu den Problemen, sondern zu einer zwischen beiden in der Mitte stehenden Gattung, so dafs die Sätze entweder als Theoreme oder als Probleme gestaltet werden können, weshalb es so gekommen ist, dafs von den gewöhnlichen Geometern die einen sie als zur Gattung Theorem gehörend auffafsten, die anderen zu den Problemen, indem sie nur die Gestalt der Sätze berücksichtigten. Dafs aber die Alten den Unterschied dieser drei Dinge besser kannten, ist aus den Definitionen ersichtlich. Sie sagten nämlich, ein Theorem sei das, was so vorgelegt werde, dafs das vorgelegte bewiesen werden solle, ein Problem dagegen, was so gestellt werde, dafs das vorgelegte konstruiert werden solle, endlich ein Porisma, was so vorgelegt werde, dafs das vorgelegte herbeigeschafft werden solle. Aber diese Definition des Porisma ist von den Späteren verändert worden, die nicht alles herbeischaffen konnten, aber diese Elemente benutzten und nur soviel bewiesen, dafs das Gesuchte möglich ist, ohne es wirklich herbeizuschaffen, so dafs sie

φαίνουσαν Halley; das bedeutet aber: andeuten. 2. φυσικήν] d. h. wodurch wir in die Natur der Sache eindringen. 3. καθολικωτέραν] z. B. als die Elemente. 5. ὁρᾶν] einen guten Blick dafür haben, durch welche Hilfsätze und auf welchem Wege ein Problem gelöst werden mufs. 9. ὥστε] κτλ. bis Lin. 12 bezeichnet Hultsch als unecht, wie viele Stellen dieser ganzen Erörterung. Ich vermag es nicht mich hierin ihm anzuschliefsen; mir scheint das Ganze mit wenigen Ausnahmen aus einem Gusse zu sein. 35. τοῖς στοιχείοις τούτοις] die Porismen Euklids.

ποριζόντων δὲ τοῦτο καὶ ἐλεγχομένων ὑπὸ τοῦ ὅρου καὶ τῶν διδασκομένων. ἔγραψαν δὲ ἀπὸ συμβεβηκότος οὕτως· πόρισμά ἐστιν τὸ λεῖπον ὑποθέσει τοπικοῦ θεωρήματος. τούτου δὲ τοῦ γένους τῶν πορισμάτων εἶδός ἐστιν οἱ τόποι καὶ πλεονάζουσιν ἐν τῷ ἀναλυομένῳ· κεχωρισμένον δὲ τῶν πορισμάτων ἤθροισται καὶ ἐπιγράφεται καὶ παραδίδοται διὰ τὸ πολύχυτον εἶναι μᾶλλον τῶν ἄλλων εἰδῶν [τῶν γοῦν τόπων ἐστὶν ἃ μὲν ἐπιπέδων ἃ δὲ στερεῶν ἃ δὲ γραμμικῶν καὶ ἔτι τῶν πρὸς μεσότητας]. συμβέβηκε δὲ καὶ τοῦτο τοῖς πορίσμασιν τὰς προτάσεις ἔχειν ἐπιτετμημένας διὰ τὴν σκολιότητα πολλῶν συνήθως συνυπακουομένων· ὥστε πολλοὺς τῶν γεωμετρῶν ἐπὶ μέρους ἐκδέχεσθαι τὰ δὲ ἀναγκαιότερα ἀγνοεῖν τῶν σημαινομένων. περιλαβεῖν δὲ πολλὰ μιᾷ προτάσει ἥκιστα δυνατὸν ἐν τούτοις διὰ τὸ καὶ αὐτὸν Εὐκλείδην οὐ πολλὰ ἐξ ἑκάστου εἴδους τεθεικέναι, ἀλλὰ δείγματος ἕνεκα ἐκ τῆς πολυπληθείας ἓν ἢ ὀλίγα. πρὸς

von der Definition und dem Vorgetragenen widerlegt wurden. Sie haben aber nach einem zufälligen Nebenumstand so geschrieben: ein Porisma ist ein Ortstheorem mit unvollständiger Hypothesis. Eine Art von dieser Gattung der Porismen sind die Örter, und sie wiegen in der Abteilung von der analytischen Methode vor. Aber diese Art wird von den Porismen getrennt gesammelt, benannt und abgehandelt, weil sie mannichfaltiger ist als die übrigen Arten. Auch das ist bei den Porismen der Fall, dafs die Sätze wegen ihrer Verwickeltheit sehr kurz ausgedrückt sind, indem vieles herkömmlich hinzuzudenken ist; weshalb viele Geometer sie nur partiell auffassen, das wesentlichere aber des Inhalts nicht verstehen. Vieles in einem Satze zu umfassen ist hier nicht gut möglich, weil Euklid selbst nicht viele von jeder Art aufgestellt hat, sondern nur eins oder einige wenige von der grossen Menge als Beispiel. Jedoch hat er am Anfang des ersten Buches einige gleichartige Sätze angebracht von jener ergiebigeren Art (der Porismen), nämlich den τόποι, zehn in der Zahl. Da wir deshalb gefunden haben, dafs es möglich sei

3. τῶν διδασκομένων] der traditionelle, auf das Werk Euklids sich stützende Vortrag der Lehre von den Porismen. 11. „Diese Art von Porismen hat eine Wichtigkeit erlangt, dafs sie sich als selbständige Disciplin abgelöst hat, die in besonderen Werken mit eigenen Namen behandelt wird“. 15. τῶν γοῦν] etc. bis Lin. 18: diese hier durchaus müfsigen, auch durch ihre Form anstöfsigen Worte halte ich mit Hultsch für unecht; sie sind eine Reminiscenz aus VII 22, S. 662. 20. διὰ τὴν σκολιότητα] weil die προτάσεις sehr verwickelt waren und wegen der vielen Nebenbestimmungen u. dgl. sich nur sehr schwerfällig ausdrücken liefsen, machte man sie durch gewohnheitsmäfsige Verkürzungen übersichtlicher. 27. ἥκιστα] ἥδιστα die Hdss., was Vincent mit Unrecht verteidigt. 28. ἐν τούτοις] während Pappus den Inhalt mehrerer Schriften des Apollonius in je einen Satz vereinigt hat (VII 5, S. 640; 7, S. 640; 9, S. 642; 11, S. 644). 31. ἐκ] notwendige Zuthat von Hultsch. 32. ἓν ἢ] mit E. Littré; ἐν ἠι die Hdss.

ἀρχῇ δὲ ὅμως τοῦ πρώτου βιβλίου τέθεικεν ὁμοειδῆ τινα ἐκείνου τοῦ δαψιλεστέρου εἴδους τῶν τόπων ὡς ι΄ τὸ πλῆθος. διὸ καὶ περιλαβεῖν ταύτας μιᾷ προτάσει ἐνδεχόμενον εὑρόντες οὕτως ἐγράψαμεν· ἐὰν ὑπτίου ἢ παρυπτίου τρία τὰ ἐπὶ μιᾶς σημεῖα [ἢ παραλλήλου ἕτερα τὰ] δεδομένα ᾖ τὰ δὲ λοιπὰ πλὴν ἑνὸς ἅπτηται θέσει δεδομένης εὐθείας, καὶ τοῦθ' ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας. τοῦτ' ἐπὶ τεσσάρων μὲν εὐθειῶν εἴρηται μόνων, ὧν οὐ πλείονες ἢ δύο διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου εἰσίν, ἀγνοεῖται δὲ ἐπὶ παντὸς τοῦ προτεινομένου πλήθους ἀληθὲς ὑπάρχον οὕτως λεγόμενον ... τὸν δὲ στοιχειωτὴν οὐκ εἰκὸς ἀγνοῆσαι τοῦτο, τὴν δ' ἀρχὴν μόνην τάξαι.

diese in einem einzigen Satz zu umfassen, haben wir so geschrieben: wenn in einem System von vier Geraden, die sich je zwei und zwei schneiden, drei Punkte in einer Geraden gegeben sind, und die übrigen mit Ausnahme von einem je eine der Lage nach gegebene Gerade berühren, wird auch dieser eine Punkt eine der Lage nach gegebene Gerade berühren. Dies ist nur von vier Geraden ausgesprochen, von welchen nicht mehr als zwei durch denselben Punkt gehen, es ist aber unbekannt, daſs es von jeder gegebenen Menge gilt, wenn es so ausgesprochen wird: ... Daſs der Verfasser der Elemente dieses nicht gewuſst, ist unwahrscheinlich; er hat nur die Anfänge aufnehmen wollen.

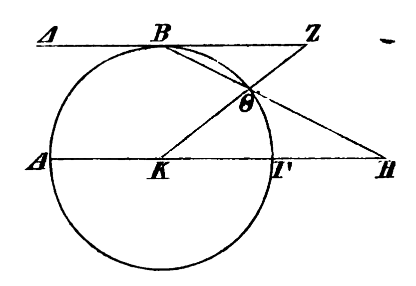
Es muſs hier sogleich hervorgehoben werden, daſs die „alte“ Definition des Pappus (S. 65, 28) mit der Definition des Proklus identisch ist, wie ja auch Pappus (S. 65, 6) die Porismen zwischen Theoreme und Probleme stellt. Die Anwendung von dem Wort *πορισμός* in jener Definition zeigt, daſs die Porismen auf eine Operation ausgingen, daſs sie in der Form an ein Problem erinnerten, dem Inhalte nach den Theoremen näher standen. Man kann hiergegen nicht den Satz bei Pappus oben Z. 8 ff. (und natürlich noch weniger die Erweiterung desselben oben Z. 20) geltend machen; denn wir haben hier nicht ein mit den Euklidischen konformes Porisma, sondern einen von Pappus selbst aufgestellten Satz, der den Inhalt von zehn Sätzen bei Euklid zusammenfassen soll; nichts berechtigt uns anzunehmen, daſs Pappus hier die Form eines Porisma beibehalten hat, besonders da wir unten sehen werden, daſs er auch sonst, sogar ohne besonderen Grund, in seiner Wieder-

1. *ἀρχῇ*] so ist zu lesen, nicht *ἀρχήν*, wie die Hdss. bieten; s. unten. *δὲ ὅμως*] möchte ich schreiben für *δεδομένον*; doch ist die Emendation namentlich darum unsicher, weil die Hds. nach diesem Wort eine Lücke hat; vielleicht *δὲ μόνον*. 2. *τινα*] schreibe ich statt *πάντ'*. 9. *ἢ παραλλήλου ἕτερα τά*] sind, wie sie da stehen, unverständlich; Hultsch fügt *δύο* zu und übersetzt: vel duo, si duae parallelae sunt (?); er hält sie übrigens für unecht. 20. *λεγόμενον*] das hier Folgende habe ich weggelassen als für meinen Zweck unbedeutend.

gabe den Charakter des Porisma verwischt hat. Dafs ein Porisma in der Form eines Problems ausgesprochen werden kann, bedarf also nach dem Gesagten keiner Erläuterung; es kann aber nach Pappus (S. 65, 11) auch als Theorem gestaltet werden. Wie das geschehen konnte, wird klar, wenn man die Stelle S. 65, 32 ff. beachtet. Es heifst dort, die Neueren hätten sich darauf beschränkt, die Möglichkeit der geforderten Operation zu beweisen, ohne die Konstruktion selbst wirklich auszuführen. Darauf konnten sie doch wohl nur dann verfallen, wenn es Porismen gab, welche formell nur die Möglichkeit einer Konstruktion besagten. Solche Porismen waren offenbar als Theoreme ausgesprochen, und Euklid löste sie dadurch, dafs er die als möglich behauptete Konstruktion wirklich zu Stande brachte[1]; die Neueren dagegen liefsen den *πορισμός* weg, indem sie eben nur die Möglichkeit bewiesen, und wurden so von der Definition (die einen *πορισμός* als wesentliches Merkmal aufstellte) und von dem Vorgetragenen (d. h. den Euklidischen Porismen, die für diese Disciplin die Grundlage bildeten, und womit der Lehrgang anfing) widerlegt.

Beispiele von dieser Art der Porismen finden wir bei Archimedes *περὶ ἑλίκων* propp. 5—9, deren Inhalt dieser ist:

Prop. 5: Es sei gegeben ein Kreis und eine Tangente ΔZ; dann ist es möglich eine Linie KZ vom Centrum aus bis zur Tangente so zu legen, dafs ΘZ zu $K\Theta$ ein kleineres Verhältnis habe als arc. $B\Theta$ zu einem gegebenen Kreisbogen. — Archimedes bewerkstelligt die Konstruktion, indem er sich auf folgenden Satz stützt, dessen Beweis er jedoch nicht mitteilt: man könne eine Linie ΘH von gegebener Gröfse so legen, dafs sie verlängert den Punkt B treffe (*νεύουσα ἐπὶ τὸ B*). Natürlich hat Archimedes den exakten Beweis hierfür selbst gekannt, oder der Satz ist schon vor ihm bekannt gewesen; vielleicht stand er in den Porismen Euklids. Dafs die Konstruktion möglich ist, läfst sich durch eine sehr einfache Schlufsfolgerung einsehen[2], und darauf würden wohl „die Neueren“ sich beschränkt haben; die Ausführung der Konstruktion, die wir jedenfalls als dem Archimedes bekannt voraussetzen müssen, erfordert Anwendung von Kegelschnitten.

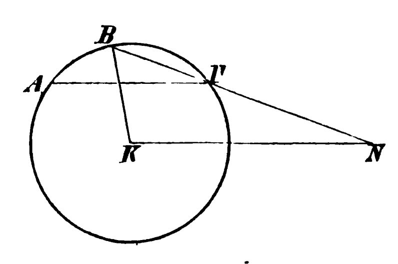


Prop. 6: Es sei gegeben ein Kreis und eine Sehne $A\Gamma$; es

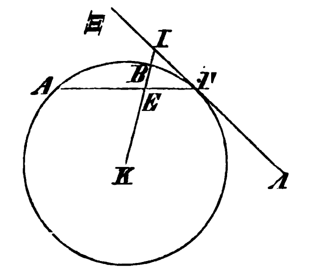
1) Vgl. Cantor: Vorlesungen S. 241: (das Porisma war) Verbindung von Theorem und Problem, ein Theorem, das ein Problem anregte und einschlofs.

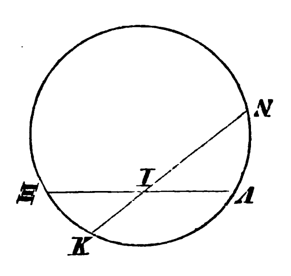
2) S. Nizze: Übersetzung S. 122 Anm.

wird dann möglich sein, vom Centrum aus die Linie *BK* so zu legen, dafs *BE* : *BΓ* einem gegebenen Verhältnis gleich ist. — Die Aufgabe läuft darauf hinaus, man solle zwischen *KN* und der Peripherie eine gegebene Linie *BN* so legen, dafs sie durch *Γ* gehe; welche Konstruktion Archimedes dahinstellt mit dem Zusatz: *δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τεμεῖν*; vielleicht hat er sie aus dem vorhergehenden Porisma selbst abgeleitet. In Prop. 7 wird das im fünften Satze angewandte Porisma wieder benützt, hier mit dem Zusatz: *δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τέμνειν.*



Prop. 8: Es sei gegeben ein Kreis, eine Sehne *AΓ* und eine Tangente zu ihrem Endpunkte *ΞΔ*; so ist es möglich, vom Centrum aus die Linie *KI* so zu legen, dafs *BE* : *IΓ* einem gegebenen Verhältnis gleich ist. — Auch hier beruht der Beweis auf





einem von Archimedes als bekannt vorausgesetzten Satz, dafs es möglich ist, in einem gegebenen Kreis mit einer gegebenen Sehne eine Linie *KN* so zu legen, dafs sie *K* treffe, und dafs *IN* eine gegebene Gröfse habe. Dasselbe Porisma kommt in prop. 9 zur Anwendung. Auch hier kann die blofse Möglichkeit der Konstruktion auf ganz elementarem Wege leicht gefolgert werden (Nizze S. 124 Anm.). Die Verwirklichung erheischt Sätze aus der Lehre von den Kegelschnitten, und Pappus giebt IV 78 S. 298 ff. die Analysis vermittelst zweier Sätze, die er selbst *τόποι* benennt (S. 298, 7). Diese Aufgabe war wohl also in keinem bekannten mathematischen Werke (z. B. nicht in Euklids Porismen) behandelt; sonst würde Pappus wahrscheinlich darauf verwiesen haben oder doch eine Bemerkung über seine Quelle eingeschaltet haben (vgl. S. 298, 4: *τὴν ἀνάλυσίν σοι κατέταξα, ἵνα τὸ βιβλίον διερχόμενος μὴ διαπορῇς*).

Alle diese Aufgaben sind wirkliche Porismen, wie Theoreme gestaltet, dem Inhalt nach mit Problemen verwandt, doch wird

nichts Neues erschaffen (*κατασκευάζειν*), sondern die (notwendig existierende) Lage einer gegebenen Linie, worin sie gegebenen Bedingungen entspricht, wird zu Wege gebracht; es sind also nicht eigentliche Probleme, sondern Porismen.

Dafs die sogenannten *τόποι* unter die Porismen nach der hier vorgetragenen Auffassung gehören, wie Pappus ausdrücklich bezeugt (S. 66, 7 ff.), wird sich sofort ergeben. Nehmen wir als Beispiel eines *τόπος* die von Eutokius Comm. zu Apollonius S. 11 als solches angeführte Aufgabe aus den *τόποι ἐπίπεδοι* des Apollonius: *ὅμοιον καὶ γράφει αὐτὸς Ἀπολλώνιος ἐν τῷ ἀναλυομένῳ τόπῳ τὸ ὑποκείμενον·*[1]) *δύο δοθέντων σημείων ἐν ἐπιπέδῳ καὶ λόγου δοθέντος ἀνίσων εὐθειῶν δυνατόν ἐστιν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γράψαι κύκλον ὥστε τὰς ἀπὸ τῶν δοθέντων σημείων ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου κλωμένας εὐθείας λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.* Ein *τόπος* ist also ein Satz, wo die Auffindung eines geometrischen Orts gefordert wird. Man soll also auch hier nichts neues hervorbringen durch die Konstruktion; denn dafs der Ort schon existiert, unterliegt keinem Zweifel; es handelt sich nur von dem Herbeischaffen desselben, und das war eben das charakteristische Merkmal des Porisma.

Ich bemerke hier, dafs Chasles S. 33 aufser den Ortstheoremen und *τόποι* noch eine dritte Kategorie aufstellt, die er Ortsprobleme (problème local) nennt. Das ist aber ein wahres *ἄτοπον*; nirgends ist bei den griechischen Mathematikern von einem *πρόβλημα τοπικόν* die Rede, und konnte es auch nicht sein; denn wenn man auch nicht wie in dem angeführten Beispiele schon im Satze selbst die Natur des Ortes angiebt, sondern ganz allgemein fragt: welcher ist der geometrische Ort von diesen Eigenschaften (oder, was dasselbe ist, die Aufgabe stellt den Ort von diesen Eigenschaften zu finden), worin nach Chasles der Unterschied zwischen *τόπος* und Ortsproblem bestehen soll, so ist der Ort etwas schon Daseiendes, das man nur finden will, nicht etwas, das als neues Produkt aus der Konstruktion resultiert; also ist eine Aufgabe, die Örter betrifft, immer ein *πόρισμα*, und Simson hat ganz richtig den *τόπος* so definiert (de porismatibus S. 324): locus est propositio, in qua propositum est datam esse demonstrare vel invenire lineam aut superficiem, cuius quodlibet punctum, vel superficiem, in qua quaelibet linea data lege descripta communem quandam habet proprietatem in propositione descriptam, welche Definition Chasles S. 271 ff. mit Unrecht tadelt.

Die citierte Stelle aus Eutokius giebt uns übrigens einen sehr wichtigen Aufschlufs über eine Gewohnheit des Pappus, wo er *τόποι* referiert. Denselben Satz aus den *τόποι ἐπίπεδοι* (II, 1)

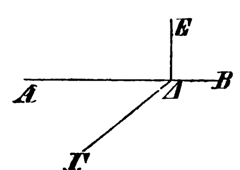
---

1) So scheint mir gelesen werden zu müssen; Halley hat *ὑποκειμένῳ* statt *τὸ ὑποκείμενον*.

des Apollonius finden wir nämlich bei Pappus VII 26, S. 666 so ausgedrückt: *ἐὰν ἀπὸ δύο δεδομένων σημείων εὐθεῖαι κλασθῶσιν, καὶ ᾖ τὰ ἀπ' αὐτῶν δοθέντι χωρίῳ διαφέροντα, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας, ἐὰν δὲ ὦσιν ἐν λόγῳ δοθέντι ἤτοι εὐθείας ἢ περιφερείας.* Der dem Eutokius entsprechende Teil dieses Satzes würde also nach der Fassung des Pappus mit Supplierung des Hinzugedachten so lauten: wenn von zwei gegebenen Punkten zwei Gerade gezogen werden, die sich in einem Punkte begegnen, und diese Geraden unter sich ein gegebenes Verhältnis haben, wird dieser Punkt entweder auf einer Geraden oder auf einer Kreisperipherie von gegebener Lage liegen (Hultsch II S. 667, Chasles S. 269). Pappus hat also dasjenige, was den Satz zu einem Porisma macht, die Aussage von der Möglichkeit, den verlangten Ort zu finden, weggenommen und den Satz zu einem Ortstheorem verwandelt. Dasselbe wird ohne allen Zweifel auch von den vielen anderen *τόποι* von verwandter Gestalt, die bei Pappus wiedergegeben werden (S. 664—68 und sonst), gelten.[1])

Jetzt wird auch die Bedeutung der „neueren" Definition bei Pappus (S. 66, 5) klar sein: *πόρισμά ἐστιν τὸ λεῖπον ὑποθέσει τοπικοῦ θεωρήματος.* Diese Worte sind verschieden aufgefafst worden. Breton S. 214 übersetzt: Le porisme est ce qu'il faut ajouter à l'hypothèse pour que celle-ci devienne l'énoncé d'un théorème local, was sprachlich (es müfste wenigstens *τῇ ὑποθέσει* heifsen) und sachlich unzuläfslich ist. Dasselbe gilt von der Übersetzung Vincents (S. 24; vgl. S. 32 ff.): Le porisme est ce qu'il faut ajouter à l'hypothèse d'un théorème local. Das Richtige hat schon Commandinus S. 245: porisma est quod hypothesi deficit a locali theoremate (vgl. Chasles S. 16: le porisme est inférieur, par l'hypothèse, au théorème local), d. h. ein Porisma ist, was in Bezug auf die Hypothesis hinter einem Ortstheorem zurückbleibt. Man erwartet eher *λειπόμενον*, aber die intransitive Bedeutung von *λείπειν* (unvollständig sein) ist doch nicht ohne Beispiele in der

1) Hiernach sind auch die beiden *τόποι* zu erklären, die Pappus IV S. 298—300 zur Analysis der Archimedischen Aufgabe anführt (oben S. 69): *θέσει εὐθεῖα ἡ AB, καὶ ἀπὸ δοθέντος σημείου τοῦ Γ προσπιπτέτω τις ἡ ΓΔ, καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ AB ἡ ΔE, ἔστω δὲ λόγος τῆς ΓΔ πρὸς ΔE· ὅτι τὸ E πρὸς ὑπερβολῇ*, d. h. wenn eine Gerade *AB* und ein Punkt *Γ* gegeben ist, ist es möglich, eine Hyperbel zu zeichnen, so dafs die Senkrechte auf *AB* von jedem Punkte der Hyperbel zu der von dem Fufspunkte der Senkrechten nach *Γ* gezogenen Geraden ein gegebenes Verhältnis hat. Ähnlich verhält es sich mit dem zweiten: *ἔστω θέσει καὶ μεγέθει δοθεῖσα ἡ AB καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΓ, ἔστω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ ἴσον τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ΓΔ· ὅτι τὸ Δ σημεῖον ἅπτεται θέσει παραβολῆς.* Buchstäblich nach dem Wortlaut aufgefafst haben diese beiden Sätze keinen Sinn.



späteren Sprache (Quaest. Archim. S. 121). Entscheidend für diese Auffassung ist eine, so viel mir bekannt, bisher übersehene Stelle bei Pappus selbst. Nachdem er nämlich VII 11 S. 644 den Inhalt des Apollonischen Werkes *περὶ ἐπαφῶν* folgendermaſsen zusammengefaſst hat: *ἑξῆς σημείων καὶ εὐθειῶν καὶ κύκλων τριῶν ὁποιωνοῦν θέσει δοθέντων κύκλον ἀγαγεῖν δι' ἑκάστου τῶν δοθέντων σημείων (εἰ δοθείη) ἐφαπτόμενον ἑκάστης τῶν δοθεισῶν γραμμῶν*, sagt er S. 648: *πάλιν μιᾷ περιλάβωμεν ἅπαντα προτάσει, ἥτις τῆς προειρημένης λείπουσα μὲν ὑποθέσει περιττεύουσα δὲ ἐπιτάγματι οὕτως ἔχει· σημείων καὶ εὐθειῶν καὶ κύκλων ὁποιωνοῦν δύο δοθέντων κύκλον γράψαι τῷ μεγέθει δοθέντα διὰ τοῦ δοθέντος σημείου ἢ τῶν δοθέντων παραγινόμενον (εἰ δοθείη) ἐφαπτόμενον δὲ ἑκάστης τῶν δεδομένων γραμμῶν.* Eine Vergleichung mit dem oben angeführten Satz zeigt, daſs hier die Anzahl der gegebenen Dinge nur je zwei, dort je drei ist, während das Geforderte durch die Bestimmung *τῷ μεγέθει δοθέντα* vermehrt ist, daſs somit die Hypothesis hier unvollständiger ist.

Zur Erläuterung diene das Beispiel des Eutokius (oben S. 70). Derselbe Satz würde als Ortstheorem heiſsen: wenn das Verhältnis zweier sich schneidenden ungleichen Geraden von zwei gegebenen Punkten aus immer das gleiche ist, wird der geometrische Ort des Schnittpunkts eine Kreisperipherie sein. Hier ist also in die Hypothesis etwas aufgenommen (daſs das Verhältnis der Geraden dasselbe ist), das im *τόπος* nicht zur Hypothesis gehörte; dieser ist somit in der Hypothesis unvollständiger als das Ortstheorem. Weil die *τόποι* unter den Porismen vorherrschten (Pappus S. 66, 9), war es den „Neueren" nahe gelegt, nach diesen die Definition des Porisma zu bilden, und so kamen sie dazu, als Hauptsache einen zufälligen Umstand anzusehen, der zwar bei vielen Porismen da war, bei anderen aber nicht.

Ich trage jetzt den Schluſs der Pappusstelle S. 654, 17 ff. nach, der eine systematische Inhaltsübersicht der drei Bücher Porismen giebt.

καὶ ἐπὶ πάντων δὲ τῶν πορισμάτων φαίνεται ἀρχὰς καὶ σπέρματα μόνα πλήθει πολλῶν καὶ μεγάλων καταβεβλημένος, ὧν τὰ γένη οὐ κατὰ τὰς τῶν ὑποθέσεων διαφορὰς διαστέλλειν δεῖ, ἀλλὰ κατὰ τὰς τῶν συμβεβηκότων καὶ ζητουμένων. αἱ μὲν γὰρ ὑποθέσεις ἅπασαι διαφέρουσιν ἀλλήλων εἰδι-

Und so hat er offenbar bei allen Porismen nur Anfänge und gleichsam Samen von vielen und umfassenden Dingen niederlegt, deren Gattungen man nicht nach den Verschiedenheiten der Hypothesen einteilen darf, sondern nach den Verschiedenheiten der Resultate und der gesuchten Dinge.

3. *πλήθει*] scheint mir die leichteste Emendation des verdorbenen *πληθῶν*. 7. *συμβεβηκότων*] = *συμβαινόντων* S. 73, 1, vgl. *συμβέβηκε* S. 73, 4. *συμβαίνειν* bedeutet bei Mathematikern: resultieren. 8. *γὰρ*]

κώτεται οὖσαι τῶν δὲ συμβαινόντων καὶ ζητουμένων ἕκαστον ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ὂν πολλαῖς ὑποθέσεσι διαφόροις συμβέβηκε. ποιητέον οὖν ἐν μὲν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ ταῦτα τὰ γένη τῶν ἐν ταῖς προτάσεσι ζητουμένων· ἐν ἀρχῇ μὲν τοῦ βιβλίου διάγραμμα τοῦτο·

ἐὰν ἀπὸ δύο δεδομένων σημείων πρὸς θέσει δεδομένην εὐθεῖαι κλασθῶσιν, ἀποτέμνῃ δὲ μία ἀπὸ θέσει δεδομένης εὐθείας πρὸς τῷ ἐπ' αὐτῆς δεδομένῳ σημείῳ, ἀποτεμεῖ καὶ ἡ ἑτέρα ἀπὸ ἑτέρας λόγον ἔχουσαν δοθέντα·

ἐν δὲ τοῖς ἑξῆς·

I. ὅτι τόδε τὸ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης εὐθείας.

II. ὅτι λόγος τῆσδε πρὸς τήνδε δοθείς.

III. ὅτι λόγος τῆσδε πρὸς ἀποτομήν.

IV. ὅτι ἥδε θέσει δεδομένη ἐστίν.

V. ὅτι ἥδε ἐπὶ δοθὲν νεύει.

VI. ὅτι λόγος τῆσδε πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος.

Denn die Hypothesen sind alle verschieden, weil sie ganz speziell sind, von den Resultaten aber und den gesuchten Dingen wird ein und dasselbe aus vielen verschiedenen Hypothesen gefolgert. Im ersten Buche muſs man also folgende Gattungen der in den Sätzen gesuchten Dinge machen:

im Anfang des Buchs diesen Satz: wenn von zwei gegebenen Punkten aus Gerade gezogen werden, die sich auf einer der Lage nach gegebenen Geraden schneiden, und die eine von einer der Lage nach gegebenen Geraden von einem in dieser gegegebenen Punkt an ein Stück abschneidet, so wird auch die andere von einer anderen Geraden eine Linie abschneiden, die ein gegebenes Verhältnis hat.

Im Folgenden aber:

I. Dieser Punkt liegt auf einer der Lage nach gegebenen Geraden.

II. Das Verhältnis dieser beiden Geraden ist gegeben.

III. Das Verhältnis dieser Geraden zu einem abgeschnittenen Stück ist gegeben.

IV. Diese Gerade ist der Lage nach gegeben.

V. Diese Gerade wird verlängert einen gegebenen Punkt treffen.

VI. Das Verhältnis dieser Geraden zu einer Geraden von diesem Punkt aus bis zu einem gegebenen Punkt ist gegeben.

habe ich hinzugefügt. 7. ἐν ἀρχῇ μέν] bildet den notwendigen Gegensatz zu ἐν δὲ τοῖς ἑξῆς Z. 16. — τοῦ βιβλίου] τοῦ ζ' die Hdss.; aber β[ι] (d. h. βιβλίου) und ζ' wurden leicht verwechselt (Bast: Comment. palaeogr. S. 811 ed. Schaefer). 8. διάγραμμα] ist bei Pappus immer: Satz (nicht: Figur, καταγραφή). 21. ἀποτομήν] ἀποτομή darf hier nicht mit Breton und Vincent S. 40 nach Eukl. X 74 von einer Linie von der Form $a \div \sqrt{b}$ verstanden werden; es muſs (wie auch Chasles und

VII. ὅτι λόγος τῆσδε πρός τινα ἀπὸ τοῦδε κατηγμένην.

VII. Das Verhältnis dieser Geraden zu einer von diesem Punkt aus niedergefällten ist gegeben.

VIII. ὅτι λόγος τοῦδε τοῦ χωρίου πρὸς τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆσδε.

VIII. Das Verhältnis dieser Figur zum Rechteck, das von einer gegebenen Geraden und dieser gebildet wird, ist gegeben.

IX. ὅτι τοῦδε τοῦ χωρίου ὃ μέν τι δοθέν ἐστιν ὃ δὲ λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν.

IX. Von dieser Figur ist ein Teil gegeben, ein anderer hat zu einem gegebenen Abschnitt ein gegebenes Verhältnis.

X. ὅτι τόδε τὸ χωρίον ἢ τόδε μετά τινος χωρίου δοθέν ἐστιν, ἐκεῖνο δὲ λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν.

X. Gleichzeitig ist dieser Raum oder dieser nebst einem anderen gegeben, und jener hat zu einem Abschnitt ein gegebenes Verhältnis.

XI. ὅτι ἡ, μεθ' ἧς πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα, λόγον ἔχει πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος.

XI. Die Gerade, womit verbunden diese Gerade zu ihr selbst ein gegebenes Verhältnis hat, ist zu einer Geraden von diesem Punkte aus bis zu einem gegebenen Punkte in einem gegebenen Verhältnis.

XII. ὅτι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆσδε ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος.

XII. Das von einer gegebenen Geraden und dieser gebildete Rechteck ist dem Rechtecke gleich, das von einer gegebenen Geraden und der Geraden von diesem Punkte aus bis zu einem gegebenen gebildet wird.

XIII. ὅτι λόγος τῆσδε καὶ τῆσδε πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος.

XIII. Das Verhältnis der Summe dieser Geraden zu einer Geraden von diesem Punkt aus bis zu einem gegebenen ist gegeben.

Hultsch annehmen) ganz allgemein: Abschnitt (von einer Geraden oder einer Figur) bedeuten; sonst kann man kaum in Nr. 9 — 10 einen Sinn finden. Doch ist der Ausdruck sehr dunkel; es dürfte zwischen ihm und den Schriften des Apollonius λόγου ἀποτομή und χωρίου ἀποτομή irgend eine Beziehung stattfinden. 10. δοθέν] scheint mir eine notwendige Berichtigung statt δοθέντος. 13. ἣ] ἥδε die Hdschr.; was Hultsch tilgt. Es sei ἥδε b genannt, ἡ μεθ' ἧς κτλ. a; dann ist das Z. 13 bezeichnete Verhältnis $\frac{a+b}{a}$. 17. δοθείσης] die Hdss. haben hier und Z. 18 δοθέντος, was mir unverständlich scheint; jedenfalls ist die allgemein angenommene Erklärung Bretons S. 217: le triangle qui a pour sommet un point fixe et pour base une telle droite, ganz unmöglich. Ich habe daher mit Halley δοθείσης aufgenommen; die Ver-

XIV. ὅτι ἥδε ἀποτέμνει ἀπὸ θέσει δεδομένων δοθὲν περιεχούσας.

XIV. Diese Gerade schneidet von zwei der Lage nach gegebenen Stücke ab, die ein gegebenes Rechteck bilden.

Ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ ὑποθέσεις μὲν ἕτεραι τῶν δὲ ζητουμένων τὰ μὲν πλείονα τὰ αὐτὰ τοῖς ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ, περισσὰ δὲ ταῦτα·

Im zweiten Buch sind die Hypothesen verschieden, von den gesuchten Dingen aber die meisten dieselben wie im ersten Buch, und dazu noch die folgenden:

XV. ὅτι τόδε τὸ χωρίον ἢ τόδε μετὰ δοθέντος λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν.

XV. Dieser Raum oder dieser nebst einem gegebenen hat zu einem Abschnitt ein gegebenes Verhältnis.

XVI. ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ τῶνδε πρὸς ἀποτομήν.

XVI. Das Rechteck, das von diesen Geraden gebildet wird, hat zu einem Abschnitt ein gegebenes Verhältnis.

XVII. ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ συναμφοτέρων τῶνδε καὶ συναμφοτέρων τῶνδε πρὸς ἀποτομήν.

XVII. Das von diesen beiden Geraden zusammengenommen mit diesen beiden zusammengenommen gebildete Rechteck hat zu einem Abschnitt ein gegebenes Verhältnis.

XVIII. ὅτι τὸ ὑπὸ τῆσδε καὶ συναμφοτέρου τῆσδε τε καὶ τῆς πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα, καὶ τὸ ὑπὸ τῆσδε καὶ τῆς πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα, λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν.

XVIII. Das Rechteck, das von dieser Geraden und der Summe dieser und derjenigen, zu welcher diese ein gegebenes Verhältnis hat, gebildet wird, mit dem Rechtecke, das von dieser und derjenigen, zu welcher diese ein gegebenes Verhältnis hat, hat zu einem Abschnitte ein gegebenes Verhältnis.

XIX. ὅτι λόγος συναμφοτέρου πρός τινα ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος.

XIX. Die Summe dieser beiden Geraden hat zu einer Geraden von diesem Punkte aus bis zu einem gegebenen ein gegebenes Verhältnis.

XX. ὅτι δοθὲν τὸ ὑπὸ τῶνδε.

XX. Diese Geraden bilden ein gegebenes Rechteck.

wechselung kann durch *δοθέντος* Z. 15 S. 74 veranlaſst worden sein. 9. *ἢ τόδε μετὰ δοθέντος*] *ἤτοι* die Hdss., worin aber nach *ἀποτομήν* Z. 11 noch folgt: *μετὰ δοθέντος λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν*; daraus hat Hultsch die aufgenommene Lesart wiederhergestellt. 23. *συναμφοτέρου*] sc. *τῆσδε* (Halley, Simson, Vincent); sc. *τοῦδε τοῦ χωρίου* (Breton, Chasles, Hultsch).

Ἐν δὲ τῷ τρίτῳ βιβλίῳ αἱ μὲν πλείονες ὑποθέσεις ἐπὶ ἡμικυκλίων εἰσίν, ὀλίγαι δὲ ἐπὶ κύκλου καὶ τμημάτων, τῶν δὲ ζητουμένων τὰ μὲν πολλὰ παραπλήσια τοῖς ἔμπροσθεν, περισσὰ δὲ ταῦτα·

Im dritten Buche aber geht die Mehrzahl der Hypothesen Halbkreise an, einige wenige den Kreis und Kreissegmente, von den gesuchten Dingen aber sind die meisten den früheren gleich; hinzu kommen noch die folgenden:

XXI. ὅτι λόγος τοῦ ὑπὸ τῶνδε πρὸς τὸ ὑπὸ τῶνδε.

XXI. Das von diesen Geraden gebildete Rechteck hat zu dem von diesen gebildeten ein gegebenes Verhältnis.

XXII. ὅτι λόγος τοῦ ἀπὸ τῆσδε πρὸς ἀποτομήν.

XXII. Das Verhältnis des auf dieser Geraden gezeichneten Quadrats zu einem Abschnitt ist gegeben.

XXIII. ὅτι τὸ ὑπὸ τῶνδε τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς ἀπὸ τοῦδε ἕως δοθέντος.

XXIII. Das von diesen Geraden gebildete Rechteck ist dem Rechtecke gleich, das von einer gegebenen Geraden und der Geraden von diesem Punkt an bis zu einem gegebenen Punkt gebildet wird.

XXIV. ὅτι τὸ ἀπὸ τῆσδε τῷ ὑπὸ δοθείσης καὶ ἀπολαμβανομένης ὑπὸ καθέτου ἕως δοθέντος.

XXIV. Das auf dieser Geraden gezeichnete Quadrat ist dem Rechtecke gleich, das von einer gegebenen Geraden und der von einer Senkrechten bis zu einem gegebenen Punkte abgeschnittenen Geraden gebildet wird.

XXV. ὅτι συναμφότερος ἥδε καὶ πρὸς ἣν ἥδε λόγον ἔχει δοθέντα, λόγον ἔχει πρὸς ἀποτομήν.

XXV. Diese Gerade mit derjenigen zusammengenommen, zu welcher diese ein gegebenes Verhältnis hat, hat zu einem Abschnitt ein gegebenes Verhältnis.

XXVI. ὅτι ἔστιν τι δοθὲν σημεῖον, ἀφ' οὗ αἱ ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τούσδε δοθὲν περιέξουσι τῷ εἴδει τρίγωνον.

XXVI. Es giebt einen Punkt von der Beschaffenheit, dafs die von ihm aus zu diesen Kreisen gezogenen Geraden ein der Gestalt nach gegebenes Dreieck bilden.

XXVII. ὅτι ἔστιν τι δοθὲν σημεῖον, ἀφ' οὗ αἱ ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τόνδε ἴσας ἀπολαμβάνουσι περιφερείας.

XXVII. Es giebt einen Punkt von der Beschaffenheit, dafs die von ihm aus zu diesem Kreise gezogenen Geraden gleiche Bogen abschneiden.

5. παραπλήσια] schrieb ich st. παραπλησίως. 17. ἥδε] Zusatz von Hultsch. 22. τούσδε] so Hultsch; το die Hdss. 27. τόνδε] so Hultsch

XXVIII. ὅτι ἥδε ἤτοι παρὰ θέσει ἐστὶν ἢ μετά τινος εὐθείας ἐπὶ δοθὲν νευούσης δοθεῖσαν περιέχει γωνίαν.

XXVIII. Diese Gerade ist entweder einer der Lage nach gegebenen parallel oder bildet mit einer Geraden, die verlängert einen gegebenen Punkt trifft, einen gegebenen Winkel.

ἔχει δὲ τὰ τρία βιβλία τῶν πορισμάτων λήμματα λη', αὐτὰ δὲ θεωρημάτων ἐστὶν ροα'.

Die drei Bücher der Porismen haben 38 Hülfssätze, selbst enthalten sie aber 171 Sätze.

Ohne eine durchgängige Kritik des Werkes Chasles' im einzelnen zu wagen, geschweige denn eine neue vollständige Restitution zu versuchen, will ich nur einige kleine Bemerkungen hier anknüpfen. — Es liegt am Tage, dafs ἥδε, τόδε u. dgl. überall die von Pappus weggelassene (S. 72) Hypothesis vertritt (es wäre also eigentlich mit „der und der“ zu wiedergeben), während das durch die Konstruktion zu ermittelnde sich an ὅτι anschliefst, eine auch sonst von Pappus und überhaupt von Kommentatoren und Scholiasten beliebte Ausdrucksweise. Die unter Nr. 26—27 aufgeführten Referate geben die Gestalt der dahin gehörenden Porismen sogleich an die Hand: es ist möglich, einen Punkt von der geforderten Beschaffenheit zu finden. Ebenso deutet Nr. 1 Porismen von dieser Form an: es ist möglich, eine Gerade zu konstruieren, deren Punkte die und die Eigenschaften besitzen, Nr. 5 von dieser: es ist möglich, unter den und den Umständen eine Gerade so zu legen, dafs sie verlängert einen gegebenen Punkt trifft (hierzu würde die S. 68 besprochene Archimedische Aufgabe gehören, wenn sie wirklich in den Porismen stand); Nr. 12: es ist möglich, von einer Geraden zwischen einem Punkt von den und den Eigenschaften und einem gegebenen Punkt ein Stück abzuschneiden, das mit einer gegebenen Geraden ein Rechteck bildet, das einem Rechteck gleich ist, welches von einer gegebenen Geraden und einer Geraden von den und den Eigenschaften gebildet wird usw. Am dunkelsten sind die Referate, wo der λόγος πρὸς ἀποτομήν sich findet; ich glaube, dafs wir es hier mit einem noch nicht aufgeklärten Kunstausdruck zu thun haben, dessen Erklärung für das Verständnis der Porismen ungemein för-

nach Simson für τόδε. Da τόδε jedenfalls korrumpiert ist und man wegen περιφερείας Z. 28 S. 76 notwendig annehmen mufs, dafs ein Kreis gegeben war, empfiehlt sich diese leichte Änderung; dadurch wird auch τούσδε (sc. κύκλους) Z. 22 S. 76 wahrscheinlich. 1. ἥδε ἤτοι] Hultsch im Index s. v. παράθεσις; ηδεντοι die Hdss. ἥδε ἤτοι ἐν Halley. 6. λη'] sie finden sich VII 193—232, S. 866 ff. 7. θεωρημάτων] hierin ist kein Widerspruch wider die Ansicht, dafs die Porismen den Problemen näher stehen. Denn θεώρημα hat aufser seiner speziellen Bedeutung noch die allgemeinere: Satz (vgl. γράφη — δίκη, ἀνάλυσις — σύνθεσις).

dernd sein würde. In den meisten Fällen hat Chasles die Form eines Porisma (on peut trouver, on peut déterminer) eingehalten, aber viele Sätze sind Theoreme oder Data. — Nach Chasles nahmen die zehn von Pappus genannten gleichartigen Porismen die erste Stelle ein. Ich glaube dagegen, dafs der Text des Pappus eher darauf führt, dafs das erste Porisma, wie Simson meinte, das S. 73, 9—15 angeführte[1]) war, und erst darauf die zehn verwandten Porismen folgten; wenigstens scheinen die hier in Betracht kommenden verdorbenen Worte so am leichtesten emendiert werden zu können (S. 67, 1: *πρὸς ἀρχῇ* d. h. nahe am Anfang, S. 73, 7: *ἐν ἀρχῇ* d. h. an der Spitze). Auch gehören diese zehn, nach dem zusammenfassenden Satze des Pappus zu urteilen (S. 67, 13: *καὶ τοῦτο ἅψεται θέσει δεδομένης εὐθείας*), zu der zunächst nach jenem Porisma angeführten Klasse (Nr. I, S. 73, 17). Chasles wirft dagegen ein (S. 66), dafs die sieben ersten Lemmata des Pappus, von denen die zwei ersten sich selbst als zum ersten und zweiten Porisma des ersten Buches gehörend angeben, sich genau an den Satz von den vier Geraden anschliefsen. Aber die Restitution Chasles' von den zehn von Euklid behandelten Fällen dieses Satzes kann nicht richtig sein, weil die Lemmata des Pappus zum Teil (wie Chasles selbst bemerkt) geradeaus die Beweise dieser Fälle darstellen (Chasles S. 108 ff.), während sie doch nur Hülfsmittel dazu gewesen sein können; denn worin hat sonst der von Euklid doch jedenfalls beigefügte Beweis bestanden? Aufserdem hat Chasles das zweite Lemma, das von Breton richtig restituiert war, willkürlich verändert (Hultsch, Pappus III S. 1262 ff.). Hierdurch verliert also dieser Gegenbeweis seine Gültigkeit.

Der Nutzen einer solchen Sammlung von Porismen, wo man angegeben fand, welche Konstruktionen unter gegebenen Bedingungen ausführbar seien, ist offenbar. Wie die *δεδομένα* bei der Analysis einer Aufgabe nützlich waren und das Verfahren bedeutend verkürzten, so dienten die Porismen dazu, den Weg bei der Synthesis[1]) zu erleichtern, wie denn auch die aus Archimedes angeführten Porismen als Hülfssätze für die im Verlaufe des Werkes auszuführenden Operationen vorausgeschickt werden.

Noch ist hier zu bemerken, dafs auch bei Diophantus Porismen vorkommen, von denen die zwei mit der hier erörterten Auffassung übereinstimmen, das dritte (das dazu nicht richtig ist) dagegen nicht; sie dienen dem Diophantus, wie man von Porismen

1) Dieser Satz, der vollständiger als die übrigen referiert ist, nimmt einen besonderen Platz ein, wie seine von den übrigen (*ἐν δὲ τοῖς ἑξῆς* S. 73, 16) geschiedene Stellung zeigt; vielleicht war es ein Hülfssatz.

2) Hierin ist kein Widerspruch mit Pappus S. 64, 4: *εἰς τὴν ἀνάλυσιν*; denn *ἀνάλυσις* steht hier nicht in seiner speziellen Bedeutung, sondern ist als „die analytische Behandlung" zu fassen.

erwarten mufste, zur Verkürzung der Lösung. Das abweichende findet sich V 3: *καὶ ἐπεὶ ἔχομεν ἐν τοῖς πορίσμασιν, ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἑκάτερός τε καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ αὐτοῦ δοθέντος ποιῇ τετράγωνον, γεγόνασιν ἀπὸ δύο τετραγώνων τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς.* Die beiden anderen sind: V 5 *καὶ ἔχομεν πάλιν ἐν τοῖς πορίσμασιν, ὅτι πᾶσι δύο τετραγώνοις τοῖς κατὰ τὸ ἑξῆς προσευρίσκεται ἕτερος ἀριθμός, ὃς ὢν διπλασίων συναμφοτέρου καὶ δυάδι μείζων τρεῖς ἀριθμοὺς ποιεῖ, ὧν ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον ἐάν τε λοιπόν, ποιεῖ τετράγωνον,* und V 19: Die Differenz zweier Kubikzahlen läfst sich immer auch in die Summe zweier Kubikzahlen zerlegen (Nesselmann: Algebra d. Griechen S. 429 nach Bachet; der Text ist nämlich verdorben). Ueber diese Porismen s. Nesselmann S. 437 ff.

Ich glaube nach diesen Untersuchungen aussprechen zu können, dafs die Chaslessche Restitution der Euklidischen Porismen nicht als endgültig betrachtet werden darf.

B.

Während die Porismen also ein Gegenstand häufiger Behandlungen gewesen sind, sind die *τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ* nur wenig beachtet worden. Der einzige, der über ihren Inhalt eine Vermutung geäufsert hat, ist Chasles[1]), der in Aperçu historique etc. S. 273—74 als ihren mutmafslichen Inhalt angiebt: surfaces du second degré du révolution und Schnitte in denselben. Aber seine Gründe dafür wiegen nicht schwer, wie auch allgemein anerkannt wird (Cantor: Vorlesungen S. 248). Sein Hauptargument ist, dafs Archimedes *περὶ κωνοειδέων* 12 (in meiner Ausgabe prop. 11) eine Reihe von Sätzen über Konoiden und Sphaeroiden und Schnitte darin ohne Beweis dahingestellt hat mit der Bemerkung (I S. 342, 27) *τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἱ ἀποδείξιες.* Das bedeutet aber nicht, wie Chasles will: die Beweise hiervon sind bekannt, sondern: die Beweise hiervon sind klar. Archimedes hat sie also darum weggelassen, weil sie ihm leicht und einfach schienen, nicht weil sie schon von früheren gegeben wären. Die Konoiden und Sphaeroiden sind ohne allen Zweifel von Archimedes selbst erfunden worden; sonst hätte er nicht nötig gehabt, genaue Definitionen von ihnen aufzustellen und dem Dositheos zuzuschicken. Sie können also nicht schon ein Gegenstand der Euklidischen *τόποι* gewesen sein.

Eine gegründete Meinung von dem Inhalt dieser Schrift können

1) Montucla, histoire des mathématiques I S. 172 und I S. 215 spricht sich nur ganz allgemein dahin aus, die *τόποι* hätten von Flächen und von Linien mit doppelter Krümmung gehandelt.

wir uns nur durch Betrachtung der griechischen Lehre von den geometrischen Örtern bilden. Ich gebe daher hier eine gedrängte Übersicht derselben nach den Zeugnissen des Pappus, des Proklus und des Eutokius. Ein geometrischer Ort, *τόπος*, ist nun nach Proklus S. 394, 17: *γραμμῆς ἢ ἐπιφανείας θέσις ποιοῦσα ἓν καὶ ταὐτὸν σύμπτωμα*; vgl. Eutokius zu Apollonius S. 10—11. *Θεωρήματα τοπικά* sind demnach solche, *ὅσοις ταὐτὸν σύμπτωμα πρὸς ὅλῳ τινὶ τόπῳ συμβέβηκεν* (Proklus S. 394, 16). Die *τόποι* teilen sich in *τόποι πρὸς γραμμαῖς* und *τόποι πρὸς ἐπιφανείαις*, wie in der Definition des Proklus angedeutet wurde (*γραμμῆς ἢ ἐπιφανείας θέσις*); s. Proklus S. 394, 19: *τῶν γὰρ τοπικῶν τὰ μέν ἐστι πρὸς γραμμαῖς συνιστάμενα τὰ δὲ πρὸς ἐπιφανείαις*. Jene sind solche, wo der *τόπος* eine Linie ist, diese solche, wo der *τόπος* eine Fläche ist. Die *τόποι πρὸς γραμμαῖς* zerfallen in folgende Unterabteilungen: *τόποι ἐπίπεδοι, τόποι στερεοί* und *τόποι γραμμικοί*; s. Proklus S. 394, 21: *καὶ ἐπειδὴ τῶν γραμμῶν αἱ μέν εἰσιν ἐπίπεδοι αἱ δὲ στερεαί* (*ἐπίπεδοι μέν, ὧν ἐν ἐπιπέδῳ ἁπλῆ ἡ νόησις* (zu lesen: *γένεσις*) *ὡς τῆς εὐθείας, στερεαὶ δέ, ὧν ἡ γένεσις ἔκ τινος τομῆς ἀναφαίνεται στερεοῦ σχήματος ὡς τῆς κυλινδρικῆς ἕλικος καὶ τῶν κωνικῶν γραμμῶν*), *φαίην ἂν καὶ τῶν πρὸς γραμμαῖς τοπικῶν τὰ μὲν ἐπίπεδον ἔχειν τόπον τὰ δὲ στερεόν*. Proklus hat hier die *τόποι στερεοί* und *γραμμικοί* zu einer Gattung vereinigt; genauer unterscheidet Pappus VII 22 S. 662, 10: *λέγονται δὲ ἐπίπεδοι μὲν τόποι οὗτοί τε, περὶ ὧν ἐπάγομεν, καὶ καθόλου ὅσοι εἰσὶν εὐθεῖαι γραμμαὶ*[1]) *ἢ κύκλοι, στερεοὶ δέ, ὅσοι εἰσὶν κώνων τομαὶ παραβολαὶ ἢ ἐλλείψεις ἢ ὑπερβολαί, γραμμικοὶ δὲ τόποι λέγονται, ὅσοι γραμμαί εἰσιν οὔτε εὐθεῖαι οὔτε κύκλοι οὔτε τινὲς τῶν εἰρημένων κωνικῶν τομῶν* (wie z. B. die *ἕλιξ κυλινδρική*). Unter diesen *τόποι γραμμικοί* waren einige, wo die Natur der als *τόπος* benutzten Linie nicht weiter untersucht worden war oder werden konnte; s. Pappus VII 37, S. 678, 26: *ἐὰν δὲ ἐπὶ πλείονας τεσσάρων, ἅψεται τὸ σημεῖον τόπων οὐκέτι γνωρίμων ἀλλὰ γραμμῶν μόνον λεγομένων*.[2]) Als Beispiele eines *τόπος πρὸς γραμμαῖς ἐπίπεδος* können nach Proklus S. 395, 3 ff. Euklids Elem. I 35—38 (vgl. Proklus S. 405, 4), nach demselben S. 396, 3 Elem. III 21 und 31 angeführt werden; als Beispiel eines *τόπος πρὸς γραμμαῖς στερεός* giebt er S. 395, 8 Folgendes: *τῶν δὲ στερεῶν λεγομένων τοπικῶν θεωρημάτων παράδειγμα ἔστω τοιοῦτο· τὰ εἰς τὰς ἀσυμπτώτους καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐγγραφόμενα παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστίν* (Apollonius *κων*. II 12). *ὅτι γὰρ ἡ ὑπερβολὴ στερεὰ γραμμή ἐστι,*

---

1) Die Hdss. haben *τε καὶ γραμμαί*, aber *τε καί* hat schon Halley getilgt.

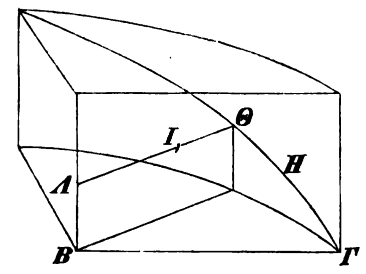
2) Man stellte zuweilen noch eine vierte Gattung auf, die von Eratosthenes behandelten *τόποι πρὸς μεσότητας*, sie konnten aber auf die angeführten zurückgeführt werden; s. Pappus VII 22, S. 662, 16, wo die Lakune vor *ἐκείνοις* etwa so auszufüllen ist: *τῶν ὑποθέσεων* [*ἰδίως ἐπονομάζονται ὡς ἀνόμοιοι*] *ἐκείνοις*.

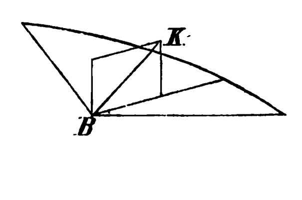
δῆλον·[1]) κώνου γάρ ἐστι γραμμή. Noch können aus Eutokius die folgenden Stellen angeführt werden, die dasselbe besagen: Komment. zu Apollon. S. 10: ἐπιπέδους τόπους ἔθος τοῖς παλαιοῖς γεωμέτραις λέγειν, ὅτε τῶν προβλημάτων οὐκ ἀφ' ἑνὸς σημείου μόνον, ἀλλ' ἀπὸ πλειόνων γίνεται τὸ ποίημα, οἷον ἢν ἐπιτάξῃ τις[2]) εὐθείας δοθείσης πεπερασμένης εὑρεῖν τι σημεῖον, ἀφ' οὗ ἀχθεῖσα κάθετος ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μέση γίνεται ἀνάλογον τῶν τμημάτων. Nachdem er dann als Beispiel eines τόπος ἐπίπεδος den schon oben S. 70 angeführten Satz des Apollonius mitgeteilt hat, fährt er S. 12 fort: τόποι οὖν ἐπίπεδοι λέγονται τὰ τοιαῦτα. οἱ δὲ[3]) λεγόμενοι στερεοὶ τόποι τὴν προσωνυμίαν ἐσχήκασιν ἀπὸ τοῦ τὰς γραμμάς, δι' ὧν γράφονται τὰ κατὰ αὐτοὺς προβλήματα, ἐκ τῆς τομῆς τῶν στερεῶν τὴν γένεσιν ἔχειν, οἷαί εἰσιν αἱ τοῦ κώνου τομαὶ καὶ ἕτεραι πλείους. εἰσὶ δὲ καὶ ἄλλοι τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ[4]) λεγόμενοι, οἳ τὴν ἐπωνυμίαν ἔχουσιν ἀπὸ τῆς περὶ αὐτοὺς ἰδιότητος. Auch er übergeht also wie Proklus den Unterschied zwischen τόποι στερεοί und γραμμικοί. Es gab auch eine andere Einteilung der τόποι in ἐφεκτικοί, wo der Ort homogen ist mit dem, wofür er Ort ist, διεξοδικοί, wo er um einen Grad höher ist, ἀναστροφικοί, wo er um zwei Grade höher ist (Pappus VI, S. 660—62); diese Einteilung war von Apollonius in der Vorrede zu seinen τόποι ἐπίπεδοι dargelegt worden (Pappus S. 660, 18); das Nähere ist unklar, weil die Stelle schwer korrumpiert ist (von S. 662, 5 an).

Die τόποι ἐπίπεδοι waren von Apollonius in zwei Büchern behandelt worden, die τόποι στερεοί von Aristaios in fünf Büchern, endlich die τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ von Euklid in zwei Büchern (Pappus S. 636, 23). Ihr Inhalt im allgemeinen wird aus dem Vorhergehenden klar sein; sie handelten von Flächen als geometrischen Örtern. Ein Hauptgegenstand scheint die Cylinderfläche gewesen zu sein, aber auch die krumme Oberfläche des Kegels war berücksichtigt, und wenn auch direkte Zeugnisse fehlen, kann es doch kaum zweifelhaft sein, daſs auch die Kugelfläche in Bezug auf ihre topischen Eigenschaften behandelt wurde. Für Cylinder und Kegel können Belege der Erörterung des Pappus über die Quadratrix I S. 258—62 entnommen werden. Er sagt nämlich S. 258, 23: γεωμετρικῶς δὲ διὰ τῶν πρὸς ἐπιφανείαις τόπων ἀναλύεσθαι δύναται τὸν τρόπον τοῦτον, und ohne Zweifel hat Hultsch I, S. 259, Anm. 1 mit Recht hierin eine Beziehung auf das Euklidische Werk dieses Namens gefunden. Wir dürfen geradeaus Citate darin erblicken, wenn es bei Pappus heiſst S. 260, 13: ἔστιν δὲ καὶ (τὸ I) ἐν κυλιν-

1) Friedlein interpungiert unrichtig: γραμμή, ἐστὶ δῆλον.
2) S. Neue Jahrbücher Suppl. XI, S. 372.
3) δέ fehlt bei Halley.
4) ἐπιφανείᾳ fordert der feste Sprachgebrauch; Halley hat ἐπιφάνειαν.

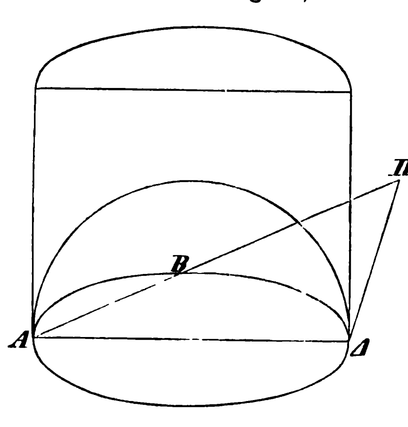
δρικῇ ἐπιφανείᾳ· φέρεται γὰρ ἡ ΘΛ διά τε τῆς ΘΗΓ ἕλικος καὶ τῆς ΛΒ εὐθείας καὶ αὐτῆς τῇ θέσει δεδομένης αἰεὶ παράλληλος οὖσα





τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ. S. 262, 14: *ἀλλὰ καὶ ἐν κωνικῇ (ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τὸ K)· ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ BK ἐν κωνικῇ γίνεται ἐπιφανείᾳ ἡμίσειαν ὀρθῆς κεκλιμένῃ πρὸς τὸ ὑποκείμενον καὶ ἠγμένῃ διὰ δοθέντος τοῦ B.*[1])

Dafs wir in der That berechtigt sind, diese Sätze als Euklidisch zu betrachten, liegt nicht nur darin, dafs sie so elementar sind, dafs sie sich sofort darbieten mufsten, wenn man überhaupt *τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ* zu benutzen anfing, sondern wir finden ähnliches schon vor Euklid, nämlich bei Archytas. Seine Lösung des delischen Problems, die Eutokius zu Archimedes III S. 98—102 nach Eudemus mitteilt, steht für uns so einzig und losgerissen da, dafs man versucht sein könnte, sie als untergeschoben zu betrachten, wenn sie nicht fast so gut als nur möglich beglaubigt wäre. Leider findet sich eine Analysis nicht dabei; aber schon die Synthesis lehrt unwiderlegbar, dafs er mit der gröfsten Gewandtheit die *τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ*, Cylinder- und Kegeloberfläche, zu handhaben verstand. Der hier zu berücksichtigende Teil seines Raisonnements lautet folgendermafsen: es sei gegeben ein Kreis mit dem Durchmesser *AΔ* und *ΠΔ* eine Tangente, also das Dreieck *AΠΔ* in der Ebene des Kreises. Auf dem Halbkreis *ABΔ* sei ein rechtstehender Halbcylinder errichtet und in seinem Parallelogramm ein Halbkreis über den Durchmesser *AΔ*. Wenn nun dieser Halbkreis, indem *A* unbeweglich bleibt, immer auf die Ebene des Kreises senkrecht von *Δ* in der Richtung nach *B* bewegt



1) Dagegen können die topischen Eigenschaften der *ἐπιφάνεια κυλιν-*

wird, wird er in der Oberfläche des Halbcylinders eine Linie beschreiben. Wenn zugleich das Dreieck $A\Pi\Delta$ nach der entgegengesetzten Richtung hin um $A\Delta$ als Axe bewegt wird, beschreibt $A\Pi$ eine Kegelfläche, die mit der genannten Linie zusammentrifft, und der Punkt des Zusammentreffens wird der gesuchte sein. Dafs, um zu dieser Konstruktion zu gelangen, die Cylinder- und Kegelfläche als Örter des gesuchten Punktes betrachtet werden mufsten, ist augenscheinlich.

Wenn man die in der Cylinderfläche beschriebene Linie für sich als Ort betrachtet, hat man einen *τόπος πρὸς γραμμῇ*, und zwar von der von Pappus als *γραμμικοί* bezeichneten Art, noch bestimmter von der Klasse derselben, wovon Pappus in der S. 80 angeführten Stelle VII 37 spricht. Die *τόποι γραμμικοί* entstehen also aus den *τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ*, wie auch Pappus ausdrücklich bezeugt; s. S. 662, 9: *οἱ μέντοι γραμμικοὶ ἀπὸ τῶν πρὸς ἐπιφανείαις δείκνυνται*; S. 270, 14: *γραμμαὶ γὰρ ἕτεραι παρὰ τὰς εἰρημένας εἰς τὴν κατασκευὴν λαμβάνονται ποικιλωτέραν ἔχουσαι τὴν γένεσιν καὶ βεβιασμένην μᾶλλον ἐξ ἀτακτοτέρων ἐπιφανειῶν καὶ κινήσεων ἐπιπεπλεγμένων γεννώμεναι. τοιαῦται δέ εἰσιν αἵ τε ἐν τοῖς πρὸς ἐπιφανείαις καλουμένοις τόποις εὑρισκόμεναι γραμμαί.* Die Linie des Archytas ist von doppelter Krümmung.

Wir können also nur sehr wenig von den in diesem Werke behandelten Gegenständen bestimmen; daher können wir auch keinen Nutzen von den Lemmata des Pappus (VII 312, S. 1004—14) ziehen; ja von den beiden, die er giebt (312 *α'* und *β'*; vgl. 318; *γ'* — *ς'* bei Hultsch sind nur Hülfssätze zu *β'*), ist das erste nicht einmal recht verständlich.

C.

Nicht viel besser steht es mit unserer Kenntnis der dritten und letzten hier zu besprechenden Arbeit Euklids, den vier Büchern *κωνικά*. Pappus (und nur er) berichtet über sie: VII 30, S. 672, 18 *τὰ Εὐκλείδου βιβλία δ' κωνικῶν Ἀπολλώνιος ἀναπληρώσας καὶ προσθεὶς ἕτερα δ' παρέδωκεν η' κωνικῶν τεύχη*, und wesentlich auf dieses Werk bezieht sich Apollonius, wenn er in der Vorrede zum I. Buche seiner *κωνικά* sich über sein Verhältnis zu seinen Vorgängern ausspricht (S. 8 ed. Halley); es heifst dort vom ersten Buch, dafs es enthält *τὰς γενέσεις τῶν τριῶν τομῶν καὶ τῶν ἀντικειμένων καὶ τὰ ἐν αὐταῖς ἀρχικὰ συμπτώματα ἐπὶ πλέον καὶ καθόλου μᾶλλον ἐξειργασμένα παρὰ τὰ ὑπὸ τῶν ἄλλων γεγραμμένα*; das zweite gebe die nötigen Sätze über Durchmesser und Axen der

---

δροειδής, die auf einer Spirale rechtstehend gedacht wird (Pappus S. 262, 13) und die daraus abgeleitete (Cantor: Vorlesungen S. 383) *ἐπιφάνεια πλεκτοειδής* (S. 262, 18) erst nach der Erfindung der Spirale des Archimedes betrachtet worden sein.

Schnitte, und da diese Begriffe von Apollonius seiner neuen Darstellungsweise gemäfs geändert worden waren (*τίνας δὲ διαμέτρους καί*[1]) *τίνας ἄξονας καλῶ, εἰδήσεις ἐκ τούτου τοῦ βιβλίου*), enthält das Buch nach aller Wahrscheinlichkeit die Umgestaltungen der schon bekannten Sätze nach den neuen Definitionen; hätte es wesentlich Neues enthalten, würde Apollonius es sicher bemerkt haben; über das dritte Buch sagt Apollonius: *τὸ δὲ τρίτον πολλὰ καὶ παράδοξα θεωρήματα χρήσιμα πρός τε τὰς συνθέσεις τῶν στερεῶν τόπων καὶ τοὺς διορισμούς, ὧν τὰ πλεῖστα καλὰ καὶ ξένα κατανοήσαντες συνείδομεν μὴ συντιθέμενον ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμὰς τόπον, ἀλλὰ μόριον τὸ τυχὸν αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ εὐτυχῶς· οὐ γὰρ δυνατὸν ἄνευ τῶν προσευρημένων ἡμῖν τελειωθῆναι τὴν σύνθεσιν*; das vierte enthalte Untersuchungen, *ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται*; die vier letzten endlich seien *περιουσιαστικώτερα*, d. h. enthielten höhere Untersuchungen (im Gegensatz zu I—IV, von denen er sagt: *τὰ πρῶτα τέσσαρα πέπτωκε πρὸς εἰσαγωγὴν στοιχειώδη*), die natürlich noch weniger den früheren bekannt waren.

Die Vorarbeiten Euklids waren die Schriften des Menaichmos und Aristaios; namentlich benutzte er den letzteren; s. Pappus VII 34, S. 676 ff.: *ὁ δὲ Εὐκλείδης ἀποδεχόμενος τὸν Ἀρισταῖον ἄξιον ὄντα, ἐφ' οἷς ἤδη παραδεδώκει κωνικοῖς, καὶ μὴ φθάσας ἢ μὴ θελήσας ἐπικαταβάλλεσθαι τούτων τὴν αὐτὴν πραγματείαν .. ὅσον δυνατὸν ἦν τοῦ τόπου διὰ τῶν ἐκείνου κωνικῶν ἔγραψεν οὐκ εἰπὼν τέλος ἔχειν τὸ δεικνύμενον.* Diese Stelle ist zwar etwas unklar und überhaupt nicht glücklich geraten (was ich jedoch lieber Verderbung des Textes als mit Hultsch einem Fälscher anrechnen möchte), aber dennoch können mehrere wichtige Schlüsse daraus gezogen werden. Die Stelle steht bei Pappus als eine Widerlegung des von ihm angeführten Tadels des Apollonius gegen die Euklidische Behandlung des *τόπος ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμάς* (s. oben). Die Stelle, welche die Besprechung dieser Behandlung sowohl bei Apollonius als bei Pappus einnimmt, läfst vermuten, dafs sie in die *κωνικά* des Euklid gehörte, nicht in die *τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ*, wie ich früher annahm, namentlich wegen Eutokius Komm. zu Apollon. S. 12: *ἀλλ' ὡς ἔοικεν ἐν ἑτέρῳ βιβλίῳ περὶ τόπων γεγραμμένῳ τῷ Εὐκλείδῃ ἐπισκώπτει, ὅπερ εἰς ἡμᾶς οὐ φέρεται.*[2]) Auch war dieser *τόπος* kein *τόπος πρὸς ἐπιφανείᾳ*, sondern ein *τόπος στερεός* nach Pappus VII 36, S. 678: *τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένου στερεοῦ τόπου, τουτέστιν μιᾶς τῶν τριῶν κωνικῶν γραμμῶν.* Euklid hatte also in seinen *κωνικά* einige der

1) So ist zu schreiben statt *ἤ*.

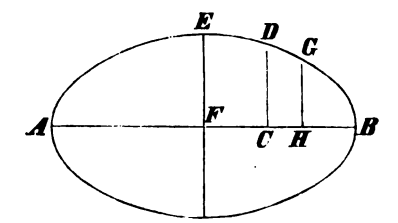
2) Die in den unmittelbar vorhergehenden Worten des Eutokius liegenden Schwierigkeiten dem Pappus gegenüber (Neue Jahrb. Suppl. XI, S. 365) gehen uns hier nicht an. Vielleicht ist zu lesen *ἔοικεν τῷ ἐν*.

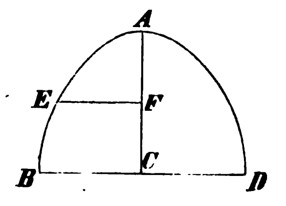
zur Analysis dieses *τόπος* notwendigen Sätze gegeben, aber unvollständig, weil er nur die *κωνικά* des Aristaios benutzte und nicht über sie hinaus wollte (oder konnte). Dieses Werk des Aristaios waren gewifs die fünf Bücher *στερεοὶ τόποι*, worüber s. Pappus VII S. 636, 23; III S. 56, 6; VII S. 672, 20: *Ἀρισταῖος δέ, ὃς γέγραφε τὰ μέχρι τοῦ νῦν ἀναδιδόμενα στερεῶν τόπων τεύχη ε΄ συνεχῆ τοῖς κωνικοῖς* („die mit der Lehre von den Kegelschnitten in Verbindung stehen, von ihr abhängen"). Denn die allgemein verbreitete Ansicht (Bretschneider: Geom. vor Eukl. S. 172, Cantor: Vorlesungen S. 212), Aristaios habe aufser den fünf Büchern *τόποι στερεοί* noch fünf Bücher *κωνικὰ στοιχεῖα* geschrieben, scheint mir nicht hinlänglich gegründet; denn die einzige Stelle, die hierher gezogen werden kann, Pappus VII, S. 672, 11: *ἦν μὲν οὖν ἀναδεδομένα κωνικῶν στοιχείων πρότερον Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου ε΄ τεύχη, ὡς ἂν ἤδη δυνατοῖς οὖσι τοῖς ταῦτα παραλαμβάνουσιν ἐπιτομώτερον γεγραμμένα*, ist mit Recht von Hultsch als unecht verworfen worden; sie steht an einer ganz verkehrten Stelle, in der Besprechung von Apollonius *περὶ νεύσεων*, giebt vielfach sprachlich Anstofs und enthält nichts, als was ein Leser des Pappus schon bei ihm finden konnte (IV 57, S. 270). Ich glaube daher, dafs wir in den Worten S. 672, 4—14 ein Scholion haben, das ursprünglich am Rande nach S. 672, 16 stand und später an einer unrichtigen Stelle in den Text geriet; der Scholiast hat dann die fünf Bücher *τόποι στερεοί* hier ungenau *στοιχεῖα κωνικά* genannt. Und selbst wenn die Stelle echt sein sollte (und nur versetzt), wäre es doch das wahrscheinlichste, dafs Pappus hier mit *στοιχεῖα κωνικά* die *τόποι* gemeint hatte. Noch eins läfst sich aus der oben angeführten Pappusstelle schliefsen, dafs nämlich Euklid und Aristaios (der Ältere) Zeitgenossen waren; das liegt ganz deutlich in den Worten: *ἐφ' οἷς ἤδη παραδεδώκει κωνικοῖς* und *φθάσας* (zuvorkommen). Man darf sich also die Sache so denken: Aristaios hatte in seinen *τόποι στερεοί* auch den genannten *τόπος* zum teil mit aufgenommen; als Euklid sein Lehrbuch der *κωνικά* schrieb, worin er wie in seinen Elementen das bis dahin bekannte sammeln wollte, nahm er nur so viele von den dahin gehörigen konischen Sätzen auf, als es zur Analyse des von Aristaios behandelten Teils des *τόπος* notwendig war, indem er dieses als bedeutend genug ansah und in seiner Bescheidenheit etwaigen neuen Untersuchungen des Aristaios nicht vorgreifen wollte. So Pappus. Der wahre Grund war doch ohne allen Zweifel der von Apollonius angegebene (s. oben S. 84), dafs er nach dem damaligen Zustand der Lehre von den Kegelschnitten nicht weiter gehen konnte, und Pappus selbst giebt eigentlich, wie sehr er sich auch dagegen sträubt, bei dem Altmeister einen Fleck anzuerkennen, dem Apollonius Recht, wenn er sagt: *οὐδ' ἂν αὐτὸς ἠδυνήθη οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς ἀλλ' οὐδὲ μικρόν τι προσθεῖναι τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου γραφεῖσιν διά γε μόνων*

τῶν προδεδειγμένων ἤδη κωνικῶν ἄχρι τῶν κατ' Εὐκλείδην, ὡς καὶ αὐτὸς μαρτυρεῖ λέγων ἀδύνατον εἶναι τελειωθῆναι, χωρὶς ὧν αὐτὸς προγράφειν ἠναγκάσθη (S. 676, 21; vgl. auch S. 678, 5 ff.).

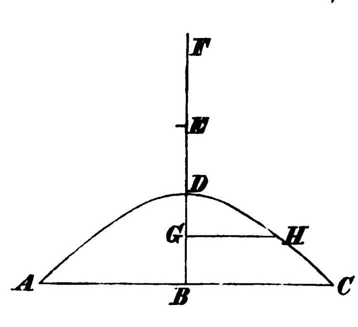
Versuchen wir jetzt nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen uns ein Bild des Inhalts der *κωνικά* zu entwerfen, so sind wir nach den eigenen Worten des Apollonius auf die drei ersten Bücher seiner *κωνικά* angewiesen als diejenigen, welche altes enthalten, wenn auch verallgemeinert und im einzelnen fortgeführt. Aber wir besitzen eine noch wichtigere Quelle in den Schriften des Archimedes, der sehr häufig auf konischen Sätzen fufst, die also vor ihm bekannt waren. Ich habe schon früher das Material zusammengetragen (Zeitschrift für Mathematik und Physik, hist.-litt. Abteilung XXV, S. 41 ff.), auf welche Abhandlung ich für Belege und nähere Erörterungen verweise, hier nur die Hauptresultate wiederholend.

Als Haupteigenschaft der Ellipse war aufgestellt $DC^2 : AC \times CB = GH^2 : AH \times HB = EF^2 : AF^2$, und für Parabel und Hyper-





bel die entsprechenden $AF : AC = EF^2 : BC^2$ und $BC^2 : GH^2 = BD \times BF : GD \times GF$, bei Apollonius I 20—21. Die Asymptoten der Hyperbel waren schon von Menaichmos entdeckt, wurden also auch bei Euklid behandelt. Auch die Hauptsätze über Ähnlichkeit der Kegelschnitte und Segmente derselben müssen sich bei Euklid vorgefunden haben; wenigstens kannte Archimedes Apollonius VI def. 7, VI 2 und VI 11. Aus Pappus wissen wir, dafs einige der zum *τόπος ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμάς* nötigen Sätze bei

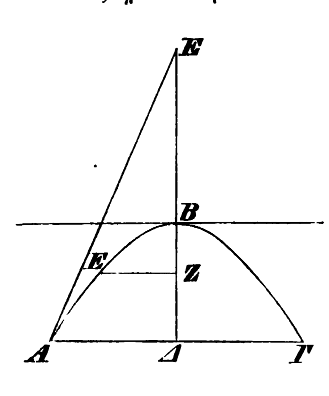


Euklid vorkamen, welche, ist freilich kaum mehr zu entscheiden: dieser *τόπος* wird von Pappus VII 36, S. 678 so definiert: *ἐὰν γὰρ θέσει δεδομένων τριῶν εὐθειῶν ἀπό τινος τοῦ αὐτοῦ σημείου καταχθῶσιν ἐπὶ τὰς τρεῖς ἐν δεδομέναις γωνίαις εὐθεῖαι, καὶ λόγος ᾖ δοθεὶς τοῦ ὑπὸ δύο κατηγμένων περιεχομένου ὀρθογωνίου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς λοιπῆς τετράγωνον, τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένου στε-*

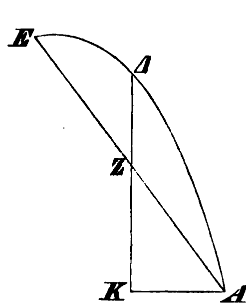
ρεοῦ τόπου, τουτέστιν μιᾶς τῶν τριῶν κωνικῶν γραμμῶν. καὶ ἐὰν ἐπὶ δ′ εὐθείας θέσει δεδομένας καταχθῶσιν εὐθεῖαι ἐν δεδομέναις γωνίαις, καὶ λόγος ᾖ δοθεὶς τοῦ ὑπὸ δύο κατηγμένων, ὁμοίως τὸ σημεῖον ἅψεται θέσει δεδομένης κώνου τομῆς.

Als Citate aus dem Lehrbuch Euklids können folgende Sätze bei Archimedes angesehen werden:

τετραγ. παραβ. 1—3 εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓ, ᾖ δὲ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἴσα ἐσσεῖται ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ. κἂν ἴσα ᾖ ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅ τε ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς (Apollon. I 46). — εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ᾖ δὲ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ΕΓ τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ Γ, ἐσσοῦνται αἱ ΒΔ, ΒΕ ἴσαι (Apollon. I 35). — εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, καὶ ἀχθέωντί τινες αἱ ΑΔ, ΕΖ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐσσεῖται ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΖ, δυνάμει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΖ (Apollon. I 20). — ἀποδεδείκται δὲ ταῦτα ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.



περὶ κωνοειδέων 3 S. 300: εἴ κα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύωντι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἀγμέναι καὶ τεμνούσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσᾶν· ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τᾶς παραλλήλου αὐτᾷ· ἀποδεδείκται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις (Apollon. III 17). — περὶ κωνοειδ. 3 S. 304, 9 ff. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ, τοῦτον ἐχέτω ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΔΖ ἀγομέναι παρὰ τὰν ΑΕ δυνάνται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ Ν παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς ΔΖ ποτὶ τὸ Δ πέρας. δεδείκται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς (d. h. *N* wird Parameter sein für den Diameter ΔΖ; ein Satz von dieser Form kommt bei Apollonius nicht vor). — Überhaupt sind folgende Sätze als



vorarchimedisch, d. h. Euklidisch, nachweisbar: Apollonius I 11, 17, 20, 21, 26, 33, 35, 36, 46, 49; II 3, 12, 13, 27, 49; III 17 — ein Resultat, das zu den Angaben des Apollonius vollständig stimmt.

Es ist auch nicht schwierig, das Bild negativ zu vervollständigen, indem wir unter den in den drei ersten Büchern des Apollonius behandelten Gegenständen diejenigen aussondern, die in den *κωνικά* des Euklid nicht haben stehen können.

Zuerst mufs bemerkt werden, dafs Euklid noch immer die Kegelschnitte mittelst eines auf die Seitenlinie eines rechtstehenden Kegels senkrechten Schnittes hervorbrachte, dafs also die Ellipse nur in einem spitzwinkligen, die Parabel nur in einem rechtwinkligen, die Hyperbel nur in einem stumpfwinkligen Kegel entstehen konnte, wonach sie ihre von Aristaios erfundenen Namen hatten: *ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώμου τομή*, *ἡ τοῦ ὀρθογωνίου κώνιυ τομή* und *ἡ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομή* (Pappus VII, S. 674). Dafs sie alle in einem Kegel und zwar in jedem hervorgebracht werden können, war die grofse Entdeckung des Apollonius. Doch war es von der Ellipse allein erkannt worden, dafs sie in einem schiefwinkligen Kegel oder gar in einem Cylinder entstehen konnte; das wufste schon Archimedes, und dafs wir hierin nicht einen von ihm gemachten Fortschritt zu bewundern haben, aber vielmehr der Schritt schon vor Euklid gethan war, zeigt eine bisher unbeachtete Stelle in seinen *φαινόμενα* S. 561: *ἐὰν γὰρ κῶνος ἢ κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ παρὰ τὴν βάσιν, ἡ τομὴ γίγνεται ὀξυγωνίου κώνου τομή, ἥτις ἐστὶν ὁμοία θυρεῷ*; der letzte Zusatz zeigt, dafs Euklid noch die so hervorgebrachte Ellipse von der auf dem gewöhnlichen Wege entstandenen unterschied; denn *θυρεός* war wahrscheinlich der Name, womit Menaichmos die Kurve benannte.[1]) Bei Archimedes existiert dieser Unterschied nicht.

Sicher ist es auch, dafs Euklid noch nicht, wie man gemeint hat (Arneth: Geschichte d. rein. Math. S. 93), den Zusammenhang der Kegelschnitte mit der elementaren Operation *παραβάλλειν χωρίον* (*ἐλλεῖπον* oder *ὑπερβάλλον*) erkannt hat (Cantor: Vorlesungen S. 251); das hat erst Apollonius gethan, der hiervon die neuen Namen der Schnitte, die noch heute gebraucht werden, ableitete (Pappus VII, S. 674). Endlich kannte Archimedes nicht, und folglich Euklid auch nicht, das Centrum der Hyperbel; der Durchmesser derselben wurde, wie bei Parabel und Ellipse, innerhalb des Schnittes gedacht; die heutige Auffassung und die damit aufs engste verbundene Auffindung des anderen Zweigs der Hyperbel (beide Zweige zusammen heifsen *αἱ ἀντικείμεναι*, Apollonius I 14) scheint von Apollonius selbst herzurühren.

---

1) S. meine Abhandlung: Nogle Bidrag til de gräske Mathematikeres Terminologi, in: Philologisk Samfunds Mindeskrift. Kopenh. 1879, S. 7.

Die *κωνικά* Euklids wurden gewiſs bald von dem ausführlicheren und durch die Neuheit der Gesichtspunkte anlockenden Werk des Apollonius, das an allen Punkten Verallgemeinerung der Sätze und Vereinfachung der Beweise einführte, überstrahlt und verdrängt. Aus der oben S. 84 angeführten Stelle aus Eutokius darf geschlossen werden, daſs weder die *τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ* noch die *κωνικά* damals (im VI. Jahrhundert) mehr vorhanden waren, und es ist wohl zweifelhaft, ob Pappus, der die *τόποι* noch hatte, die *κωνικά* anders als von Hörensagen kannte.

Zum Schluſs nur noch eine kleine Bemerkung. Wenn Hultsch, Pappus III, S. 1276 aus Pappus VII, S. 634, 8: *γέγραπται δὲ (ὁ ἀναλυόμενος τόπος) ὑπὸ τριῶν ἀνδρῶν Εὐκλείδου τε τοῦ στοιχειωτοῦ καὶ Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου καὶ Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου* schlieſsen zu können glaubt, daſs die gemeinschaftliche Quelle für die Berichte des Pappus, Proklus und Marinus über die analytische Methode eine Schrift Euklids oder seine Vorlesungen gewesen seien, worin er über das Wesen und die Vorzüge dieser Methode gesprochen habe, so scheint mir das in der angeführten Stelle des Pappus nicht zu liegen. Pappus will gewiſs nichts sagen, als daſs alle zum *τόπος ἀναλυόμενος* gehörenden Schriften von den genannten drei Männern verfaſst waren. Denn hierauf eben beziehen sich die Worte S. 636, 18: *τῶν δὲ προειρημένων τοῦ ἀναλυομένου βιβλίων ἡ τάξις ἐστὶν τοιαύτη*, worauf dann eine Aufzählung folgt von drei Schriften Euklids, sieben des Apollonius und einer des Aristäus. Freilich wird dann noch Eratosthenes *περὶ μεσοτήτων* hinzugefügt, aber diese Schrift scheint von sehr geringer Bedeutung gewesen zu sein; Pappus würdigt sie keiner eigenen Behandlung, giebt keine Lemmata zu ihr und sagt auſserdem ausdrücklich (oben S. 80 Anm. 2), daſs ihr Inhalt *τῷ γένει* mit dem der übrigen Schriften über die *τόποι* zusammenfalle. Jene drei Berichte gehen wahrscheinlicher auf einen Geschichtsforscher wie Eudemos oder einen Systematiker wie Geminos zurück.

IV.

Die Optik und Katoptrik.

Man hat immer gern die beiden unter dem Namen Euklids vorhandenen optischen Schriften dem grofsen Geometer abgesprochen, weil man an die Klarheit und logische Schärfe der Elemente gewohnt, sich daran stiefs, so vieles entschieden Unrichtiges in Sätzen und Beweisen in diesen beiden Schriften zu finden. Bartholin in seiner Ausgabe der Optik des sogenannten Heliodor (Paris 1657) S. 138 hält Theon für den Verfasser (sicuti videmus factum a Theone in libro, quae Euclidis optica nuncupatur; nam Euclidis illas propositiones non esse absque controversia opinor considerans demonstrationes illas a tanto doctore geometra proficisci non potuisse, nisi vitio temporum librariorum et commentatorum nimis credamus esse deprauatas). Savilius hält sie, wie es scheint, zwar nicht für unecht (Praelectiones XIII, S. 17: cuius praeter elementa alia complura habemus monumenta a Proclo commemorata, Optica, Catoptrica, libros ut ego quidem existimo non magni momenti), spöttelt aber in seinen von Gregorius herausgegebenen Randbemerkungen mit abgeschmackten Witzeleien über die vielen Ungereimtheiten, die er in ihnen finde. Peyrard betrachtete sie so entschieden als unecht, dafs er sie nicht einmal in seine Gesammtausgabe des Euklid aufnahm. Kepler dagegen schreibt an Ioannes Georgius Brengger (Epistolae ad I. Keplerum CLII, angeführt von E. Wilde: Optik der Griechen, S. 9, Anm.): Euclidis Catoptrica *νοθεύειν* arguis meo iudicio perperam. verba tersa, nitida, emuncta, imo tornata, demonstrationes rotundae et breves, distinctio diligens inter assumpta et ex assumptis demonstrata. itaque non est, ut ais, turpis lapsus ex assumpto falso videre quid sequatur, sed et confessio obscuritatis naturae, falsum assumere, aut si error, non certe incredibilis in Euclide, qui cum sua aetate de *ὄψεσι* philosophatur ad captum illorum hominum. Ihm folgen Schneider: Eclogae phys. II, S. 204 ff. und Wilde S. 9. Kepler hat sehr richtig hervorgehoben, dafs, wenn keine andern Gründe gegen die Echtheit dieser beiden Schriften vorgebracht werden können, als dafs viele Sätze nach unseren heutigen Kenntnissen der Optik falsch, ja selbst lächerlich sind, so dürfen wir nicht

darauf hin das Verdammungsurteil unterschreiben. Denn unsere Vorstellungen vom Zustande der Optik zu Euklids Zeiten müssen sich nach dem unverdächtig Überlieferten richten und dürfen nicht unser Urteil über Echtheit oder Unechtheit des einzigen Denkmals, das wir von den optischen Studien und Kenntnissen bei den Griechen der älteren Zeit noch übrig haben, beherrschen. Dazu kommt noch, dafs die beiden Schriften bis jetzt nur nach jungen und augenscheinlich sehr schlechten Handschriften herausgegeben sind, so dafs voraussichtlich viele Ungenauigkeiten der Beweise auf die Abschreiber kommen. Denn solche können natürlich nicht von Euklid selbst herrühren, besonders da Proklus S. 69, 2 in den ὀπτικά und κατοπτρικά dieselbe ἀκρίβεια rühmt, die man sonst in den Schriften Euklids bewundere.

Ich will hier die Frage über Echtheit oder Unechtheit für jede der beiden Schriften einzeln erörtern auf Grundlage des mir vorhandenen Materials, das freilich noch lange nicht vollständig ist.

A.

Die Optik wurde zum ersten Male mit der Katoptrik zusammen von Johannes Pena herausgegeben (Euclidis Optica et Catoptrica, nunquam antehac Graece aedita. Parisiis apud A. Wechelum. 1557. 8; eine lateinische Übersetzung erschien in demselben Jahre unter dem Titel: Euclidis Optica et Catoptrica e Graeco versa per I. Penam. Parisiis. 1557. 8), dessen Ausgabe und Übersetzung Gregorius in allem Wesentlichen aufnahm (praef. fol. 5^{v}: versione latina Io. Penae sumus usi Graecumque textum, quam potuimus, castigatum fecimus). Zwar hatte er sowohl einen codex Savilianus als eine Bodleianer Handschrift (S. 601 n. 1 u. 3), aber er scheint sie nur in seinen Anmerkungen benutzt zu haben. Aus ihm schöpfte Schneider, der in seinen Eclogae physicae I S. 381 ff. die Sätze der Optik und Katoptrik mit schätzbaren Erläuterungen (II S. 204 ff.) herausgab. Aufserdem erschienen die Sätze (ohne die Beweise) griechisch und lateinisch durch C. Dasypodius (Euclidis omnes omnium librorum propositiones graece et latine editae per Cunradum Dasypodium. Argentinae 1571. 8) ohne bedeutende Abweichungen von Pena (aber doch von ihm unabhängig). Ebenfalls stimmt die Mehrzahl der Handschriften trotz aller Verschiedenheit im einzelnen im grofsen und ganzen mit seinem Text (so, bei dem Schweigen des Gregorius, wahrscheinlich seine beiden Handschriften, cod. Flor. Laur. XXVIII 10 saec. XV, den ich in Florenz flüchtig einsah, cod. Par. 2107 saec. XV, 2342 saec. XIV, 2347 saec. XVI, 2350 saec. XVI, 2351 saec. XVI, 2352 saec. XV, 2363 saec. XV, 2390 saec. XIII, 2468 saec. XVI, 2472 saec. XIV, Suppl. 186 saec. XVI, welche ich alle aus den Mitteilungen des Hrn. A. Jakob in Paris kenne). Auch die Übersetzung G. Vallas

(Neue Jahrb. Suppl. XII, S. 394—95), die in vielen Nebendingen abweicht, gehört doch der Hauptsache nach in dieselbe Klasse, sowie auch die Übersetzung Zambertis, die ich nur aus der Basler Ausgabe bei Hervagius 1546 fol. kenne. Aber es giebt doch auch Handschriften, die eine ältere und weit bessere Redaktion bieten als die bisher allein bekannte.

Als ich im Herbst 1879 in Florenz war, um die Haupthandschrift des Archimedes zu vergleichen, fand ich Gelegenheit, auch die in der Biblioteca Laurenziana befindlichen Euklidhandschriften an einigen wenigen Stellen von besonderer Bedeutung zu untersuchen. So fand ich in dem vorzüglichen cod. Laurent. XXVIII 3, der aufser den Elementen noch die Optik und die *φαινόμενα* enthält, eine ganz abweichende Form der Optik, woraus ich mir wegen der Kürze der Zeit nur einige Hauptpunkte notieren konnte. Der gröfsere Teil der nicht sehr gut bewahrten Pergamenthandschrift stammt aus dem XI. oder gar X. saec., aber das übrige ist auf ganz weifsem Pergament im XVI. saec. geschrieben; es hat den Anschein, als sei dieser Teil durch die Zeit unleserlich geworden und dann um das vollständige Verlorengehen zu verhindern copiert und statt der verdorbenen Blätter in die Handschrift einverleibt. Später habe ich auch im cod. Vindobonensis 103 (Lambecius VII, S. 391), der mit einer Liberalität, die jetzt wohl überall (Italien natürlich ausgenommen) angetroffen wird, aber deshalb nicht minder zum Dank verpflichtet, zu meinem Gebrauche an die königliche Bibliothek in Kopenhagen versandt worden war, dieselbe Fassung angetroffen; meine Notizen aus Florentinus reichten vollständig zu, um die Identität sicherzustellen. Cod. Vindob. 103, von Lambecius a. O. als antiquissimus bezeichnet, wurde von A. Busbeckius aus Konstantinopel mitgebracht; der erste Teil ist auf Pergament und kann dem XI. oder XII. saec. zugeschrieben werden; der Schlufs, darunter die ganze Optik, ist dagegen bombycinus aus dem XIII. saec., wie es scheint. Die Handschrift enthält wie Flor. XXVIII 3[1]) die Elemente, die Optik und die *φαινόμενα* mit vielen Scholien. Nach dieser Handschrift teile ich hier jene bessere Redaktion der Optik mit, indem ich mir wegen der Unvollständigkeit der handschriftlichen Grundlage nur die allernotwendigsten Verbesserungen erlaube.

1) Cod. Florent. XXVIII 6 saec. XIII, der ebenso Elemente, Optik und *φαινόμενα* mit Scholien enthält, konnte für die Optik nicht verglichen werden.

Εὐκλείδου ὀπτικοὶ ὅροι.

1. Ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐξαγομένας εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι διάστημα μεγεθῶν μεγάλων.

2. καὶ τὸ [μὲν] ὑπὸ τῶν ὄψεων περιεχόμενον σχῆμα εἶναι κῶνον τὴν κορυφὴν μὲν ἔχοντα ἐν τῷ ὄμματι τὴν δὲ βάσιν πρὸς τοῖς πέρασι τῶν ὁρωμένων.

3. καὶ ὁρᾶσθαι μὲν ταῦτα, πρὸς ἃ ἂν αἱ ὄψεις προσπίπτωσι, μὴ ὁρᾶσθαι δέ, πρὸς ἃ ἂν μὴ προσπίπτωσιν αἱ ὄψεις.

4. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεσθαι τὰ δὲ ὑπὸ ἐλάττονος ἐλάττονα, ἴσα δὲ τὰ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα.

5. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα μετεωρότερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ταπεινοτέρων ταπεινότερα.

6. καὶ ὁμοίως τὰ μὲν ὑπὸ δεξιωτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα δεξιώτερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἀριστερωτέρων ἀριστερώτερα.

7. τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὁρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεσθαι.

α'.

Οὐδὲν τῶν ὁρωμένων ἅμα ὅλον ὁρᾶται.

ἔστω γὰρ ὁρώμενόν τι τὸ ΑΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΚ, ΒΔ. οὐκοῦν ἐπεὶ ἐν διαστήματι φέρονται αἱ προσπίπτουσαι ὄψεις, οὐκ ἂν προσπίπτοιεν συνεχεῖς πρὸς τὸ ΑΔ· ὥστε γένοιντο ἂν καὶ κατα τὸ ΑΔ διαστήματα, πρὸς ἃ αἱ ὄψεις οὐ προσπεσοῦνται. οὐκ ἄρα ὀφθήσεται ὅλον ἅμα τὸ ΑΔ. δοκεῖ δὲ ὁρᾶσθαι ἅμα τῶν ὄψεων ταχὺ παραφερομένων.

β'.

Τῶν ἴσων μεγεθῶν ἐν διαστήματι κειμένων τὰ ἔγγιον κείμενα ἀκριβέστερον ὁρᾶται.

ἔστω ὄμμα μὲν τὸ Β, ορώμενα δὲ τὸ ΓΔ καὶ τὸ ΚΛ, χρὴ δὲ νοεῖν αὐτὰ ἴσα καὶ παράλληλα, ἔγγιον δὲ ἔστω τὸ ΓΔ, καὶ προσπιπτέσωσαν ὄψεις αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΚ, ΒΛ. οὐ γὰρ ἂν εἴποιμεν, ὡς αἱ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ ΚΛ προσπίπτουσαι ὄψεις διὰ τῶν Γ, Δ σημείων ἐλεύσονται. ἡ γὰρ τριγώνου τοῦ ΒΔΛΚΓΒ ἡ ΚΛ μείζων ἂν ἦν τῆς ΓΔ. ὑπόκειται δὲ καὶ ἴση. οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ πλειόνων ὄψεων ὁρᾶται ἤπερ τὸ ΚΛ. ἀκριβέστερον ἄρα φανήσεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ· τὰ γὰρ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὁρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεται.

γ'.

Ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁρᾶται.

10. ἐλαττονα] ἐλάσσονα cod. Vindob. 103. 27. ἔγγειον (corr. m. 1), ut lin. 30. 29. ὁρώμενα] corr. ex ὁρώμενον m. 1. 32. εἴπομεν. 35. ὑπόκειται] corr. ex ὑποκείσθω m. 2. 40. γενόμενον] corr. ex γενομένου m. 2.

ἔστω γὰρ ὄμμα μὲν τὸ Β, ὁρώμενον δὲ τὸ ΓΔ. φημὶ δή, ὅτι τὸ ΓΔ ἔν τινι ἀποστήματι γενόμενον οὐκέτι ὁραθήσεται. γεγενήσθω γὰρ τὸ ΓΔ ἐν τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν ὄψεων, ἐφ' οὗ τὸ Κ. οὐκοῦν πρὸς τὸ Κ οὐδεμία τῶν ἀπὸ τοῦ Β ὄψεων προσπεσεῖται· πρὸς ὃ δὲ αἱ ὄψεις οὐ προσπίπτουσιν, ἐκεῖνο οὐχ ὁρᾶται. ἕκαστον ἄρα τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁρᾶται.

δ'.

Τῶν ἴσων διαστημάτων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων τα ἐκ πλείονος διαστήματος ὁρώμενα ἐλάττονα φαίνεται.

ἔστω ἴσα διαστήματα [τὰ] ἐπὶ μιᾶς εὐθείας τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, καὶ ἀνήχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ, ἐφ' ἧς κείσθω ὄμμα τὸ Ε. λέγω, ὅτι μεῖζον φανήσεται τὸ μὲν ΑΒ τοῦ ΒΓ, τὸ δὲ ΒΓ τοῦ ΓΔ. προσπιπτέτωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ ΕΒ, ΕΓ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Β σημείου τῇ ΓΕ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΒΖ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΕ. ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ ΑΕΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΓΕ ἦκται εὐθεῖα ἡ ΒΖ, ἔστιν ἄρα καί, ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΑ, ἡ ΕΖ πρὸς ΖΑ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ, ὡς εἴρηται, τῇ ΖΕ. μείζων δὲ πλευρὰ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ. μείζων ἄρα καὶ τῆς ΖΕ. μείζων ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΕΒ γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΒΕ. ἡ δὲ ὑπὸ ΖΒΕ τῇ ὑπὸ ΒΕΓ ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΒ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΕΒ γωνιας μείζων ἐστίν. μείζων ἄρα ὀφθήσεται ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ. πάλιν ὁμοίως κἂν διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΔΕ παράλληλος ἀχθῇ, μείζων ὀφθήσεται ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ.

ε'.

Τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται, καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔγγιον κείμενον τοῦ ὄμματος.

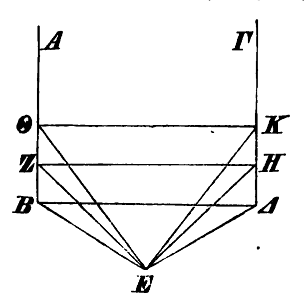
ἔστω δύο ἴσα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ ἄνισον διεστηκέτω, καὶ ἔστω ἔγγιον τὸ ΑΒ. λέγω, ὅτι μεῖζον φανήσεται τὸ ΑΒ. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ, ΕΔ. ἐπεὶ οὖν τὰ ὑπὸ μειζόνων γωνιῶν ὁρώμενα μείζονα φαίνεται, μείζων δὲ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ, μείζων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ.

8. γενόμενον] corr. ex γενομένου m. 2. 12. τά] del. m. 2. 13. ΑΕ] Ε in ras. 18. ἐπεί] corr. ex ἐπί. 22. δέ] corr. ex δή. μείζων ἄρα — 23. ἄρα] (alt.) in ras. 24. γωνίας] γωνία. τῆς] manu 2, τῇ manu 1. ΖΒΕ] Ε in ras. ἡ δὲ] in ras. 27. αχθῇ] in ras. 31. ἔγγειον; corr. m. 1, ut lin. 34, p. 95 l. 6. 37. ΑΕΒ] τῶν ΑΕΒ, sed τῶν deletum.

ϛʹ.

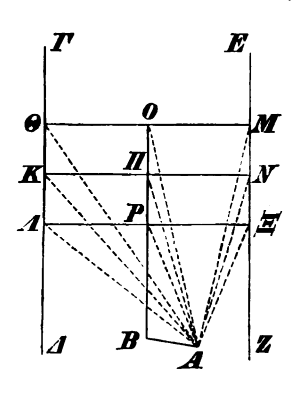
Τὰ παράλληλα τῶν διαστημάτων ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα ἀνισοπλατῆ φαίνεται.

ἔστω δύο παράλληλα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε. λέγω, ὅτι τὰ ΑΒ, ΓΔ ἀνισοπλατῆ φαίνεται, καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔγγιον διάστημα τοῦ πορρώτερον. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΒ, ΕΖ, ΕΘ, ΕΔ, ΕΗ, ΕΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΖΗ, ΘΚ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΕΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΖΕΗ γωνίας, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΔ τῆς ΖΗ φαίνεται. πάλιν ἐπεὶ μείζων ἡ ὑπὸ ΖΕΗ γωνία τῆς ὑπὸ ΘΕΚ γωνίας, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΘΚ φαίνεται. μεῖζον ἄρα τὸ μὲν ΒΔ διάστημα τοῦ ΖΗ, τὸ δὲ ΖΗ τοῦ ΘΚ. οὐκέτι οὖν ὀφθήσεται παράλληλα ὄντα τὰ διαστήματα ἐπ᾽ ἴσης, ἀλλ᾽ ἀνισοπλατῆ.



ζʹ.

Ἐπὶ τῶν ἐν μετεώρῳ κειμένων διαστημάτων καθιέσθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΑΒ, καὶ ἔστωσαν παράλληλοι αἱ ΛΞ, ΚΝ, ΘΜ. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀνισοπλατῆ φαίνεται τὰ ΓΔ, ΕΖ μεγέθη. ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΛΞ ἡ ΒΡ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΡ ἐπὶ τὸ Ο, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΛ, ΑΚ, ΑΘ, ΑΞ, ΑΝ, ΑΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΡ, ΑΠ, ΑΟ. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μετεωροτέρου σημείου τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΡΞ ἐπέζευκταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΡ, ἡ ΑΡ ἄρα ἐπὶ τὴν ΡΞ κάθετός ἐστιν, καὶ ἡ ΑΟ ἐπὶ τὴν ΟΜ, καὶ ἡ ΑΠ ἐπὶ τὴν ΠΝ. ὀρθογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΡΞ, ΑΠΝ, ΑΟΜ τρίγωνα. ἐπεὶ οὖν ὀρθογώνιά ἐστι, καί ἐστιν ἡ μὲν ΠΝ τῇ ΡΞ ἴση, ἡ δὲ ΠΑ τῆς ΑΡ μείζων, μείζων ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΞΑΡ τῆς ὑπὸ τῶν ΠΑΝ. μεῖζον ἄρα καὶ ὀφθήσεται τὸ ΡΞ τοῦ ΠΝ. ὁμοίως καὶ τὸ ΡΛ τοῦ ΠΚ μεῖζον. ὅλον ἄρα τὸ ΛΞ ὅλου τοῦ ΚΝ ὀφθήσεται μεῖζον. ἀνισοπλατῆ ἄρα καὶ οὕτως ὀφθήσεται τὰ μεγέθη.

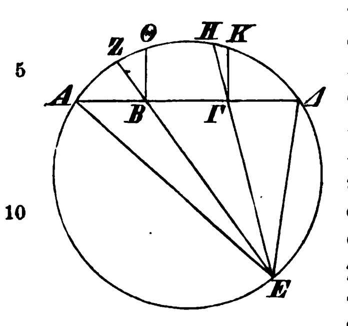


ηʹ.

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντα ἴσα μεγέθη μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις τεθέντα καὶ ἄνισον διεστηκότα τοῦ ὄμματος ἄνισα φαίνεται.

22. καί] om. 35. μείζων] (prius) in ras. (fuit μέρος).

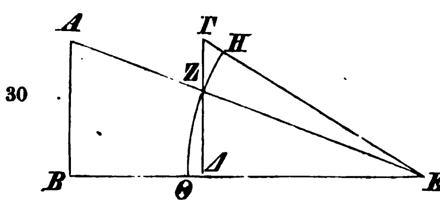
ἔστω δύο ἴσα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΔ μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις ὄντα καὶ ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος τοῦ Ε, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΑ, ΕΔ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΕΑ τῆς ΕΔ. λέγω, ὅτι ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ μείζων φανήσεται. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΒ, ΕΓ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΕΔ. καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ταῖς ΕΒ, ΕΓ εὐθείαις εὐθεῖαι αἱ ΒΖ, ΓΗ, καὶ ἀνεστάτωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἴσαι [αὐταῖς] εὐθεῖαι αἱ ΒΘ, ΓΚ. ἔστιν δὲ ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΘ τῇ ὑπὸ ΔΓΚ ἐστιν ἴση. καὶ περιφέρεια ἄρα ἡ ΑΘ περιφερείᾳ τῇ ΔΚ ἐστιν ἴση. ἡ ΚΔ ἄρα περιφέρεια τῆς ΖΑ περιφερείας μείζων ἐστίν. πολλῷ ἄρα ἡ ΗΔ περιφέρεια τῆς ΖΑ μείζων ἐστίν. ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνία βέβηκεν, ἐπὶ δὲ τῆς ΗΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΗΕΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΗΕΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΕΖ μείζων ἐστίν. ἀλλ' ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ ΑΕΖ ἡ ΑΒ βλέπεται, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ ΗΕΔ ἡ ΓΔ. μείζων ἄρα ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ φαίνεται.



θ'.

Τὰ ἴσα μεγέθη καὶ παράλληλα ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος οὐκ ἀναλόγως τοῖς διαστήμασιν ὁρᾶται.

ἔστω δύο μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος τοῦ Ε. λέγω, ὅτι οὐκ ἐστιν, ὡς φαίνεται ἔχον, ὡς τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΑΒ, οὕτως τὸ ΒΕ πρὸς τὸ ΕΔ. προσπιπτέτωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ ΑΕ, ΕΓ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΕΖ κύκλου γεγράφθω περιφέρεια ἡ ΗΖΘ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΕΖΓ τρίγωνον τοῦ ΕΖΗ τομέως μεῖζόν ἐστιν, τὸ δὲ ΕΖΔ τρίγωνον τοῦ ΕΖΘ τομέως ἔλαττόν ἐστιν, τὸ ΕΖΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΖΗ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΕΖΔ τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα. καὶ ἐναλλὰξ τὸ ΕΖΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΖΗ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα, καὶ συνθέντι τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΗΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα. ἀλλ' ὡς τὸ ΕΔΓ πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν

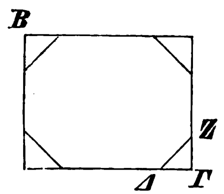


9. ΕΓ] sequitur ras. unius litterae. 12. ΒΘ, ΓΚ] Θ et Κ e corr. 14. ΔΓΚ] in ras. 15. ΔΚ] in ras. 17. τῆς — περιφερείας] τὴν — περιφέρειαν, ut lin. 18. 26. ὡς] om. 38. τόν] τήν.

ΔΖ. ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση, καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΖ, ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΔ. ἡ ΒΕ ἄρα πρὸς τὴν ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΗΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα. ὡς δὲ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΕΘ γωνίαν. ἡ ΒΕ ἄρα πρὸς τὴν ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΕΘ. καὶ ἐκ μὲν τῆς ὑπὸ ΗΕΘ γωνίας βλέπεται τὸ ΓΔ, ἐκ δὲ τῆς ὑπὸ ΖΕΘ τὸ ΑΒ. οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασιν ὁρᾶται τὰ ἴσα μεγέθη.

ι'.

Τὰ ὀρθογώνια μεγέθη ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα περιφερῆ φαίνεται.

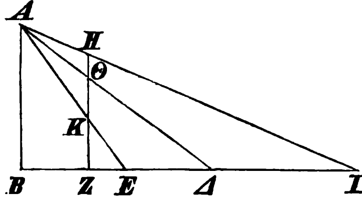


ἔστω γὰρ ὀρθογώνιον τὸ ΒΓ. ἔστω καὶ μετέωρον ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενον. οὐκοῦν ἐπεὶ ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁρᾶται, ἡ μὲν Γ ἄρα γωνία οὐχ ὁρᾶται, τὰ δὲ Δ, Ζ σημεῖα μόνον φαίνεται. ὁμοίως καὶ ἐφ' ἑκάστης τῶν λοιπῶν γωνιῶν τοῦτο συμβήσεται. ὥστε ὅλον περιφερὲς φανήσεται.

ια'.

Τῶν κάτω τοῦ ὄμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω μετεωρότερα φαίνεται.

ἔστω ὄμμα τὸ Α μετεωρότερον κείμενον τοῦ ΒΕΓ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΒ, ΑΕ, ΑΔ, ΑΓ, ὧν ἡ ΑΒ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι τὸ ΓΔ τοῦ ΔΕ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΔΕ τοῦ ΒΕ. εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΒΕ τυχὸν σημεῖον κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεὶ αἱ ὄψεις πρότερον πρὸς τὴν ΖΗ προσπίπτουσιν ἤπερ πρὸς τὴν ΖΓ, προσπιπτέτω τῇ ΖΗ ἡ μὲν ΑΓ κατὰ τὸ Η σημεῖον, ἡ δὲ ΑΔ κατὰ τὸ Θ, ἡ δὲ ΑΕ κατὰ τὸ Κ. ἐπεὶ οὖν τὸ Η τοῦ Θ ἐστι μετεωρότερον, τὸ δὲ Θ τοῦ Κ, ἀλλ' ἐν ᾧ ἐστι τὸ Η, ἐν τούτῳ τὸ Γ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Θ, ἐν τούτῳ τὸ Δ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Κ, ἐν τούτῳ τὸ Ε, διὰ δὲ τῶν ΑΓ, ΑΔ ἡ ΔΓ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν ΑΔ, ΑΕ ἡ ΔΕ, ἡ ΓΔ ἄρα τῆς ΔΕ μετεωροτέρα φαίνεται. ὁμοίως καὶ ἡ ΔΕ τῆς ΒΕ με-



1. ΔΖ (utrumque)] δξ. 4. ΗΕΘ] in ras. ΖΕΘ] in ras. 5. ΒΕ] βεα; corr. m. 2. πρὸς τὴν ΕΔ] γωνία; corr. in εὐθεῖα πρὸς τὴν ΕΔ. 6. βλέπεται] μεῖζον. 11. καί] supra per comp., ut lin. 28. 14. γενόμενον] γενομένου. Γ] γάρ (per comp.) γ. 16. ἑκάστης] ἑκάστην. 18. φανήσεται] συμβήσεται. 36. ΑΓ, ΑΔ] αγ (γ in ras.); corr. m. 1. ΑΔ, ΑΕ] εδ; corr. m. 1.

τεωροτέρα φανήσεται. τὰ γὰρ ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα μετεωρότερα φαίνεται.

καὶ φανερόν, ὅτι τὰ ἐν μετεώρῳ κείμενα κοῖλα φανήσεται.

ιβʹ.

Τῶν ἄνω τοῦ ὄμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω ταπεινότερα φαίνεται.

ἔστω ὄμμα τὸ Α ταπεινότερον κείμενον τοῦ ΒΓ ἐπιπέδου, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΓ, ὧν ἡ ΑΒ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι τὸ ΓΕ τοῦ ΕΔ ταπεινότερον φαίνεται. διὰ δὴ τὸ προεκτεθὲν θεώρημα ταπεινοτέρα ἡ μὲν ΑΓ ἀκτὶς τῆς ΑΕ, ἡ δὲ ΑΕ τῆς ΑΔ, ἡ δὲ ΑΔ τῆς ΑΒ. ἀλλὰ διὰ μὲν τῶν ΓΑ, ΑΕ τὸ ΓΕ βλέπεται, διὰ δὲ τῶν ΕΑ, ΑΔ τὸ ΕΔ, διὰ δὲ τῶν ΔΑ, ΑΒ τὸ ΔΒ φαίνεται. τὸ ΓΕ ἄρα τοῦ ΕΔ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΕΔ τοῦ ΔΒ.

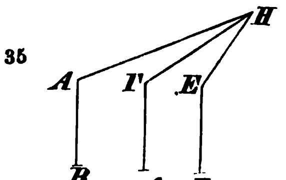
ιγʹ.

Τῶν εἰς τοὔμπροσθεν μῆκος ἐχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά.

ἔστω δύο ὁρώμενα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΘ, ΕΚ, ΕΑ, ΕΖ, ΕΗ, ΕΓ. λέγω, ὅτι αἱ μὲν ΕΖ, ΕΗ, ΕΓ δοκοῦσιν εἰς τὰ ἀριστερὰ μετῆχθαι, αἱ δὲ ΕΘ, ΕΚ, ΕΑ εἰς τὰ δεξιά. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ τῆς ΕΗ ἐστι δεξιωτέρα, ἡ δὲ ΕΗ τῆς ΕΓ, ἐντεῦθεν ἄρα ἡ ΕΓ τῆς ΕΗ δοκεῖ εἰς τὰ ἀριστερὰ μετῆχθαι, ἡ δὲ ΗΕ τῆς ΕΖ. ὁμοίως καὶ αἱ ΕΚ, ΕΑ, ΕΘ δοκοῦσιν εἰς τὰ δεξιὰ μετῆχθαι.

ιδʹ.

Τῶν ἴσων μεγεθῶν καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὄμμα κειμένων τὰ πόρρω μετεωρότερα φαίνεται.



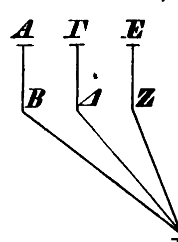
ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Η μετεωρότερον κείμενον τῶν μεγεθῶν, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΗΑ, ΗΓ, ΗΕ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ ΕΖ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΗΑ τῆς ΗΓ ἐστι μετεωροτέρα, ἡ δὲ ΗΓ τῆς ΗΕ, καὶ ἐν ᾧ εἰσιν αἱ ΗΑ, ΗΓ, ΗΕ,

17. ΔΒ] δε. 29. αἱ] om. 40. ᾧ] οἷς m. 2.

ἐν τούτῳ ἐστι καὶ τὰ A, $Γ$, E σημεῖα, ἐν ᾧ δὲ τὰ A, $Γ$, E, ἐν τούτῳ καὶ τὰ AB, $ΓΔ$, EZ μεγέθη, τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ.

ιε'.

Τῶν ἴσων μεγεθῶν καὶ ἀνωτέρω τοῦ ὄμματος κειμένων τὰ πόρρω ταπεινότερα φαίνεται.

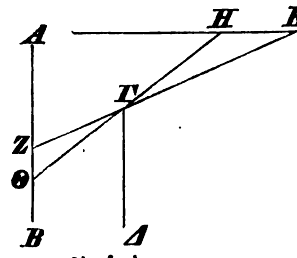


ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ AB, $ΓΔ$, EZ μετεωρότερα κείμενα τοῦ ὄμματος τοῦ H. λέγω, ὅτι τὸ AB τοῦ $ΓΔ$ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ HB, $HΔ$, HZ. ἐπεὶ οὖν ἡ HB ἀκτὶς τῆς $HΔ$ ἐστι ταπεινοτέρα, ἡ δὲ $HΔ$ τῆς HZ, ἀλλ' ἐν ᾧ εἰσιν αἱ HB, $HΔ$, HZ, ἐν τούτῳ ἐστὶ καὶ τὰ B, $Δ$, Z σημεῖα, ἐν ᾧ δὲ τὰ B, $Δ$, Z, ἐν τούτῳ καὶ τὰ AB, $ΓΔ$, EZ μεγέθη, τὸ μὲν AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ $ΓΔ$ τοῦ EZ ταπεινότερόν ἐστιν: ∾ ἑξῆς.

ις'.

Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὄμμα κείμενα, προσιόντος μὲν τοῦ ὄμματος μείζονι μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ ἐλάσσονι.

ἔστω δύο ἄνισα μεγέθη τὰ AB, $ΓΔ$, μεῖζον δὲ ἔστω τὸ AB, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ E, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ $Γ$ ἡ EZ.



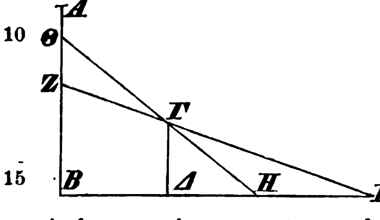
ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τοῦ ὄμματος καὶ τῆς EZ ἀκτῖνος τὰ ZB, $ΓΔ$ φαίνεται, τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ ὕπερθεν φαίνεται τῷ AZ μεγέθει. μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐγγυτέρω, καὶ ἔστω τὸ H, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ $Γ$ ἡ $HΘ$. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τοῦ ὄμματος καὶ τῆς $HΘ$ ἀκτῖνος φαίνεται τὸ $ΓΔ$ καὶ τὸ $ΘB$, τὸ AB ἄρα τοῦ $ΓΔ$ μεῖζον φανήσεται τῷ $AΘ$. ἐβλέπετο δὲ ὑπὸ τοῦ E τῷ AZ μεῖζον, μεῖζον δὲ τὸ $AΘ$ τοῦ AZ. προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὄμματος μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται μείζονι, ἀπιόντος δὲ ἐλάττονι [φαίνεται τὸ ὑπερφαινόμενον μεῖζον].

1. τούτῳ] τούτοις, ut lin. 14. ᾧ] οἷς m. 2. $Γ$, E] corr. ex ηϑ? 10. ἐπεὶ οὖν ad prius HZ lin. 12 bis, sed expunctum. 19. μείζονι μεῖζον] -ζονι μεῖ- postea additum. 30. τὸ $ΓΔ$ καί] mg. m. 2. $ΘB$] β in ras. est. 32. AZ μεῖζον] αζ.

ιζʹ.

Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει ἐπάνω τοῦ ὄμματος ἄνισα μεγέθη, προσιόντος μὲν τοῦ ὄμματος ἐλάσσονι μεῖζον φαίνεται τὸ ὑπερφαινόμενον, ἀπιόντος δὲ μείζονι.

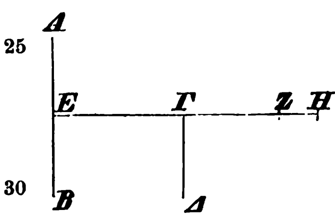
ἔστω ἄνισα μεγέθη τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ*, ὧν μεῖζον τὸ *ΑΒ*. ἔστω ὄμμα τὸ *Ε*, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ *Γ* ἡ *ΕΖ*. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τῆς *ΕΖ* ἀκτῖνος ἀπολαμβάνεται τὰ *ΖΒ*, *ΓΔ* μεγέθη, τὰ *ΒΖ*, *ΓΔ* ἄρα ἴσα ἀλλήλοις φαίνεται. τὸ *ΑΒ* ἄρα τοῦ *ΓΔ* μεῖζον φαίνεται τῷ *ΑΖ* μεγέθει. προσήχθω δὴ τὸ ὄμμα ἐγγυτέρω καὶ ἔστω τὸ *Η*, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ *Γ* ἡ *ΗΘ*. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τῆς *ΗΘ* ἀκτῖνος ἀπολαμβάνεται τὰ *ΒΘ*, *ΓΔ*, ὑπὸ δὲ τῆς *ΕΖ* τὰ *ΖΒ*, *ΓΔ*, ἔστι δὲ τὸ *ΖΑ* τοῦ *ΑΘ* μεῖζον, προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὄμματος ἐλάσσονι μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ μείζονι μεῖζον: ∾ ἑξῆς.



ιηʹ.

Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει, ἐπ' εὐθείας τῷ ἐλάττονι μεγέθει τοῦ ὄμματος προσιόντος τε καὶ ἀφισταμένου τῷ ἴσῳ ἀεὶ δόξει τὸ ὑπερφαινόμενον τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχειν.

ἔστω δύο ἄνισα μεγέθη τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ*, ὧν μεῖζον τὸ *ΑΒ*, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ *Ζ* ἐπ' εὐθείας κείμενον τῷ πέρατι τοῦ *ΓΔ* μεγέθους τῷ *Γ*. λέγω, ὅτι τοῦ *Ζ* ὄμματος προσιόντος καὶ ἀφισταμένου ἐπ' εὐθείας ὄντος τῷ ἴσῳ δόξει ὑπερφαίνεσθαι τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*. προσπιπτέτω γὰρ ἀκτὶς διὰ τοῦ *Γ* ἡ *ΖΕ*. τὸ *ΑΒ* ἄρα τοῦ *ΓΔ* ὑπερφαίνεται τῷ *ΑΕ*. μετακεκινήσθω δὴ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω ἀπωτέρω, καὶ ἔστω ἐπ' εὐθείας τὸ *Η*. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ *Η* ὄμματος ἀκτὶς προσπίπτουσα ἐλεύσεται διὰ τοῦ *Γ* σημείου καὶ προσενεχθήσεται μέχρι τοῦ *Ε* σημείου, καὶ τῷ αὐτῷ ὑπερφανήσεται τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*.



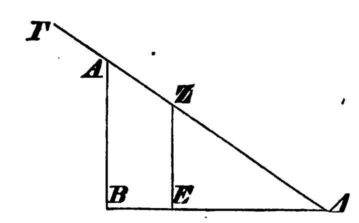
ιθʹ.

Τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν, ἡλίου φαίνοντος.

ἔστω τὸ δοθὲν ὕψος τὸ *ΑΒ* καὶ δέον αὐτὸ γνῶναι, πηλίκον ἐστίν. ἔστω μὲν ὄμμα τὸ *Δ* ἡλίου δὲ ἀκτὶς ἡ *ΓΑ* συμβάλλουσα τῷ πέρατι τοῦ *ΑΒ* μεγέθους καὶ διήχθω μέχρι τοῦ *Δ* ὄμματος. ἔστω δὲ σκιὰ ἡ *ΔΒ* τοῦ *ΑΒ*. καὶ κείσθω ἕτερόν τι μέγεθος τὸ *ΕΖ* συμβάλ-

2. ἐπάνω] supra. 3. ἐλάσσονι] supra. 4. μείζονι] in ras. 7. ΖΒ] in ras. 24. τοῦ Ζ] τὸ ζ m. 1; τῷ γ τοῦ m. 2. 30. ἀποτέρω.

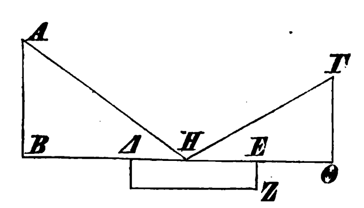
λον τῇ ἀκτῖνι μὴ πάντως καταυγαζόμενον ὑπ' αὐτῆς κατὰ τὸ Ζ πέρας. ἥρμοσται οὖν εἰς τὸ ΑΒΔ τρίγωνον ἕτερόν τι τρίγωνον τὸ ΕΖΔ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΖΕ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἀλλ' ὁ τῆς ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς ΔΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΑ λόγος ἐστὶ γνώριμος. γνώριμον δὲ τὸ ΔΒ. γνώριμον ἄρα καὶ τὸ ΑΒ : ∼ ἑξῆς.



κ'.

Μὴ ὑπάρχοντος ἡλίου τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν.

ἔστω τι [μεγέθους] ὕψος τὸ ΑΒ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ δέον ἔστω τὸ ΑΒ γνῶναι, πηλίκον ἐστίν, ὡς μὴ ὑπάρχοντος ἡλίου. κείσθω κάτοπτρον τὸ ΔΖ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΕΔ ἐπ' εὐθείας ἡ ΔΒ, ἄχρις οὗ συμβαλεῖ τῷ πέρατι τοῦ ΑΒ μεγέθους τῷ Β, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἀπὸ τοῦ ὄμματος τοῦ Γ ἡ ΓΗ, καὶ ἀντανακεκλάσθω, ἄχρις οὗ συμβαλεῖ τῷ πέρατι τοῦ ΑΒ μεγέθους τῷ Α, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΔΕ ἡ ΕΘ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΕΘ κάθετος ἡ ΓΘ. ἐπεὶ οὖν προσπέπτωκεν ἀκτὶς ἡ ΓΗ καὶ ἀντανακέκλασται ἡ ΗΑ, πρὸς ἴσας γωνίας ἀνακεκλασμέναι εἰσίν, ὡς ἐν τοῖς κατοπτρικοῖς λέγεται. ἴση ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΘ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΓΘΗ ἴση. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΑΒ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΒ τρίγωνον τῷ ΓΗΘ τριγώνῳ. τῶν δὲ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΗ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ. ἀλλ' ὁ τῆς ΓΘ πρὸς τὴν ΘΗ λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς ΒΑ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ λόγος ἐστὶ γνώριμος. ἀλλ' ἡ ΗΒ ἐστι γνώριμος. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα ἐστὶ γνώριμος.



κα'.

Τὸ δοθὲν βάθος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν.

ἔστω τὸ δοθὲν βάθος τὸ ΑΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, καὶ δέον τὸ βάθος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν. προσπιπτέτω γὰρ τῇ ὄψει ἡλίου ἀκτὶς ἡ ΕΔ συμβάλλουσα τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ τῷ βάθει κατὰ τὸ Δ. καὶ προσεκβεβλήσθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΖ,

1. κατά] ἀλλὰ κατὰ m. 2. 2. ΑΒΔ] corr. ex αβγ. 5. ΕΖ] in ras. 16. συμβαλεῖ] corr. ex συμβαλῇ, ut lin. 19. 20. ΑΒ] corr. ex δβ. 22. ἡ] supra.

καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΒΖ εὐθεῖαν κάθετος ἡ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΕΖΒ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΕΒΖ, καὶ ἡ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΒ τρίγωνον τῷ ΒΕΖ τριγώνῳ. καὶ αἱ πλευραὶ ἄρα ἀνάλογον ἔσονται. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΒ, ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ὁ τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ΖΒ λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς ΔΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ γνώριμος. καί ἐστι καὶ τὸ ΑΒ γνώριμον· καὶ τὸ ΑΔ ἄρα γνώριμόν ἐστιν.

κβ'.

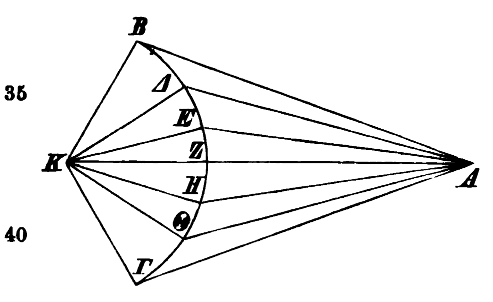
Τὸ δοθὲν μῆκος ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἐστίν.

ἔστω τὸ δοθὲν μῆκος τὸ ΑΒ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ δέον ἔστω τὸ ΑΒ μῆκος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΓΑ, ΓΒ, καὶ εἰλήφθω ἐγγὺς τοῦ ὄμματος τοῦ Γ ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος εὐθεῖα ἡ ΔΕ. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΑ ἦκται ἡ ΔΕ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ὁ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ λόγος ἐστὶ γνώριμος. καὶ ὁ τῆς ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγος γνώριμός ἐστιν. καὶ γνώριμός ἐστιν ἡ ΑΓ· γνώριμος ἄρα καὶ ἡ ΑΒ.

κγ'.

Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ τὸ ὄμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῇ, ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια εὐθεῖα γραμμὴ φαίνεται.

ἔστω κύκλου περιφέρεια ἡ ΒΓ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένη τῷ ὄμματι τῷ Α, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΒ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ΑΘ, ΑΓ. λέγω, ὅτι ἡ ΒΓ περιφέρεια εὐθεῖα φαίνεται. κείσθω τῆς περιφερείας τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΚΒ, ΚΔ, ΚΕ, ΚΖ, ΚΗ, ΚΘ, ΚΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΚΒ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ΚΑΒ γωνίας βλέπεται, ἡ δὲ ΚΔ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ΚΑΔ, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ



1. κάθετος] supra m. 2. 39. ὑπό] (alt.) supra m. 2.

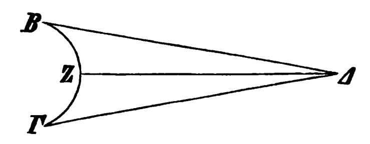
μὲν ΚΒ τῆς ΚΔ, ἡ δὲ ΚΔ τῆς ΚΕ, ἡ δὲ ΚΕ τῆς ΚΖ, καὶ ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους ἡ μὲν ΚΓ τῆς ΚΘ, ἡ δὲ ΚΘ τῆς ΚΗ, ἡ δὲ ΚΗ τῆς ΚΖ μείζων φανήσεται. διὰ τοῦτο δὴ τῆς μενούσης εὐθείας τῆς ΚΑ† κάθετος ἡ ΒΓ ἀεί ἐστιν. τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται καὶ ἐπὶ τῆς κοίλης περιφερείας.

ἄλλως.

δυνατὸν δὲ καὶ ἐπ' αὐτῶν τῶν ὄψεων ταῦτα λέγειν, ὅτι ἐστὶν ἐλαχίστη μὲν ἡ μεταξὺ τοῦ Α ὄμματος καὶ τῆς διαμέτρου, ἀεὶ δὲ ἡ ἔγγιον αὐτῆς ἐλάττων τῆς ἀπώτερον. ταῦτα δὲ συμβαίνει καὶ ἐὰν † καθέτου ἐπ' αὐτὴν οὔσης τῆς ΑΖ. διὰ τοῦτο φαντασίαν εὐθείας ἀποστέλλει ἡ περιφέρεια, καὶ μάλιστα εἰ ἀπὸ πλείονος φαίνοιτο διαστήματος ὥστε μὴ συναισθάνεσθαι ἡμᾶς τῆς κυρτότητος. διὰ τοῦτο καὶ οἱ μὴ πάνυ ἀποτεταμένοι κάλοι ἐκ πλαγίου μὲν ὁρώμενοι ἐγχάλασμα ἔχειν δοκοῦσιν, ὑποκάτωθεν δ' εὐθεῖς εἶναι, καὶ αἱ σκιαὶ δὲ τῶν κρίκων ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ φωτίζοντι εὐθεῖαι γίνονται.

ἄλλως.

Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ ὄμματι κύκλου περιφέρεια τεθῇ, εὐθεῖα γραμμὴ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια φαίνεται.



ἔστω κύκλου περιφέρεια ἡ ΒΓ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὂν τῇ ΒΓ περιφερείᾳ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΔΒ, ΔΖ, ΔΓ. οὐκοῦν ἐπειδὴ τῶν ὁρωμένων οὐδὲν ὅλον ἅμα ὁρᾶται, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΖ. ὁμοίως δὴ καὶ ἡ ΖΓ. ὅλη ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια εὐθεῖα δόξει.

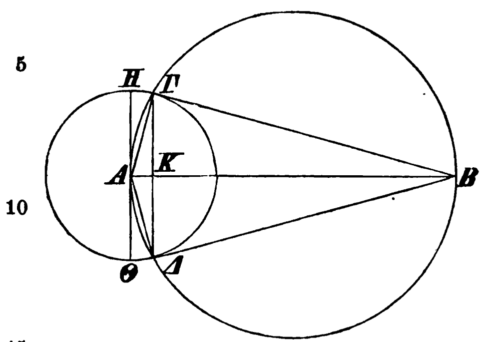
κδ'.

Σφαίρας ὁπωσδηποτοῦν ὁρωμένης ὑπὸ ἑνὸς ὄμματος ἔλασσον ἀεὶ ἡμισφαιρίου φαίνεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας κύκλου περιφέρεια φαίνεται.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον μὲν τὸ Α, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Β. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς ΒΑ ἐπίπεδον. ποιήσει οὖν τομὴν κύκλον. ποιείτω τὸν ΓΔΘΗ κύκλον, καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ

4. *κάθετος*] m. 2; *καθέτου* m. 1. Lacuna est. 6. *ἄλλως*] supra. 7. *κδ'* additum est. *ἐστίν*] corr. ex *ἦν*. 9. *ἔγγιον*] corr. ex *ἔγγειον*. *ἐλάττων*] corr. ex *μείζων* m. 2. *ἀπώτερον*] *ἀπότερον*. 12. *κυρτότητος*] primum *τ* in ras. 14. *εὐθεῖς*] -*θεῖς* in ras. 17. *ἄλλως*] *κε'*. 24. *τῶν ὁρωμένων*] *τοῦ ὁρωμένου*. 26. *ὅλην ... τὴν .. περιφέρειαν* m. 2. 27. *εὐθεῖα*] *εὐθεῖαν*. *δόξει*] *ἕξει*. 28. *κδ'*] *κς'*. 29. *ἑνός*] supra. 30. *κύκλου περιφέρεια φαίνεται*] m. 2; *μέρος ἡμικύκλιον μόνον* m. 1. 35. *ΓΒΔ*] m. 1; *γβδα* m. 2.

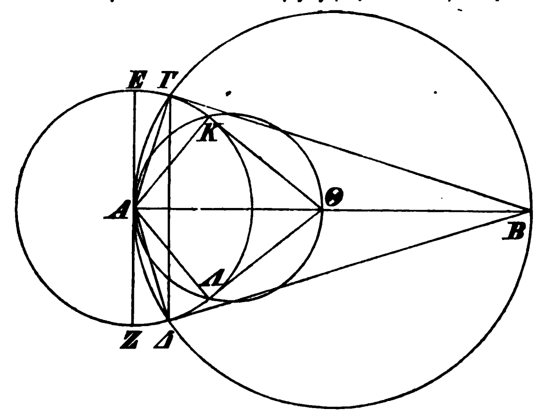
ΓΒ, ΒΔ, ΑΔ, ΑΓ. ἐπεὶ οὖν ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ ΑΓΒ, ὀρθὴ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ. αἱ ΓΒ, ΒΔ ἄρα ἐφάπτονται. ἐπεζεύχθω οὖν ἡ ΓΔ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΗΘ. ὀρθαὶ ἄρα αἱ πρὸς τῷ Κ. ἐὰν δὴ το ΒΓΚ τρίγωνον μενούσης τῆς ΑΒ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν τὴν Κ περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ἡ μὲν ΒΓ καθ' ἓν σημεῖον ἐφάψεται τῆς σφαίρας, ἡ δὲ ΚΓ ποιήσει τὴν τομὴν κύκλον. κύκλου μὲν ἄρα περιφέρεια ὀφθήσεται ἐν τῇ σφαίρᾳ. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἔλαττον ἡμισφαιρίου. ἐπεὶ γὰρ ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ ΗΘ, τὸ ΓΔ ἔλαττον ἡμικυκλίου ἐστίν. καὶ ὁρᾶται ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΒΔ ἀκτίνων τὸ αὐτὸ τῆς σφαίρας μέρος. ἔλαττον ἄρα ἡμισφαιρίου τὸ ΓΔ.



κε′.

Τοῦ ὄμματος προσιόντος τῇ σφαίρᾳ ἔλαττον ἔσται τὸ ὁρώμενον, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον μὲν τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἀφ' οὗ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΑΒ. καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΒ κύκλος



ὁ ΓΒΔ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἐφ' ἑκάτερα εὐθεῖα ἡ ΕΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΕΖ, ΑΒ

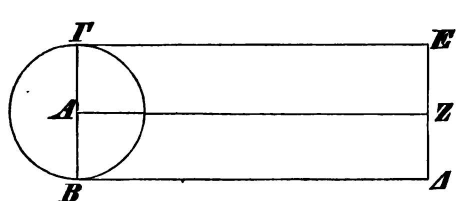
1. ΒΔ] Δ e corr. est. ΑΓΒ] m. 2; αγδ m. 1. 8. ΑΒ] κβ m. 2. 16. τῇ] om. 17. ἐπεί — 19. ΓΔ] mg. m. 1; in textu est: ἐπεὶ γαρ ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ γδ, postea expunctum. deinde sequitur: καὶ ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τῶν βγ, βδ βλέπεται. 20. κε′] κζ′. 24. ΑΒ] Β corr. ex γ.

ἐπίπεδον. ποιήσει οὖν τομὴν κύκλον. ἔστω ὁ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΑ, ΑΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΔ. διὰ δὴ τὸ πρὸ αὐτοῦ ὀρθαὶ μὲν αἱ πρὸς τοῖς Γ, Δ σημείοις. ἐφάπτονται ἄρα αἱ ΒΓ, ΒΔ, αἵτινές εἰσιν ἀκτῖνες, καὶ βλέπεται ὑπὸ τοῦ Β ὄμματος τὸ ΓΔ μέρος τῆς σφαίρας. μετακεκινήσθω δὴ τὸ ὄμμα ἔγγιον τῆς σφαίρας, καὶ ἔστω τὸ Θ, ἀφ' οὗ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΘΑ καὶ [περι]γεγράφθω κύκλος ὁ ΑΛΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΚ, ΚΑ, ΑΛ, ΛΘ εὐθεῖαι. ὁμοίως δὴ ὑπὸ τοῦ Θ ὄμματος βλέπεται μὲν τὸ ΚΛ μέρος τῆς σφαίρας, ὑπὸ δὲ τοῦ Β ἐβλέπετο τὸ ΓΔ. ἔλαττον δὲ τὸ ΚΛ τοῦ ΓΔ. προσιόντος ἄρα τοῦ ὄμματος ἔλαττόν ἐστι τὸ ὁρώμενον. δοκεῖ δὲ μεῖζον φαίνεσθαι. μείζων γὰρ ἡ ὑπὸ ΚΘΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΒΔ γωνίας.

κϛ'.

Σφαίρας διὰ δύο ὀμμάτων ὁρωμένης ἐὰν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἴση ᾖ τῇ εὐθείᾳ, ἐφ' ἣν διεστήκασι τὰ ὄμματα ἀπ' ἀλλήλων, τὸ ἡμισφαίριον αὐτῆς ὀφθήσεται ὅλον.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α, καὶ γεγράφθω ἐν τῇ σφαίρᾳ περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ ἤχθω διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΒΓ, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΒΔ, ΓΕ, τῇ δὲ ΒΓ παράλληλος ἔστω ἡ ΔΕ, ἐφ' ἧς κείσθω τὰ ὄμματα τὰ Δ, Ε. λέγω, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον ὅλον ὀφθήσεται. ἤχθω διὰ τοῦ Α ἑκατέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἡ ΑΖ. τὸ ΑΒΔΖ ἄρα παραλληλόγραμμόν ἐστιν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΖ περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι τὸ περιενεχθὲν σχῆμα, ἄρξεται μὲν ἀπὸ τοῦ Β, ἐλεύσεται δὲ καὶ ἐπὶ τὸ Γ καὶ τὸ Β, καὶ τὸ περιγραφὲν ὑπὸ τῆς ΑΒ σχῆμα κύκλος ἔσται, ὅς γε διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐστίν. ἡμισφαίριον ἄρα ὀφθήσεται ὑπὸ τῶν Δ, Ε ὀμμάτων.



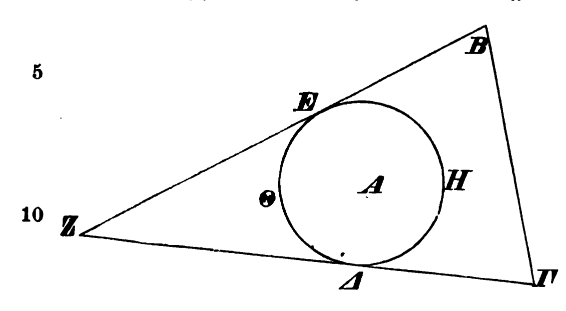
κζ'.

Ἐὰν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα μεῖζον ᾖ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, μεῖζον τοῦ ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α, καὶ περιγεγράφθω περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος ὁ ΕΘΔΗ, ὄμματα δὲ τὰ Β, Γ, καὶ ἔστω τὸ διάστημα τὸ μεταξὺ τῶν Β, Γ ὄψεων μεῖζον τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. λέγω, ὅτι μεῖζον τοῦ ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΕ, ΓΔ καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ε, Δ

3. ἄρα] in ras. 5. ἔγγιον] corr. ex ἔγγειον. 6. ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΘΑ καί] supra m. 2. περιγεγράφθω] περι- supra m. 2, supposita lineola. 7. ΑΛΚ] ΑΛΘΚ m. 2. 9. ἔβλεπε. 12. κϛ'] κη'. 19. ΒΔ] δ in ras. est. 32. κζ'] κθ'. 33. τὸ] supra m. 2. 39. προσεκβεβλήσθωσαν] προσεκβεβλήσθω.

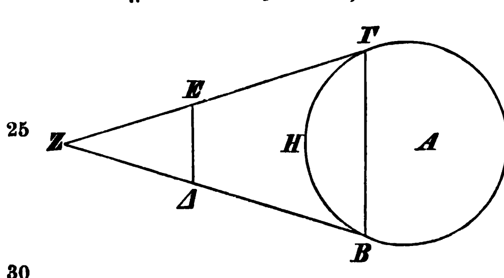
μέρη. συμβάλλουσι δὴ ἀλλήλαις διὰ τὸ ἐλάσσονα εἶναι τὴν διάμετρον τῆς ΒΓ. συμβαλλέτωσαν δὴ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἀπό τινος σημείου τῶν ἐκτὸς τοῦ κύκλου πρὸς τὴν περιφέρειαν προσπεπτώκασιν εὐθεῖαι αἱ ΖΕ, ΖΔ, τὸ ΔΘΕ ἄρα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου. τὸ ΕΗΔ ἄρα μεῖζόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ἀλλ' ὑπὸ τῶν Β, Γ τὸ ΕΗΔ βλέπεται. μεῖζον ἄρα ἢ τὸ ἥμισυ ὀφθήσεται τοῦ κύκλου ὑπὸ τῶν Β, Γ. τὸ αὐτὸ ἄρα καὶ τῆς σφαίρας ὀφθήσεται.



κη'.

Ἐὰν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα ἔλαττον ᾖ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, ἔλαττον ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται.

ἔστω σφαῖρα, ἧς κέντρον τὸ Α σημεῖον, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ Α σημεῖον κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω τὸ διάστημα τῶν ὀμμάτων τὸ ΔΕ ἔλασσον ὂν τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, ἀφ' οὗ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ ΔΒ, ΕΓ αἱ αὐταὶ καὶ ἀκτῖνες. λέγω, ὅτι ἔλασσον ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΒΔ, ΓΕ. συμπεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὰ ΓΗΒ μέρη, ἐπειδήπερ ἡ ΔΕ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου. συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἀπό τινος σημείου τοῦ Ζ προσπεπτώκασιν εὐθεῖαι αἱ ΖΓ, ΖΒ, τὸ ΒΗΓ ἄρα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ἀλλ' ἐν ᾧ ἐστι τὸ ΒΗΓ τμῆμα, ἐν τούτῳ καὶ τὸ τῆς σφαίρας. ἀπολαμβάνουσιν ἄρα ἔλαττον ἡμισφαιρίου.



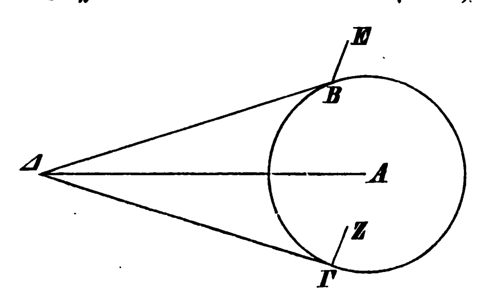
κθ'.

Κυλίνδρου ὁπωσδηποτοῦν ὑπὸ ἑνὸς ὄμματος ὁρωμένου ἔλαττον ἡμικυλινδρίου ὀφθήσεται.

ἔστω κύλινδρος, οὗ ἔστω κέντρον τῆς βάσεως τὸ Α σημεῖον καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ Α κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω ὄμμα τὸ Δ

7. ΔΘΕ] e corr. 16. κη'] λ'. 36. κθ'] λα'. 38. ἡμικυλινδρίου] ἡμικυλίνδρου. 39. κύλινδρος] m. 2; κῶνος m. 1.

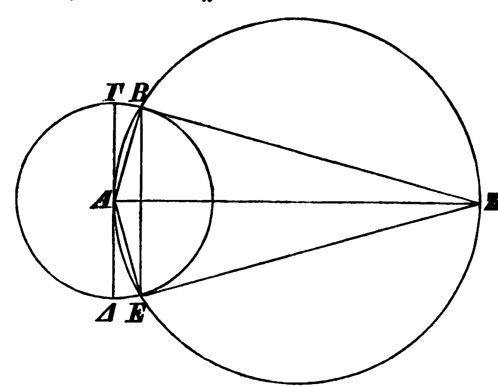
ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κείμενον τῇ βάσει τοῦ κυλίνδρου τῇ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Α ἡ ΔΑ, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ, καὶ ἐφαπτέσθωσαν τοῦ κύκλου, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὀρθὰς πλευραὶ τοῦ κυλίνδρου αἱ ΒΕ, ΓΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω τό τε διὰ τῶν ΔΒ, ΒΕ ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν ΔΓ, ΓΖ. οὐδέτερον ἄρα αὐτῶν τέμνει τὸν κύλινδρον· ἐφάπτονται γὰρ καὶ αἱ ΔΒ, ΔΓ καὶ αἱ ΒΕ, ΓΖ. βλέπεται οὖν ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἀκτίνων τὸ ΒΓ, ὅπερ ἐστὶν ἔλαττον ἡμικυκλίου. τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον καὶ ἔλαττον ἡμικυλινδρίου ὁραθήσεται.



εἰ δὲ ὑπὸ δύο ὀμμάτων ὁρῷτο, φανερόν, ὅτι καὶ ἐπ' αὐτοῦ συμβήσεται τὰ ἐπὶ τῆς σφαίρας εἰρημένα.

ἄλλως.

Ἔστω κύκλος, οὗ ἔστω κέντρον τὸ Α, σημεῖον δὲ ἐκτὸς ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΑΖ, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΖ πρὸς ὀρθὰς ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἡ ΓΔ. ἡ ΓΔ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ κύκλου. καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΖ κύκλος ὁ ΑΒΖΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΖ, ΖΕ, ΕΑ. αἱ ΖΒ, ΖΕ ἄρα ἐφάπτονται, ἐπειδήπερ αἱ πρὸς τοῖς Β, Ε σημείοις εἰσὶν ὀρθαί. ἐπεὶ οὖν ἀπό τινος σημείου τοῦ Ζ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπεπτώκασιν ἀκτῖνες αἱ ΒΖ, ΖΕ, τὸ ΒΕ ἄρα μέρος ὁραθήσεται τοῦ κύκλου. ἔστι δὲ τὸ ΓΒΕΔ ἡμικύκλιον. τὸ ΒΕ ἄρα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου.



τοῦτο δὲ τὸ θεώρημα γέγονε πρὸς τοὺς κώνους τε καὶ τοὺς κυλίνδρους. ἐὰν γὰρ ἀπὸ τῶν Β, Ε σημείων ἀχθῶσι πρὸς ὀρθὰς αἱ πλευραὶ τῶν κυλίνδρων, ἐφάψονται αὐτῶν, καθ' ὃ μέρος καὶ αἱ ἀκτῖνες προσπίπτουσι, καὶ ἀποκλεισθήσεται τὸ ΒΔΕ μέρος τῆς ὄψεως,

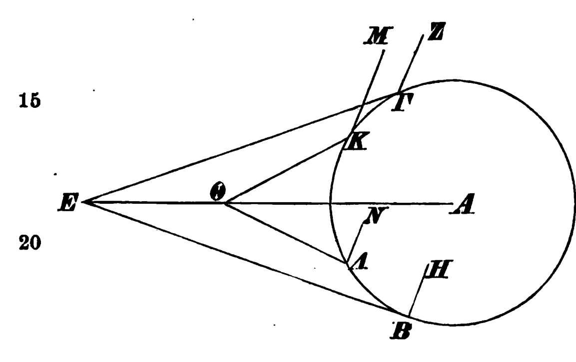
19. ἄλλως] mg.; praeterea additur λβ'.

θεωρηθήσεται δὲ τὸ ΒΕ μέρος τοῦ ἡμικυκλίου. τὸ αὐτὸ ἄρα μέρος καὶ τοῦ κυλίνδρου θεωρηθήσεται τὸ ἔλαττον : ∾ ἑξῆς.

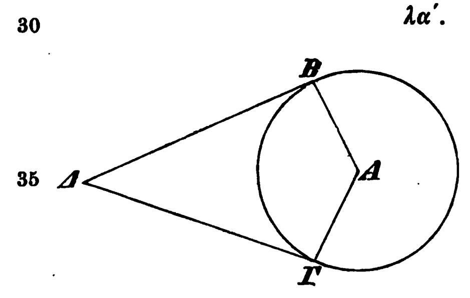
λʹ.

Τοῦ ὄμματος τεθέντος ἔγγιον τοῦ κυλίνδρου ἔλαττον μέν ἐστι τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τοῦ κυλίνδρου, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

ἔστω κύλινδρος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κέντρον δὲ τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Ε, ἀφ᾽ οὗ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ ΕΑ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΒ, ΕΓ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὀρθὰς τῷ κυλίνδρῳ αἱ ΓΖ, ΒΗ. διὰ δὴ τὰ πρότερα τὸ ΗΒΓΖ ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυλινδρίου, καὶ βλέπεται ὑπὸ τοῦ Ε ὄμματος. μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἔγγιον τὸ Θ. λέγω, ὅτι τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τοῦ Θ ὄμματος δοκεῖ τοῦ ΖΓΒΗ μεῖζον φαίνεσθαι ἔλαττον αὐτοῦ ὄν. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΘΚ, ΘΛ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Κ, Λ σημείων αἱ πλευραὶ τοῦ κυλίνδρου πρὸς ὀρθὰς αἱ ΚΜ, ΛΝ. θεωρηθήσεται δὴ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΘΛ ἀκτίνων τὸ ΜΚΛΝ μέρος τοῦ κυλίνδρου. ἀλλὰ καὶ ὑπὸ τῶν ΕΒ, ΕΓ τὸ ΖΓΒΗ. ἔστι δὲ τὸ ΖΓΒΗ τοῦ ΜΚΛΝ μεῖζον, δοκεῖ δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ἐπειδήπερ καὶ μείζων γωνία ἡ πρὸς τῷ Θ τῆς πρὸς τῷ Ε.



λαʹ.



Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ τὸν ἄξονα ὑπὸ τοῦ ἑνὸς ὄμματος ὁρωμένου ἔλαττον ἡμικωνίου ὀφθήσεται.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, ἀφ᾽ οὗ προσπιπτέτω-

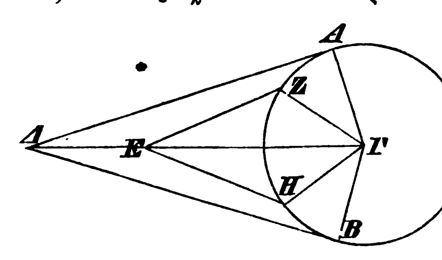
2. καί] postea insertum. τοῦ κυλίνδρου] m. 2; τῶν κώνων m. 1. 3. λʹ] λγʹ. 4. Post prius τοῦ rasura unius litterae. ἔγγιον] corr. ex ἔγγειον, ut lin. 14. 30. λαʹ] λδʹ. 34. ἡμικωνίου] — ωνι — in ras. est.

σαν ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ. καὶ ἐπεὶ προσπεπτώκασιν ἀκτῖνες αἱ ΔΓ, ΔΒ ἐφαπτόμεναι τοῦ ΒΓ, τὸ ΒΓ ἄρα ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου διὰ τὰ προαποδεδειγμένα. ἤχθωσαν ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τῆς Α ἐπὶ τὰ Β, Γ σημεῖα πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΑΒ, ΑΓ. τὸ ἄρα ἐμπεριλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ εὐθειῶν καὶ τοῦ ΒΓ τομέως ἔλαττόν ἐστιν ἡμικωνίου, ἐπειδήπερ καὶ τὸ ΒΓ ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ἔλασσον ἄρα ἡμικωνίου ὀφθήσεται.

λβʹ.

Τοῦ δὲ ὄμματος ἔγγιον τεθέντος ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου, ἔλαττον μὲν ἔσται τὸ ὑπὸ τῶν ὄψεων ἐμπεριλαμβανόμενον μέρος, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΔΑ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΑΓ, ΓΒ. οὐκοῦν ὑπὸ τοῦ Δ ὄμματος καὶ τῶν ΔΑ, ΔΒ ὄψεων ἐμπεριλαμβάνεται τὸ ΑΒΓ μέρος τοῦ κώνου, καί ἐστιν ἔλαττον ἡμικωνίου. μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἔγγιον καὶ ἔστω τὸ Ε, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΖ, ΕΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ πλευραὶ αἱ ΖΓ, ΓΗ. πάλιν οὖν ἐμπεριλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ Ε ὄμματος καὶ τῶν ΕΖ, ΕΗ ὄψεων τὸ ΖΓΗ μέρος τοῦ κώνου. ἔστι δὴ τὸ ΖΓΗ τοῦ ΑΒΓ ἔλασσον, δοκεῖ δὲ μεῖζον φαίνεσθαι, ἐπειδὴ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΗ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΔΒ γωνίας.



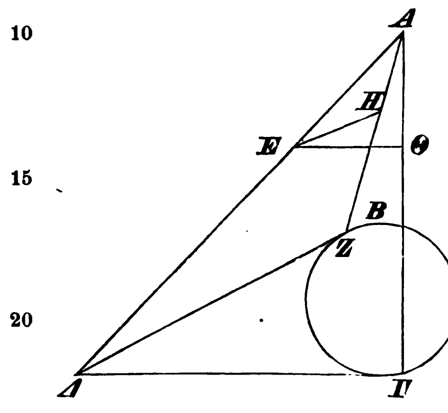
φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐπὶ κώνου ὑπὸ τῶν δύο ὀμμάτων ὁρωμένου συμβήσεται τὰ ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κυλίνδρου τῶν ὁμοίως ὁρωμένων συμβαίνοντα.

λγʹ.

Ἐὰν ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὴν τοῦ κώνου βάσιν προσπίπτωσιν ἀκτῖνες, ἀπὸ δὲ τῶν προσπιπτουσῶν ἀκτίνων καὶ ἐφαπτομένων ἀπὸ τῶν ἀφῶν εὐθεῖαι ἀχθῶσι διὰ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου πρὸς τὴν κορυφὴν αὐτοῦ, διὰ δὲ τῶν ἀχθεισῶν καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κώνου προσπιπτουσῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἐπὶ δὲ τῆς συναφῆς αὐτῶν, τουτέστιν ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων, τὸ ὄμμα τεθῇ, τὸ ὁρώμενον τοῦ κώνου διὰ παντὸς ἴσον ὀφθήσεται τῆς ὄψεως ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου τῷ προυποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὑπαρχούσης.

8. λβʹ] λεʹ. 9. ἔγγιον] corr. ex. ἔγγειον, ut lin. 21. 27. μείζων] m. 2; μεῖζον m. 1. 32. λγʹ] λςʹ.

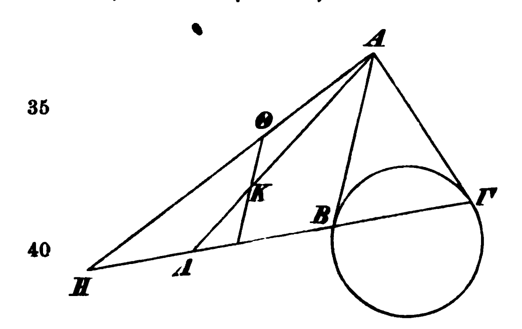
ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΖ, ΔΓ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν Ζ, Γ πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου τὴν Α πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΖΑ, ΓΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω τό τε διὰ τῶν ΔΖ, ΖΑ ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν ΓΔ, ΓΑ. ποιήσει ἄρα τὴν κοινὴν τομὴν εὐθεῖαν. ἔστω ἡ ΑΕΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς ΑΕΔ κατατεθῇ τὸ ὄμμα, τὸ ἴσον τοῦ κώνου ὀφθήσεται, ὅσον καὶ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΔΖ ἀκτίνων ἐβλέπετο. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΑΕΔ τὸ ὄμμα τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες πρὸς τὸν κῶνον. ἐλεύσονται δὴ κατὰ τὰς ΑΖ, ΑΓ, ἐπειδήπερ ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου κεῖται τὸ ὄμμα, κατ' εὐθείας δὲ γραμμὰς φέρονται αἱ ὄψεις. εἰ γὰρ ἐκτὸς πεσοῦνται τῶν ΑΓ, ΑΖ, κλασθήσονται αἱ ὄψεις· ὅπερ ἄτοπον. ἔστωσαν οὖν αἱ ΕΘ, ΒΗ. ἐπεὶ οὖν ἐπὶ παραλλήλου μὲν ἐπιπέδου κατ' εὐθείας γραμμὰς φέρονται αἱ ὄψεις, τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται, ὅσαι δ' ἂν ὄψεις ἐπὶ τῆς ΑΕΔ εὐθείας τεθῶσι παράλληλοι, ἴσας γωνίας περιέχουσι, τὸ ἴσον ἄρα τοῦ κώνου ὀφθήσεται [ὅπερ ἴσον ὁρῶσιν, ἔλασσον δὲ τοῦ κώνου ὁρῶσιν, ὥστε καὶ τὸ ἔλαττον ὀφθήσεται τοῦ κώνου].



λδ'.

Πάλιν δέ γε τοῦ ὄμματος μετατεθέντος ἀπὸ τοῦ ταπεινοῦ μετεώρου μὲν τοῦ ὄμματος τεθέντος μεῖζον μὲν ἔσται τοῦ κώνου τὸ ὁρώμενον, δόξει δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ταπεινοτέρου δὲ ἔλασσον μὲν ἔσται, δόξει δὲ μεῖζον φαίνεσθαι.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἔστωσαν αἱ πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΒΑ, ΑΓ. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΒΓ ἡ ΒΗ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ τυχόντος τοῦ Θ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΘΚ. λέγω, ὅτι μεῖζον μὲν ἔσται, ἔλασσον δὲ ὀφθήσεται



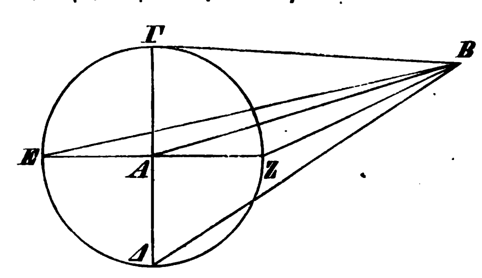
3. ΔΓ] ex δν. 16. ἐκτός] ν supra scripsit m. 2. 17. ΑΓ, ΑΖ] m. 2; αγζ m. 1. 27. λδ'] λζ'. 28. δέ γε] scriptura incerta est.

τοῦ κώνου τὸ ὁρώμενον τοῦ ὄμματος τεθέντος ἐπὶ τοῦ Θ σημείου ἤπερ ἐπὶ τοῦ Κ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ, ΑΘ, καὶ προσεκβεβλήσθω ἡ ΑΘ ἐπὶ τὸ Η, ἡ δὲ ΑΚ ἐπὶ τὸ Λ. οὐκοῦν ἐπὶ τοῦ Η καὶ τοῦ Λ τεθέντος τοῦ ὄμματος ἄνισα τὰ ὁρώμενα τοῦ κώνου ὀφθήσεται, καὶ μεῖζον μὲν ἔσται τὸ πρὸς τῷ Η, ἔλασσον δὲ ὂν μεῖζον ὀφθήσεται τὸ πρὸς τῷ Λ. ἴσον δὲ τὸ πρὸς τῷ Η τῷ πρὸς τῷ Θ, τὸ δὲ πρὸς τῷ Λ τῷ πρὸς τῷ Κ, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. τοῦ ἄρα ὄμματος πρὸς τῷ Θ τεθέντος μεῖζον ἔσται τὸ ὁρώμενον τοῦ κώνου ἤπερ πρὸς τῷ Κ, δόξει δὲ ἔλασσον εἶναι.

λε'.

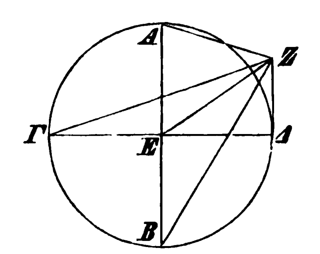
Ἐὰν κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνασταθῇ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὄμμα τεθῇ, αἱ διάμετροι αἱ ἐν τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ διαγόμεναι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται.

ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀνήχθω τις πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΒ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἐφ' ἧς ὄμμα κείσθω τὸ Β. λέγω, ὅτι αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται.



ἔστωσαν δύο διάμετροι αἱ ΓΔ, ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΒΕ, ΒΔ, ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ τῇ ΑΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΒ, καὶ ὀρθαὶ αἱ γωνίαι, βάσις ἄρα ἡ ΖΒ βάσει τῇ ΒΓ ἴση ἐστίν, καὶ αἱ περὶ τὰς βάσεις γωνίαι. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΖΒ, ΒΑ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ΕΒ, ΒΖ. τὰ δ' ὑπὸ τῶν ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα ἡ ΓΔ τῇ ΕΖ.

λϛ'.



Κἂν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀχθεῖσα μὴ πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ ᾖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται.

ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἤχθωσαν εἰς αὐτὸν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἔστω ἡ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἀναγομένη, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα κεῖται τὸ Ζ, μὴ πρὸς

3. Η] (prius) e corr. 5. ἔσται] om. 6. τὸ] (primum) τῷ m. 1, τοῦ m. 2. 10. λε'] λη'. 13. τοῦ] om. 15. ἧς] ᾗ. 22. ΑΓ] in ras. κοινὴ δὲ ἡ ΑΒ] supra; deletum est: ἴση ἔσται καὶ ἡ γα τῇ αβ. 23. αἱ] om. 24. ΒΓ] in ras. 26. ΒΑ] Β deletum. ΑΒ] Β deletum. ΒΓ] Γ in ras. 27. τῇ ὑπό] postea additum. ΑΒΔ] Α postea add., ΒΔ e corr. ΓΒ] Β erasum. 28. ΕΒ] Β deletum. 30. λϛ'] λθ'.

ὀρθάς, ἀλλὰ ἴση ἑκάστη τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΑ, ΖΓ, ΖΒ, ΖΔ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΖ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΑ ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ, αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΕΖ, ΕΑ, ΕΒ ἴσαι εἰσίν. τὸ ἄρα ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΒ, ΕΖ ἐπιπέδῳ περὶ τὴν ΑΒ διάμετρον ἡμικύκλιον γραφόμενον ἐλεύσεται διὰ τοῦ Ζ. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΒ. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ ἐστιν ὀρθή. αἱ δὲ ὀρθαὶ ἴσαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

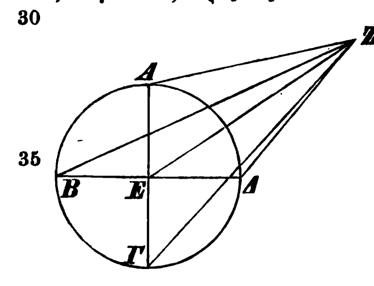
λζ'.

Ἀλλὰ δὴ ἡ ΑΖ μήτε ἴση ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἴσας δὲ γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΔΑΖ, ΖΑΓ καὶ τὰς ὑπὸ ΕΑΖ, ΖΑΒ. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ μὲν ΓΑ, ΑΖ ταῖς ΖΑ, ΑΔ, αἱ δὲ ΒΑ, ΑΖ ταῖς ΖΑ, ΑΕ καὶ αἱ γωνίαι ἴσαι, βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΑ ἴση τῇ ὑπὸ ΑΖΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΑ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΖΒ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΒ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ. ὥστε καὶ αἱ ΔΒ, ΕΓ διάμετροι ἴσαι φανήσονται.

λη'.

Ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου προσπίπτουσα μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου μήτε τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται, πρὸς ἃς ποιεῖ ἀνίσους γωνίας.



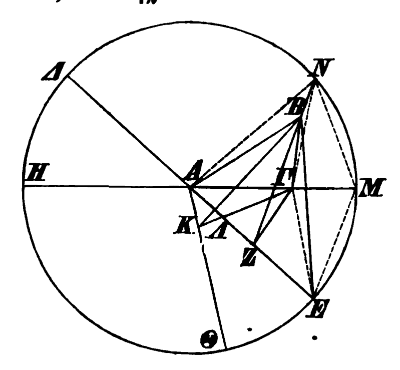
ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἤχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΓ, ΒΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ Ε σημεῖον. καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἀναγομένη, ἐφ' ἧς το ὄμμα κεῖται, ἡ ΖΕ μήτε πρὸς ὀρθὰς ἔστω τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ΑΓ, ΔΒ. λέγω, ὅτι ἄνισοι ὀφθήσονται αἱ ΑΓ, ΔΒ διάμε-

6. ΖΒ] Ζ erasum. ΖΔ] Ζ deletum. 9. λζ'] μ'. 12. καὶ τὰς ὑπό] in ras. 13. αἱ ποιοῦσαι τάς] καὶ ποιήσουσιν. 14. εἰσὶν αἱ] in ras. ΓΑ] δα in ras. ΖΑ] m. 2; Ζ m. 1. αἱ δέ] m. 2; δέ m. 1. ΒΑ] m. 2; Β m. 1. 15. ταῖς] in ras. ΖΑ, ΑΕ] ζαε. αἱ] om. 25. λη'] μα'. 34. ἀναγομένη] prius α in ras.

τροι. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΖΓ, ΖΑ, ΖΔ, ΖΒ. ἤτοι οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἢ ἐλάσσων. διὰ ταῦτα δὴ ἤτοι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖ, ΖΒ τῆς ὑπὸ ΓΖ, ΖΑ ἢ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ τῆς ὑπὸ ΔΖ, ΖΒ, ὡς ἑξῆς δείξομεν. ἄνισοι ἄρα αἱ διάμετροι ὀφθήσονται.

λῆμμα.

ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἀφ' οὗ ἐπὶ τὸν κύκλον κάθετος ἀγομένη μὴ πιπτέτω ἐπὶ τὸ κέντρον τὸ Α ἀλλ' ἐκτός, καὶ ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ ἡ ΑΓ καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἡ ΑΒ. λέγω, ὅτι πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ. ἤχθω διὰ τοῦ Α εὐθεῖα ἡ ΔΑΕ. λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ ΓΑΒ τῆς ὑπὸ ΕΑΒ ἐλάσσων ἐστίν.



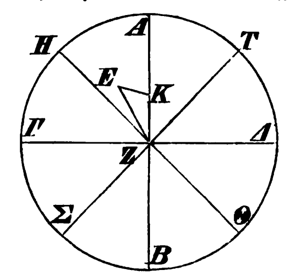
ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΖΑ, ἡ ὑπὸ ΑΓΖ ἄρα ἐλάσσων ὀρθῆς. τὴν δὲ μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. μείζων ἄρα ἡ ΑΓ τῆς ΑΖ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΖ, ΖΑ ὀρθαί εἰσιν· ὥστε εἰσὶν αἱ ΓΒ, ΒΖ ἄνισοι. καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑ, ΑΒ ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ ἐστι μείζων. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ γωνίαν ἐλαχίστη ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ.

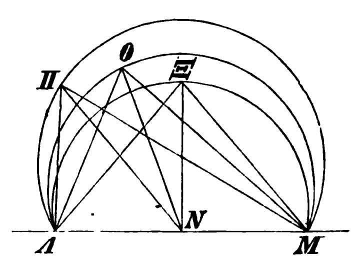
καὶ φανερόν, ὅτι ἐὰν διαχθῇ τις καὶ ἄλλη εὐθεῖα διὰ τοῦ Α ὡς ἡ ΑΘ πορρώτερον οὖσα τῆς ΑΓ ἤπερ ἡ ΑΖ, μείζων ἔσται ἡ ὑπὸ ΒΑΘ τῆς ὑπὸ ΒΑΖ. ἀχθείσης γὰρ πάλιν καθέτου ἐπὶ τὴν ΑΘ τῆς ΓΚ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΚ κάθετος ἔσται ὁμοίως ἐπὶ τὴν ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἡ ΑΛ τῆς ΑΚ (ὀρθὴν γὰρ ὑποτείνει τὴν ὑπὸ ΑΚΛ), πολλῷ ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΑΚ μείζων ἐστίν. καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ ΒΖΑ, ΒΚΑ. ἐλάσσων μὲν ἄρα ἡ ΒΖ τῆς ΒΚ διὰ τὸ ἴσα εἶναι τά τε ἀπὸ τῶν ΒΖ, ΖΑ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΚ, ΚΑ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΑ καὶ ἀλλήλοις, μείζων δὲ πάλιν ἡ ὑπὸ ΒΑΚ τῆς ὑπὸ ΒΑΖ. πασῶν δὲ τῶν πρὸς τῇ ΒΑ γινομένων γωνιῶν ὑπὸ τῶν διὰ

2. ταῦτα] τὰ αὐτά. 3. ΖΒ] Ζ deletum. ΖΑ] (prius) Ζ deletum. 5. λῆμμα] μβ'. 8. Α] (alt.) in ras. Γ] in ras. 9. ΑΓ] sequitur ras. 1 litt. (η?). ἡ ΑΒ] om. 12. διά] in ras. τοῦ] ex τό m. 2. 13. ἐλάσσων] ἐλαχίστη. 17. ΒΖ] Ζ in ras. est. 19. ΑΓΖ] ΓΖ supra. 23. ΓΒ] Γ deletum. 24. ΖΑ] Ζ deletum. ὥστε εἰσὶν] om. 34. ΑΛ] m. 2; αδ m. 1. 38. δέ] ἄρα m. 2.

τοῦ *Α* διαγομένων μεγίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΗ* ἐκβληθείσης τῆς *ΓΑ* ἐπὶ τὸ *Η*, ἐπεὶ καὶ πασῶν ἐλάττων ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ*. ἴσαι δὲ γίνονται αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἐφ' ἑκάτερα τῆς *ΜΑ* τῆς τὴν ἐλαχίστην γωνίαν περιεχούσης μετὰ τῆς *ΒΑ*. κείσθω γὰρ τῇ *ΕΜ* ἴση ἡ *ΜΝ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΕΜ*, *ΜΝ*, *ΕΓ*, *ΓΝ*, *ΒΕ*, *ΒΝ*, *ΑΝ*. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ *ΜΝ* τῇ *ΜΕ*, κοινὴ δὲ ἡ *ΜΓ*, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, ἴση ἄρα καὶ ἡ *ΕΓ* τῇ *ΓΝ*. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ *ΓΒ*. ἴση ἄρα καὶ ἡ *ΕΒ* τῇ *ΒΝ*. ἀλλὰ καὶ ἡ *ΕΑ* τῇ *ΑΝ*· καὶ κοινὴ ἡ *ΑΒ*. καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ *ΕΑΒ* τῇ ὑπὸ *ΝΑΒ* ἴση ἐστίν.

Ἔστω κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, οὗ κέντρον τὸ *Ζ*, ἐν ᾧ εὐθεῖαι ἤχθωσαν διὰ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ* τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθάς, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ *Ε*, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη πρὸς ὀρθὰς τῇ *ΓΔ*, πρὸς δὲ τὴν *ΑΒ* τυχοῦσαν γωνίαν περιεχέτω· καὶ ἔστω ἡ *ΕΖ* τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζων. λέγω, ὅτι ἄνισοι αἱ διάμετροι αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ* φανήσονται, καὶ μεγίστη μὲν ἡ *ΓΔ*, ἐλαχίστη δὲ ἡ *ΑΒ*, ἀεὶ δὲ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης ἐλάσσων τῆς ἀπώτερον, δύο δὲ μόνον διάμετροι ἴσαι φανήσονται ἴσον ἀπέχουσαι ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης. ἐπεὶ





γὰρ ἡ *ΓΔ* ἑκατέρᾳ τῶν *ΑΒ*, *ΕΖ* ἐστι πρὸς ὀρθάς, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς *ΓΔ* ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ διὰ τῶν *ΕΖ*, *ΑΒ* ἐστι πρὸς ὀρθάς· ὥστε καὶ τὸ ὑποκείμενον τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, ἐφ' οὗ ἐστιν ἡ *ΓΔ*. ἤχθω οὖν ἀπὸ τοῦ *Ε* σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος. ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πίπτει τῶν ἐπιπέδων τὴν *ΑΒ*. πιπτέτω οὖν καὶ ἔστω ἡ *ΕΚ*, καὶ διήχθω τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἴση ἡ *ΛΜ* καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ *Ν* σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ *Ν* τῇ *ΛΜ* πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα ἡ *ΝΞ*, καὶ ἔστω ἡ *ΝΞ* τῇ *ΕΖ* ἴση. τὸ ἄρα περὶ τὴν *ΛΜ* γραφόμενον τμῆμα καὶ ἐρχόμενον διὰ τοῦ *Ξ* μεῖζόν ἐστιν ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ *ΝΞ* μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν *ΛΝ*, *ΝΜ*. ἔστω τὸ *ΛΞΜ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΞΛ*, *ΞΜ*. ἡ ἄρα πρὸς τῷ *Ξ* γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν *ΛΞ*, *ΞΜ* εὐθειῶν ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ *Ε* σημείῳ τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τοῦ *Ε* καὶ τῶν *Γ*, *Δ*. συνεστάτω πρὸς τῇ *ΛΝ* εὐθείᾳ καὶ τῷ *Ν* σημείῳ τῇ ὑπὸ τῶν *ΗΖ*, *ΖΕ* ἴση ἡ ὑπὸ τῶν *ΛΝ*, *ΝΟ*, καὶ

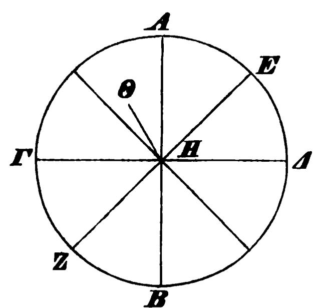
1. διαγομένων] δια in ras. est. 9. *ΝΑΒ*] να in ras., β corr. ex γ. 10. μγ'. 12. τῇ] corr. ex ἡ. 16. ἀπώτερον] ἀπότερον. δέ] postea additum. 18. γάρ] γὰρ οὖν, sed γὰρ deletum. 31. *ΛΝ*] λη in ras.

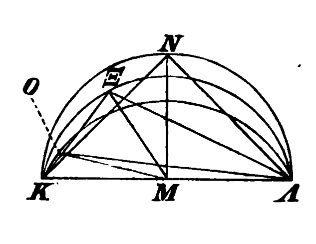
κείσθω ἴση τῇ ΕΖ ἡ ΝΟ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΛΟ, ΟΜ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΟΜ τρίγωνον τμῆμα τὸ ΛΟΜ. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνία ἴση τῇ πρὸς τῷ Ε τῇ ὑπὸ τῶν ΗΕΘ. ἔτι συνεστάτω πρὸς τῇ ΛΝ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ν τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖΕ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝ, ΝΠ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΝΠ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΛΠ, ΠΜ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΠΜ τρίγωνον τμῆμα κύκλου τὸ ΛΠΜ. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Π σημείῳ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ξ τῆς πρὸς τῷ Ο, ἀλλ' ἡ μὲν πρὸς τῷ Ξ σημείῳ ἴση τῇ ὑπὸ ΓΕΔ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ο τῇ ὑπὸ ΗΕΘ, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΓΔ τῆς ΗΘ. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΕΘ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ Π τῇ ὑπὸ ΑΕΒ, μείζων δ' ἡ πρὸς τῷ Ο τῆς πρὸς τῷ Π, μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΘ τῆς ὑπὸ ΑΕΒ. μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΗΘ τῆς ΑΒ. πασῶν ἄρα τῶν διὰ τοῦ Ζ διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΕΖ γωνίας μεγίστη μὲν ὀφθήσεται ἡ ΓΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΒ, διότι καὶ τῶν πρὸς τῷ Ε συνισταμένων γωνιῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΕΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, τῇ δὲ ὑπὸ ΗΕΘ ἄλλη μία μόνη ἴση συσταθήσεται ἀφαιρεθείσης ἴσης τῇ ΗΑ τῆς ΑΤ καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΤΖ καὶ ἐκβληθείσης ἐπὶ τὸ Σ, ἡ ὑπὸ ΤΕΣ. τοῦτο δὲ δῆλον ἀπὸ τῶν πρὸς τοῖς Ξ, Ο, Π γωνιῶν. καὶ γὰρ τούτων ἐλαχίστη μὲν ἡ Π, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΠΝΛ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΖΑ ἐλαχίστῃ γωνίᾳ, μεγίστη δὲ ἡ Ξ διὰ τὸ πρὸς ὀρθὰς εἶναι τὴν ΝΞ μεγίστην γινομένην τῶν διὰ τοῦ Ν διαγομένων εὐθειῶν ἐν τῷ ΛΞΜ τμήματι καὶ τὴν ἴσην αὐτῇ τιθεμένην ὑπερπίπτειν τὸ ΛΞΜ τμῆμα καὶ τὸ μὲν Ξ ἐσωτάτω πίπτειν τὸ δὲ Π ἐξωτάτω ἅτε μηδεμιᾶς ἐλάττονος γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ ΠΝΛ. τῆς δὲ ὑπὸ ΕΖΤ ἴσης οὔσης τῇ ὑπὸ ΕΖΗ, ὡς προδέδεικται, καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΣ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΖΘ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΟΝΜ. ὥστε ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΤΕΣ, ΗΕΘ τῇ πρὸς τῷ Ο ἴσαι εἰσίν. ἡ ἄρα ΗΘ τῇ ΤΣ ἴση φανήσεται. —

Ἔστω ἐλάττων ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ δὴ περὶ τὰς διαμέτρους τοὐναντίον· ἡ γὰρ πρότερον μείζων νῦν ἐλάσσων φανήσεται, ἡ δὲ ἐλάσσων μείζων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθάς, ἑτέρα δέ τις τυχοῦσα διήχθω ἡ ΕΖ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Θ, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα ἔστω ἡ ΗΘ ἐλάσσων οὖσα ἑκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου. καὶ κείσθω τῇ τοῦ κύκλου διαμέτρῳ ἴση ἡ ΚΛ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Μ, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Μ σημείου πρὸς ὀρθὰς ἡ ΜΝ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΜΝ τῇ ΘΗ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ν σημεῖον

2. τμῆμα] σχῆμα. 4. τῇ ΛΝ...γωνίᾳ] in ras. 7. τὸ ΛΠΜ] τὸ Λ in ras. sunt. 10. Ο] in ras. 13. τῆς] (prius) m. recens; τῇ m. 1, ut lin. 14. 26. Π] in ras. 27. ΠΝΛ] Λ in ras. est. 30. ΗΕΘ] in ras. 32. μδ'. ἐλάττων] in ras. 33. ἀλλὰ] ἔσται? (uacat spatium 10 litt.).

τμῆμα κύκλου τὸ $NK\Lambda$. ἔστι δὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ MN ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἔστω δὴ πρὸς τῷ N γωνία



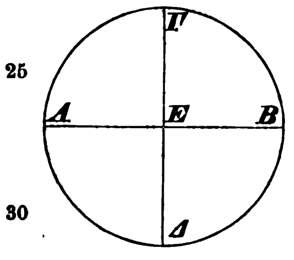


περιεχομένη ὑπὸ τῶν KN, ΛN ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν $EH\Theta$ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν $KM\Xi$, καὶ κείσθω τῇ $H\Theta$ ἴση ἡ $M\Xi$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν $K\Lambda$ καὶ τὸ Ξ σημεῖον τὸ $K\Xi\Lambda$ τμῆμα. ἔστιν ἄρα πρὸς τῷ Ξ σημείῳ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν $K\Xi\Lambda$ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν $Z\Theta E$. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν AH, $H\Theta$ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν KM, MO, καὶ κείσθω ἡ MO τῇ $H\Theta$ ἴση, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν $K\Lambda$ καὶ τὸ O τμῆμα. ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ O γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν $KO\Lambda$ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ γωνίᾳ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν $A\Theta B$. ἐπεὶ οὖν μείζων ἡ πρὸς τῷ O τῆς πρὸς τῷ Ξ, ἴση δὲ ἡ μὲν πρὸς τῷ O τῇ πρὸς τῷ Θ περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν $A\Theta B$, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ξ τῇ πρὸς τῷ Θ περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν $E\Theta Z$, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ AB τῆς EZ. πάλιν ἐπεὶ μείζων ἡ πρὸς τῷ Θ περιεχομένη ὑπὸ τῶν $E\Theta$, ΘZ τῆς πρὸς τῷ Θ περιεχομένης δὲ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Theta\Delta$, μείζων ἄρα ὀφθήσεται ἡ EZ τῆς $\Gamma\Delta$:∾.

λθ΄.

Τῶν ἁρμάτων οἱ τροχοὶ ποτὲ μὲν κυκλοειδεῖς φαίνονται ποτὲ δὲ παρεσπασμένοι.

ἔστω τροχὸς ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ διήχθωσαν διάμετροι αἱ BA, $\Gamma\Delta$ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ κείσθω ὄμμα μὴ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ ἢ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται· ὥστε ὁ τροχὸς κυκλοειδὴς φαίνεται. ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται, μία μὲν μεγίστη μία δὲ



2. ἔστω] scrib. ἔσται. τῷ] corr. ex τό. 3. ΛN] in ras. 5. $KM\Xi$] M in ras. est. 12. O] corr. ex β. 18. λθ΄] με΄. 25. ἢ ἴση — ἐπιπέδῳ lin. 29] om. 30. μήτε] in ras. 31. ἄνισοι] πᾶσαι.

ἐλαχίστη, πάσῃ δὲ ἄλλῃ μεταξὺ τῆς μεγίστης καὶ τῆς ἐλαχίστης διηγμένῃ ἄλλη μία μόνον ὀφθήσεται ἴση ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη διηγμένη· ὥστε ὁ τροχὸς παρεσπασμένος φαίνεται.

μ'.

Ἔστι τόπος, οὗ τοῦ ὄμματος μένοντος, τοῦ δὲ ὁρωμένου μεθισταμένου ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον φαίνεται.

ἔστω ὄμμα τὸ Α, ὁρώμενον δὲ μέγεθος τὸ ΒΓ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΒ, ΑΓ. καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΒΓ κύκλος ὁ ΑΒΓ. λέγω, ὅτι ἔστι τόπος, οὗ μένοντος μὲν τοῦ ὄμματος τοῦ δὲ ὁρωμένου μεγέθους μεθισταμένου ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον φαίνεται.

μεθιστάσθω γάρ, καὶ ἔστω † τὸ Δ, τῇ δὲ ΑΒ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΓΔ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΑΓ τῇ ΔΑΓ. καὶ γὰρ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν εἰσιν· ὥστε ἴσαι εἰσίν. ἴσον ἄρα φανήσεται τὸ ὁρώμενον.

τὸ αὐτὸ δὲ συμβήσεται, καὶ εἰ τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μένοι, τὸ δὲ ὁρώμενον ἐπὶ τῆς περιφερείας μεταβαίνοι.

μα'.

Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὄμματος μεθισταμένου τοῦ δὲ ὁρωμένου μένοντος ἀεὶ ἴσον τὸ ὁρώμενον φαίνεται.

ἔστω γὰρ ὁρώμενον μὲν τὸ ΒΓ, ὄμμα δὲ τὸ Ζ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΒ, ΖΓ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΒΖΓ τρίγωνον τμῆμά τι κύκλου τὸ ΒΖΓ, καὶ μετακείσθω τὸ Ζ ὄμμα ἐπὶ τὸ Δ, καὶ μεταπιπτέτωσαν αἱ ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ. οὐκοῦν ἴση ἡ Δ γωνία τῇ Ζ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσιν. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴσον ἄρα τὸ ΒΓ διὰ παντὸς φανεῖται τοῦ ὄμματος μεθισταμένου ἐπὶ τῆς ΒΔΓ περιφερείας.

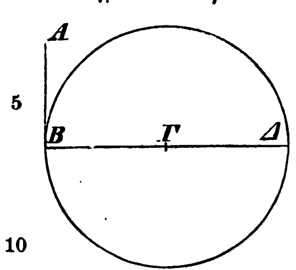
μβ'.

Ἐὰν μέγεθός τι πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τεθῇ δὲ τὸ ὄμμα ἐπί τι σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου καὶ μεθίστηται τὸ ὁρώμενον ἐπὶ κύκλου περιφερείας κέντρον ἔχοντος τὸ ὄμμα, ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται κατὰ παράλληλον θέσιν τῇ ἐξ ἀρχῆς μεταβαῖνον.

ἔστω ὁρώμενόν τι μέγεθος τὸ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ὂν τῷ ἐπιπέδῳ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ

4. μ'] μϛ'. 12. μεθιστάσθω] supra scriptum est τὸ βγ m. 2. 12—15] corruptum. 14. ΒΑ] α e corr. ΑΔ] e corr. 15. ΔΑΓ] in ras. 20. μα'] μζ'. 31. ΒΔΓ] γ e corr., supra β est ζ. 32. μβ'] μη'.

διαστήματι δὲ τῷ ΓΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθίστηται τὸ ΑΒ μέγεθος ἀπὸ τοῦ Γ ὄμματος, ἴσον ὀφθήσεται τὸ ΑΒ. καὶ γὰρ ἡ ΑΒ ὀρθή ἐστι καὶ ποιεῖ πρὸς τὴν ΒΓ γωνίαν, πᾶσαι δὲ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εὐθεῖαι ἴσας γωνίας ποιοῦσιν. ἴσον ἄρα τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται μέγεθος.

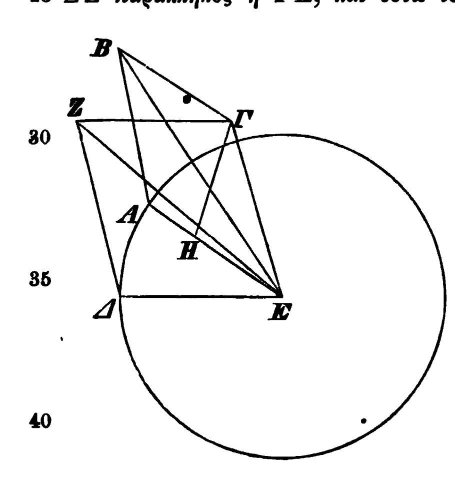


ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἀνασταθῇ εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὄμμα τεθῇ, καὶ μετακινῆται τὸ ὁρώμενον μέγεθος κατὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας παράλληλον ὂν τῇ εὐθείᾳ, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα, ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται.

μγ'.

Ἐὰν δὲ τὸ ὁρώμενον μὴ πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ μεθίστηται δὲ ἐπὶ κύκλου περιφερείας ἴσον ὂν τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ποτὲ μὲν ἴσον ἑαυτῷ ποτὲ δὲ ἄνισον ὀφθήσεται κατὰ παράλληλον θέσιν τῇ ἐξ ἀρχῆς μεταβαῖνον.

ἔστω κύκλος ὁ ΑΔ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐφεστάτω μὴ πρὸς ὀρθὰς τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἡ ΔΖ ἴση οὖσα τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε. λέγω, ὅτι ἡ ΔΖ, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθίστηται, ποτὲ ἴσον φανήσεται, ποτὲ μείζων, ποτὲ ἐλάσσων. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ Ε, ὅ ἐστι κέντρον, τῇ ΔΖ παράλληλος ἡ ΓΕ, καὶ ἔστω ἴση τῇ ΔΖ ἡ ΕΓ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΓΗ καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Η σημεῖον. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΗ ἐκβεβλήσθω καὶ συμβαλλέτω τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΓΕ παράλληλος ἡ ΑΒ, καὶ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΔΖ ἴση. λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ πασῶν τῶν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθισταμένων εὐθειῶν ἐλάσσων φανήσεται. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΕΔ, ΓΖ, ΓΒ, ΕΒ, ΖΕ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΕ τῇ ΑΒ παράλληλός ἐστι καὶ ἴση, καὶ ἡ ΕΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἴση τε καὶ παράλ-



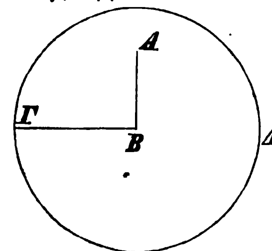
1. δὲ τῷ] m. 2; δὲ τὸ m. 1. 12. μετακινῆται] μετακινεῖται. 15. μγ'] μθ'. 23. ἴσον] ἴσων. 39. ΕΒ] supra.

ληλός ἐστιν. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $AEB\Gamma$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ παραλληλόγραμμόν ἐστι καὶ τὸ $E\Delta Z\Gamma$. λείπει δὲ δεῖξαι, ὅτι ἔλασσον φαίνεται τὸ αὐτὸ καὶ μεῖζον. φανερὸν δή, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓEA τῆς ὑπὸ $\Gamma E\Delta$, ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι πασῶν † τῶν διὰ τοῦ κέντρου διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν [ὀρθὴν] γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓEA. ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ τῆς ὑπὸ $\Gamma E\Delta$. καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΓEA ἡμίσεια ἡ ὑπὸ $BE\Gamma$· παραλληλόγραμμον γὰρ ἰσόπλευρον τὸ BE· τῆς δὲ ὑπὸ $\Gamma E\Delta$ ἡ ὑπὸ $ZE\Delta$· παραλληλόγραμμον γὰρ ἰσόπλευρον καὶ τὸ ZE. καὶ ἡ ὑπὸ BEA ἄρα ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ZE\Delta$. ὥστε καὶ τὸ AB μέγεθος τοῦ ΔZ μεγέθους ἔλαττον ὀφθήσεται. καὶ φανερὸν ἐκ τοῦ προδεδειγμένου λήμματος, ὅτι ἐλάχιστον μὲν ὀφθήσεται πρὸς τῷ A, μέγιστον δὲ πρὸς τῷ κατὰ διάμετρον τῷ A σημείῳ, ἴσον δὲ τὸ ἴσον ἀπέχον ἐφ' ἑκάτερα τοῦ A σημείου.

μδ'.

Ἐὰν δὲ τὸ ὁρώμενον πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθίστηται δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ κύκλου περιφερείας κέντρον ἔχοντος τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλει τὸ μέγεθος τῷ ἐπιπέδῳ, ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον φανήσεται.

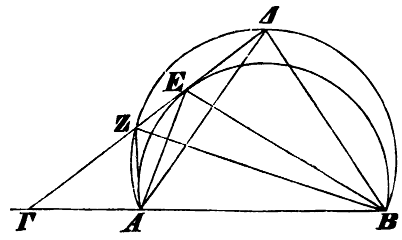
ἔστω ὁρώμενον μέγεθος τὸ AB πρὸς ὀρθὰς τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ B διαστήματι δὲ τῷ $B\Gamma$ κύκλος γεγράφθω ὁ $\Gamma\Delta$. λέγω, ὅτι, ἐὰν μεθίστηται τὸ Γ ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἴσον ἀεὶ τὸ AB φανήσεται. τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν. πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου πρὸς τὸ AB προσπίπτουσαι ἀκτῖνες πρὸς ἴσας γωνίας προσπίπτουσιν, ἐπειδήπερ ἡ πρὸς τῷ B γωνία ὀρθή ἐστιν. ἴσον ἄρα τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται.



με'.

Τοῦ ὁρωμένου μένοντος τοῦ δὲ ὄμματος μεθισταμένου κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν πλαγίαν πρὸς τὸ ὁρώμενον μέγεθος οὖσαν ποτὲ μὲν ἴσον ποτὲ δὲ ἄνισον τὸ ὁρώμενον φαίνεται.

ἔστω ὁρώμενον μὲν τὸ AB, [ὄμμα δὲ τὸ E] εὐθεῖα δὲ πλαγία ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ BA ἐπ' εὐθείας ἡ ΓA καὶ συμβαλλέτω τῇ $\Delta\Gamma$ κατὰ τὸ Γ, καὶ μεθιστάσθω ἐπ' αὐτῆς τὸ ὄμμα. λέγω, ὅτι ποτὲ μὲν ἴσον ποτὲ δὲ

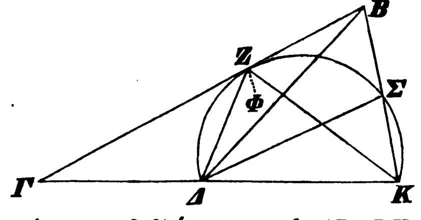


2. τὸ $E\Delta Z\Gamma$] mg. m. 2. ὅτι] mg. m. 2. 4. ἐπεί] sequitur ras. 2 litt. 7. ΓEA] A in ras. $BE\Gamma$] BEA? 14. μδ'] ν'. 17. ὅ] in ras. 29. με'] να'.

ἄνισον φαίνεται τὸ AB. εἰλήφθω γὰρ τῶν $B\Gamma$, ΓA μέση ἀνάλογον ἡ ΓE, καὶ ἔστω ὄμμα τὸ E καὶ μετακεκινήσθω καὶ ἔστω ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κατὰ τὸ Δ. λέγω, ὅτι το ὑπὸ τῶν E, Δ ὁρώμενον ἄνισον φαίνεται. ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ AE, EB, $A\Delta$, $B\Delta$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ AEB τρίγωνον τμῆμα τὸ AEB, καὶ κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, ΔB γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΓA, AZ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BZ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ B, A, Z, Δ σημεῖα. ἐπεὶ οὖν μείζων γωνία ἡ ὑπὸ AEB τῆς ὑπὸ AZB, ἡ δὲ ὑπὸ AZB τῇ ὑπὸ τῶν $A\Delta$, ΔB ἴση ἐστίν, ἐπειδήπερ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματί ἐστιν, καὶ ἡ ὑπὸ AEB ἄρα τῆς ὑπὸ $A\Delta B$ μείζων ἐστίν. ἀλλ' ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ $A\Delta B$ τὸ AB βλέπεται τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ AEB τὸ αὐτὸ τὸ AB βλέπεται τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ E ὄντος. ἄνισον ἄρα τὸ ὁρώμενον φαίνεται ἐπὶ τῆς $E\Delta$ εὐθείας τοῦ ὄμματος μεθισταμένου. φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς $E\Gamma$ μεθισταμένου τοῦ ὄμματος ἄνισον τὸ ὁρώμενον φαίνεται καὶ μέγιστον μὲν κατὰ τὴν πρὸς τῷ E θέσιν, μεῖζον δὲ ἀεὶ κατὰ τὴν ἐγγύτερον αὐτοῦ ἐφ' ὁποτερασοῦν τῶν $E\Delta$, $E\Gamma$ εὐθειῶν, ἴσον δὲ κατὰ τὰ Z καὶ Δ καὶ τὰ ὁμοίως αὐτοῖς λαμβανόμενα διὰ τὸ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι εἶναι τὰς γωνίας.

ἄλλως.

Ἔστω γὰρ ὁρώμενον τὸ $K\Delta$, εὐθεῖα δὲ ἡ $B\Gamma$ συμπίπτουσα τῇ $K\Delta$ προσεκβαλλομένῃ. εἰλήφθω τῆς $\Gamma\Delta$ καὶ τῆς ΓK μέση ἀνάλογον ἡ ΓZ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ZK καὶ ἡ $Z\Delta$, περὶ δὲ τὴν $K\Delta$ τμῆμα γεγράφθω, ὃ δέχεται τὴν ὑπὸ τῶν $KZ\Delta$. ἐφάψεται δὴ τῆς $B\Gamma$ εὐθείας, ἐπειδήπερ ὡς ἡ $K\Gamma$ πρὸς τὴν ΓZ, οὕτως ἡ ΓZ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$. κείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ B σημείου, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν αἱ ΔB, BK. ἐπεζεύχθω δὲ ἡ $\Sigma\Delta$. οὐκοῦν ἴση ἡ Φ γωνία τῇ Σ γωνίᾳ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσιν. καί ἐστιν ἡ Σ τῆς B γωνίας μείζων. καὶ ἡ Φ ἄρα γωνία τῆς B μείζων ἐστίν. τοῦ ἄρα ὄμματος ἐπὶ τοῦ Z ὄντος μεῖζον φαίνεται τὸ $K\Delta$ ἤπερ ἐπὶ τοῦ B.

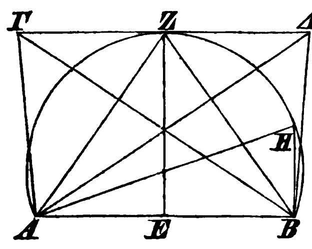


μϛ'.

Τὸ δ' αὐτὸ συμβήσεται, κἂν παράλληλος ᾖ ἡ εὐθεῖα γραμμὴ τῷ ὁρωμένῳ μεγέθει.

1. Post γάρ ras. 2 u. 3 litt. 7. ἡ BZ] in ras.; sequitur ras. 2 litt. 11. τὸ AB] om. 12. ὑπὸ δὲ τῆς] bis. 17. ὁποτερασοῦν] -ασ- in ras. 21. νβ' additur. 25. δέχεται] συνέχεται. τήν] om. 26. τῶν] τοῦ. δή] in ras. 28. $K\Gamma$] Γ in ras. 29. ΓZ] in ras. $\Gamma\Delta$] in ras. 33. B] (prius) post ras. 1 litt. 36. μϛ'] νγ'.

ἔστω ὁρώμενον μέγεθος τὸ AB καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ EZ, ἐφ' ἧς ὄμμα κείσθω τὸ Z, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ZA, ZB, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ AZB τρίγωνον τμῆμα τὸ AZB, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Z τῇ AB παράλληλος ἡ $Z\Delta$, καὶ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τὸ Δ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ $A\Delta$, ΔB. λέγω, ὅτι ἀπὸ τῶν Δ, Z ἄνισα φανήσεται. ἐπεζεύχθω ἡ AH. ἐπεὶ οὖν ἴση γωνία ἡ ὑπὸ AZB τῇ ὑπὸ AHB, ἀλλ' ἡ ὑπὸ AHB τῆς ὑπὸ $A\Delta B$ μείζων ἐστίν, καὶ ἡ ὑπὸ AZB ἄρα τῆς ὑπὸ $A\Delta B$ μείζων ἐστίν. καὶ ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ AZB τὸ AB βλέπεται τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Z ὄντος, ὁμοίως δὲ καὶ ὑπὸ τῆς $A\Delta B$ ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος. ἄνισον ἄρα τὸ ὁρώμενον φαίνεται ἀπὸ τῶν Δ, Z.

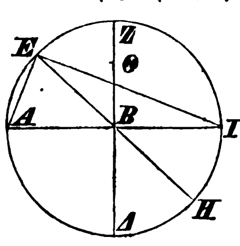


καὶ ἐὰν τεθῇ ἴση τῇ ΔZ ἡ $Z\Gamma$, ἔλαττον μὲν καὶ ἀπὸ τοῦ Γ φαίνεται ἤπερ ἀπὸ τοῦ Z, ἀπὸ δὲ τῶν Γ, Δ ἴσον.

μζ'.

Εἰσὶ τόποι, ἐφ' οὓς τοῦ ὄμματος μετατιθεμένου τὰ ἴσα μεγέθη καὶ κοινῶς ἀπολαβόντα τόπους τινὰς ποτὲ μὲν ἴσα ποτὲ δὲ ἄνισα φαίνεται.

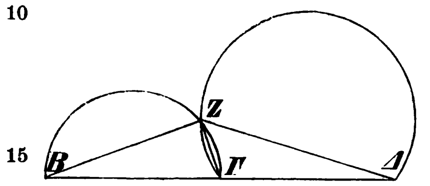
ἔστω ὄμμα μὲν τὸ Θ, μεγέθη δὲ τὰ AB, $B\Gamma$, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ B πρὸς ὀρθὰς ἡ BZ, καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Δ. φανερὸν δή, ὅτι καθ' ὁποιονοῦν τῆς $Z\Delta$ μέρος ἂν τεθῇ τὸ ὄμμα, τὰ AB, $\Gamma\Delta$ ἴσα φανήσεται. μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω τὸ E. λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ E ἄνισα φαίνεται. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AE, EB, $E\Gamma$, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ $A\Gamma E$ τρίγωνον ὁ $AE\Delta\Gamma$ κύκλος, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ EB ἡ BH. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $A\Delta$ περιφέρεια τῇ $\Delta\Gamma$ περιφερείᾳ, μείζων δὲ ἡ $A\Delta H$ περιφέρεια τῆς $H\Gamma$ περιφερείας, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ AB τῆς $B\Gamma$. κἂν μεταβαίνῃ δὲ ἐπὶ τῆς EH, ἄνισα ὁμοίως φανήσεται, καὶ ἐπὶ τῶν τοῦ κύκλου μερῶν χωρὶς τῆς πρὸς ὀρθὰς ἐὰν τεθῇ, ἄνισα φαίνεται, καὶ ἐὰν ἐκτὸς τοῦ κύκλου τεθῇ μὴ ἐπ' εὐθείας ὂν τῇ ΔZ, ἄνισα φαίνεται.



4. τμῆμα] in mg. add. κύκλου m. 2. 9. AH] in ras. 16. ἀπό] ὑπό. 19. μζ'] νδ'. 23. Θ] m. 2. τά] τό. AB, $B\Gamma$] in ras. 24. BZ] B e corr. ἐπὶ τὸ Δ] corr. ex ἀπὸ τοῦ Z. 25. ἄν] ἐάν.

ἄλλως.

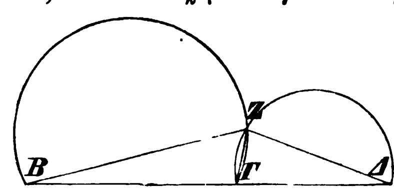
Ἔστω γὰρ ἴση ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΖΓ, περὶ δὲ τὴν ΓΔ μεῖζον ἡμικυκλίου τὸ ΓΖΔ. καὶ φανερόν, ὅτι τεμεῖ τὸ προειρημένον ἡμικύκλιον. δυνατὸν δέ ἐστιν ἐπὶ τῆς ΓΔ γράψαι τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου· ἐὰν γὰρ ὑποθώμεθα ὀξεῖάν τινα γωνίαν, δυνατὸν ἡμῖν ἐστιν ἐπὶ τῆς ΓΔ γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑποκειμένῃ ὀξείᾳ γωνίᾳ, ὡς ἀπὸ τοῦ λγʹ τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἔσται τὸ συνιστάμενον ἐπʼ αὐτῆς μεῖζον ἡμικυκλίου, ὡς ἀπὸ τοῦ λαʹ τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων. καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΒΖ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ἐν τῷ μείζονι τμήματι· τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται. μείζων ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ φαίνεται· ἦν δὲ καὶ ἴση. ἔστιν ἄρα τόπος κοινός, ἐν ᾧ τὸ ὄμμα ἐὰν τεθῇ, ἄνισα φαίνεται τὰ ἴσα. ἴσα δὲ φανήσεται, ἐπειδὰν ἐπὶ τῶν ἐξ ἀρχῆς σημείων ᾖ † τῶν ἐπὶ τῶν ΒΓ, ΓΔ μειζόνων ἡμικυκλίων.



μηʹ.

Ἔστι τις τόπος κοινός, ἀφʼ οὗ τὰ ἄνισα μεγέθη ἴσα φαίνεται.

ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ μεῖζον ἡμικυκλίου τμῆμα γεγράφθω, περὶ δὲ τὴν ΓΔ ὅμοιον τῷ περὶ τὴν ΒΓ, τουτέστι δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ἐν τῷ ΒΓΖ. τεμοῦσιν ἄρα ἄλληλα τὰ τμήματα. τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐν τοῖς ὁμοίοις τμήμασι γωνίαι ἀλλήλαις, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐν τοῖς ΒΖΓ, ΓΖΔ τμήμασι γωνίαι ἀλλήλαις. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. τοῦ ἄρα ὄμματος τιθεμένου ἐπὶ τοῦ Ζ σημείου ἴση ἂν φαίνοιτο ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ· ἔστι δὲ μείζων. ἔστιν ἄρα τόπος κοινός, ἀφʼ οὗ τὰ ἄνισα μεγέθη ἴσα φαίνεται.

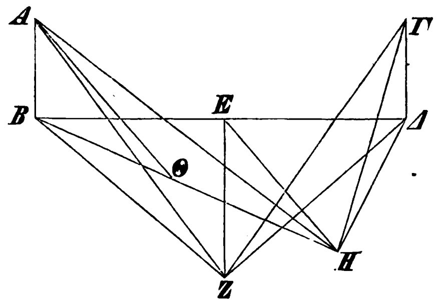


μθʹ.

Εἰσὶ τόποι, ἐφʼ οὓς τοῦ ὄμματος μετατιθεμένου τὰ ἴσα μεγέθη καὶ πρὸς ὀρθὰς ὄντα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ποτὲ μὲν ἴσα ποτὲ δὲ ἄνισα φαίνεται.

1. ἄλλως] νεʹ. 7. λγʹ] in ras. 9. λαʹ] λγʹ in ras. 10. ΖΓ, ΖΔ] Γ, Ζ in ras. sunt. 20. μηʹ] νϛʹ. 22. μεῖζον] m. 2; μείζων m. 1. 29. αἱ] supra. 30. ΒΖΓ] in ras. 35. μθʹ] νζʹ. 37. ἐπιπέδῳ] sequitur: λέγω ὅτι ἔστι τις τόπος, sed deleta; cfr. p. 123, 2.

ἔστω μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ὄντα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ. λέγω, ὅτι ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὄμματος τεθέντος τὰ ΑΒ, ΓΔ ἴσα φαίνεται. ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Δ ἡ ΒΔ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς ὀρθὰς τῇ ΔΒ ἡ ΕΖ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς ΕΖ τὸ ὄμμα τεθῇ, τὰ ΑΒ, ΓΔ ἴσα φανήσεται. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΕΖ τὸ ὄμμα, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΖ, ΖΒ, ΖΕ, ΖΔ, ΖΓ. ἴση δὴ εὐθεῖα ἡ ΖΒ τῇ ΖΔ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ὑπόκειται ἴση. δύο ἄρα [ἴσαι] αἱ ΑΒ, ΒΖ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΔΖ ἴσαι εἰσί· καὶ περιέχουσιν ὀρθὰς γωνίας· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΓΖ, καὶ τῶν πρὸς ταῖς βάσεσι κειμένων γωνιῶν ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΖΑ τῇ ὑπὸ ΔΖΓ. τὰ ΑΒ, ΓΔ ἄρα ἴσα ὀφθήσεται.

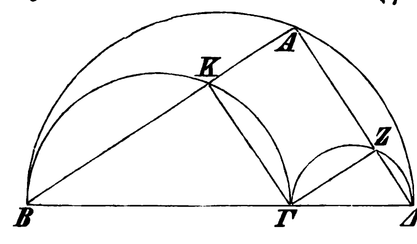


λέγω δή, ὅτι καὶ ἄνισα ὀφθήσεται.

μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΕ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΗΒ, ΗΑ, ΗΓ, ΗΔ. μείζων ἄρα ἡ ΗΒ τῆς ΗΔ. ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΗΒ τῇ ΗΔ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ. ἴση ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ τῇ ὑπὸ ΓΗΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΘΑ τῆς ὑπὸ ΒΗΑ μείζων ἐστίν, ἡ ἐκτὸς τῆς ἐντός· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΔ ἄρα τῆς ὑπὸ ΒΗΑ ἐστι μείζων. μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ.

ν'.

Εἰσὶ τόποι τινές, ἐν οἷς τοῦ ὄμματος τεθέντος τὰ ἄνισα μεγέθη εἰς τὸ αὐτὸ συντεθέντα ἴσα ἑκατέρῳ τῶν ἀνίσων φανήσεται.



ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ καὶ περὶ τὰς ΒΓ, ΓΔ ἡμικύκλια γεγράφθωσαν καὶ περὶ ὅλην τὴν ΒΓ. οὐκοῦν ἴση ἡ ἐν τῷ ΒΑΔ ἡμικυκλίῳ γωνία τῇ ἐν τῷ ΒΚΓ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα αὐτῶν. ἴση ἄρα φαίνεται ἡ ΒΓ τῇ ΒΔ· ὡσαύ-

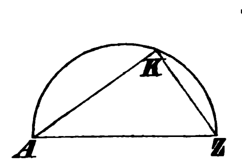
4. Ε] supra m. 2. 12. δὴ εὐθεῖα] in ras. 16. ὀρθάς] scrib. ἴσας, nisi potius lacuna statuenda. Lin. 16—18 ita scribuntur: ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΖΑ τῇ ὑπὸ ΔΖΓ ἡ ΑΖ τῇ ΓΖ καὶ τῶν πρὸς ταῖς βάσεσι κειμένων γωνιῶν (deleta omnia) ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι (mg. m. 2) πλευραὶ ὑποτείνουσι κώνου σχῆμα (deleta); mg. m. 2: γρ. αἱ πλευραὶ ὑποτείνουσιν. 21. δή] δέ. 28. ν'] νη'. 31. τάς] corr. ex τῆς. 35. τῇ] corr. ex τήν.

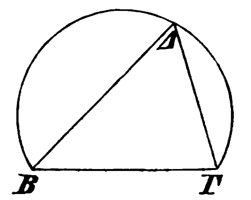
τως δὲ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΓΔ τῶν ὀμμάτων ἐπὶ τῶν ΒΑΔ, ΓΖΔ ἡμικυκλίων κειμένων. εἰσί τινες ἄρα τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεγέθη δύο εἰς ταὐτὸ συντεθέντα ἴσα ἑκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται.

να'.

Εὑρεῖν τόπους, ἀφ' ὧν τὸ ἴσον μέγεθος ἥμισυ φανεῖται ἢ τέταρτον μέρος ἢ καθόλου ἐν τῷ λόγῳ, ἐν ᾧ καὶ ἡ γωνία τέμνεται.

ἔστω ἴσον [τῷ ΒΓ] τὸ ΑΖ, καὶ περὶ τὴν ΑΖ γεγράφθω ἡμικύκλιον, καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ὀρθὴ γωνία ἡ Κ· τῇ δὲ ΑΖ ἴση





ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ περὶ τὴν ΒΓ περιγεγράφθω τμῆμα, ὃ δέξεται τῆς πρὸς τῷ Κ γωνίας ἡμίσειαν. οὐκοῦν ἡ Κ γωνία διπλασία ἐστὶ τῆς Δ γωνίας. διπλασία ἄρα φαίνεται ἡ ΑΖ τῆς ΒΓ, τῶν ὀμμάτων ἐπὶ τῶν ΑΚΖ, ΒΔΓ περιφερειῶν κειμένων.

νβ'.

Ἔστω ὁρώμενόν τι μέγεθος τὸ ΑΒ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒ ἔχει τόπους, ἐν οἷς τοῦ ὄμματας τεθέντος τὸ αὐτὸ ποτὲ ἥμισυ ποτὲ ὅλον ποτὲ τέταρτον φαίνεται καὶ καθόλου ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΒ κύκλος ὁ ΑΕΒ ὥστε τὴν ΑΒ μὴ εἶναι διάμετρον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Γ, ἐφ' οὗ κείσθω τὸ ὄμμα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΓΒ. ὑπὸ τῆς ΑΓΒ ἄρα τὸ ΑΒ βλέπεται. κείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, καὶ ἔστω τὸ Ε, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΑ, ΕΒ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΕΒ ἐστι διπλῆ, τὸ ΑΒ ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ διπλάσιον ὁρᾶται τοῦ ἀπὸ τοῦ Ε. ὁμοίως καὶ τέταρτον μέρος ὀφθήσεται, ἐὰν ἡ γωνία τῆς γωνίας ᾖ τετραπλῆ καὶ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

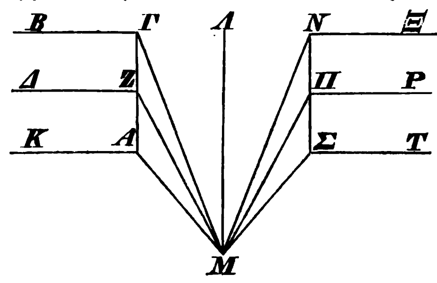
νγ'.

Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων καὶ ἐπὶ μιᾶς πρὸς ὀρθὰς αὐτοῖς οὔσης εὐθείας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πέρατα ἐχόντων προσιόντων μὲν

3. ἑκατέρῳ] ἑκατέρων. 4. να'] νθ'. 7. τῷ ΒΓ] supra m. 2. ἡμικύκλιον] sequitur: ἐν ᾧ ἐγγεγράφθω τμῆμα τυχόν, sed deletum. 10. Κ (alt.)] sequitur ras. 1 litterae. 11. Δ] in ras. 13. νβ'] ξ'. 21. ΑΓΒ] in ras., ut lin. 24. 29. νγ'] ξα'.

πρὸς τὴν ἀγομένην διὰ τοῦ ὄμματος παράλληλον τῇ εἰρημένῃ εὐθείᾳ τὸ πορρώτερον τοῦ ὄμματος τοῦ ἐγγύτερον προηγεῖσθαι δόξει, παραλλαξάντων δὲ τὸ μὲν προηγούμενον ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ἐπακολουθοῦν προηγεῖσθαι.

φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ ΒΓ, ΔΖ, ΚΑ ἐπὶ μιᾶς πρὸς ὀρθὰς αὐτοῖς οὔσης εὐθείας τῆς ΓΑ τὰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πέρατα ἔχοντα τὰ Γ, Ζ, Α, καὶ ἀπὸ τοῦ Μ ὄμματος παράλληλος ἤχθω τῇ ΓΑ ἡ ΜΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΓ, ΜΖ, ΜΑ. οὐκοῦν προηγούμενον μὲν δοκεῖ τὸ ΒΓ, ἐπακολουθοῦν δὲ τὸ ΚΑ διὰ τὸ καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὄμματος προσπιπτουσῶν ἀκτίνων τὴν ΜΓ ἐπὶ τὸ Γ παρῆχθαι δοκεῖν μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων.



τὸ ἄρα ΜΓ προηγεῖσθαι δόξει προσιόντων, ὡς εἴρηται. παραλλαξάντων δὲ τῶν ΒΓ, ΔΖ, ΚΑ καὶ ὡς τῶν ΝΞ, ΠΡ, ΣΤ γενομένων προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΜΝ, ΜΠ, ΜΣ. οὐκοῦν τὸ ΝΞ παρῆχθαι δοκεῖ ἐπὶ τὸ Ν διὰ τὸ καὶ τὴν ΜΝ ἀκτῖνα παρῆχθαι ἐπὶ τὸ Ν μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων· τὸ ἄρα ΣΤ ἐπὶ τὸ Τ παρῆκται διὰ τὸ καὶ τὴν ΜΣ παρῆχθαι ὡς ἐπὶ τὸ Τ μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων. τὸ μὲν ἄρα ΒΓ προηγούμενον ἐπὶ τοῦ ΝΞ γενόμενον δόξει ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ΑΚ ἐπακολουθοῦν ἐπὶ τοῦ ΣΤ γενόμενον δόξει προηγεῖσθαι.

νδʹ.

Ἐάν τινων φερομένων πλειόνων ἀνίσῳ τάχει συμπαραφέρηται ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ὄμμα, τὰ μὲν τῷ ὄμματι ἰσοταχῶς φερόμενα δόξει ἑστάναι, τὰ δὲ βραδύτερον εἰς τοὐναντίον φέρεσθαι, τὰ δὲ θᾶττον εἰς τὰ προηγούμενα.

φερέσθω γὰρ ἀνίσῳ τάχει τὰ Β, Γ, Δ, καὶ βραδύτατα μὲν φερέσθω τὸ Β, τὸ δὲ Γ ἰσοταχῶς τῷ Κ ὄμματι, τὸ δὲ Δ θᾶττον τοῦ Γ. ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ὄμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ. οὐκοῦν τῷ ὄμματι παραφερόμενον τὸ Γ ἑστάναι δόξει, τὸ δὲ Β ὑπολειπόμενον εἰς τοὐναντίον φέρεσθαι, τὸ δὲ Δ, ὃ θᾶττον ὑπόκειται τούτων φέρεσθαι, φέρεσθαι δόξει εἰς τοὔμπροσθεν· πλεῖον γὰρ ἀπὸ τούτων ἀποστήσεται.

5. *ΚΑ*] supra. 5: *ἐπὶ μιᾶς* — 7: *Γ, Ζ, Α*] mg. m. 2. 6. *ἔχοντα*] *ἐχόντων*. 7. *παράλληλος* — 8: *ΜΑ*] postea additum. 8. *καί*] in ras. *ἐπεζεύχθωσαν*] *ἐπεζεύχθω* in ras. *αἵ*] *ἡ*. 10. *ὄμματος*] sequitur: *τοῦ δὲ ὄμματος ἀκτίνων προσπιπτουσῶν τῶν φερομένων ἡ ΜΓ τὸ ἄρα παραλλαξάντων τῶν ΒΓ, ΔΖ, ΚΑ*, sed deletum; deinde lacuna. *προσπιπτουσῶν* — 16: *γενομένων*] mg., in textu *γινομένων* post lacunam. 26. *νδʹ*] *ξβʹ*. 27. *συμπαραφέρηται*] *σύμπαραφέρεται*. 35. *τῷ*] corr. ex *τό*; fort. *τὸ τῷ*. 37. *φέρεσθαι*] om.

νε'.

Ἐάν τινων φερομένων διαφαίνηταί τι μὴ φερόμενον, δόξει τὸ μὴ φερόμενον εἰς τὰ ὄπισθεν φέρεσθαι.

φερέσθω γὰρ τὰ Β, Δ, μενέτω δὲ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ ὄμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν τὸ μὲν Β φερόμενον ἔγγιον ἔσται τοῦ Γ, τὸ δὲ Δ ἀποχωροῦν πορρώτερον· εἰς τοὐναντίον ἄρα φέρεσθαι δόξει τὸ Γ.

νς'.

Τοῦ ὄμματος ἔγγιον τοῦ ὁρωμένου προσιόντος δόξει τὸ ὁρώμενον ηὐξῆσθαι.

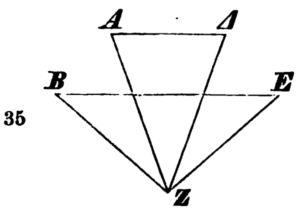
ὁράσθω γὰρ τὸ ΒΓ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Ζ κειμένου ὑπὸ τῶν ΖΒ, ΖΓ ἀκτίνων, καὶ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἔγγιον τοῦ ΒΓ, καὶ ἔστω ἐπὶ τοῦ Δ, καὶ ὁράσθω τὸ αὐτὸ ὑπὸ τῶν ΔΒ, ΔΓ ἀκτίνων. οὐκοῦν μείζων ἡ Δ γωνία τῆς Ζ γωνίας· τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται. δόξει ἄρα ηὐξῆσθαι τὸ ΒΓ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος ἤπερ ἐπὶ τοῦ Ζ : ∾ ἑξῆς.

νζ'.

Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι.

φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ Β, Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ὄμματος ἀκτῖνες ἤχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΔ, ΑΖ. οὐκοῦν τὸ Β μείζονας ἔχει τὰς ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἀκτῖνας ἠγμένας ἤπερ τὸ Κ. μεῖζον ἄρα διάστημα διελεύσεται καὶ ὕστερον παραλλάσσον τὴν ΑΖ ὄψιν δόξει βραδύτερον φέρεσθαι.

ἄλλως.



φερέσθω γὰρ δύο σημεῖα τὰ Α, Β ἐπὶ παραλλήλων εὐθειῶν, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ζ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΕ, ΖΔ. λέγω, ὅτι τὸ πόρρω τὸ Α δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι τοῦ Β. ἐπεὶ γὰρ αἱ ΑΖ, ΖΔ τῶν ΖΒ, ΖΕ ἐλάσσονα γωνίαν περιέχουσι, μεῖζον ἄρα τὸ ΒΕ τοῦ ΑΔ βλέπεται. ἐὰν ἄρα τὴν ΖΕ ἀκτῖνα προσεκβάλωμεν ἐπ' εὐθείας, ὅτι ἐπὶ τῶν ἰσοταχῶς φερομένων τὸ μὲν Β

1. νε'] ξγ'. 3. εἰς τὰ ὄπισθεν] supra; erat εἰς τοὔμπροσθεν. 6. ἔγγιον] corr. ex ἔγγειον, ut lin. 10, 14. 9. νς'] ξδ'. 20. νζ'] ξε'. 25. μείζονας] ς add. m. 2. 27. παραλλάσσον] παραλλασον. 30. ξς' additur. 36. βλέπεται] λείπεται.

ἐπὶ τῆς ΖΕ ἀκτῖνος ε † κωλυθὲν ὑστερεῖ ἄρα τῶν ἰσοταχῶς φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι.

ἄλλως.

φερέσθω δύο σημεῖα τὰ Α, Β ἐπὶ παραλλήλων εὐθειῶν τῶν ΑΔ, ΒΕ ὁμαλῶς. τὰς ἴσας ἄρα ἐν ἴσῳ χρόνῳ διελεύσονται. ἔστωσαν οὖν ἴσαι αἱ ΑΔ, ΒΕ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες ἀπὸ τοῦ Ζ ὄμματος αἱ ΖΑ, ΖΔ, ΖΕ. ἐπεὶ οὖν ἐλάττων ἡ ὑπὸ ΑΖΔ τῆς ὑπὸ ΒΖΕ γωνίας, ἔλαττον ἄρα τὸ ΑΔ διάστημα τοῦ ΒΕ φανήσεται. ὥστε δόξει τὸ Α βραδύτερον φέρεσθαι.

νη'.

Τοῦ ὄμματος μένοντος τῶν δὲ ὄψεων παραφερομένων τὰ πόρρω τῶν ὁρωμένων καταλείπεσθαι δόξει.

ἔστω ὁρώμενα τὰ Α, Γ ἐπὶ εὐθειῶν ὄντα τῶν ΑΒ, ΓΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΓ, ΕΔ, ΕΑ [ΕΒ]. λέγω, ὅτι τὸ πρὸς τῷ Α καταλείπεσθαι δόξει. προσεκβεβλήσθω ἡ ΕΔ, ἄχρις οὗ συμβαλεῖ τῇ ΑΒ, καὶ ἔστω ἡ ΕΒ. ἐπεὶ οὖν μείζων γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ τῆς ὑπὸ ΑΕΒ, μεῖζον ἄρα τὸ ΓΔ διάστημα τοῦ ΑΒ φαίνεται. ὥστε τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Ε μένοντος αἱ ὄψεις ὡς ἐπὶ τὰ Α, Γ μέρη παραφερόμεναι θᾶττον παραλλάξουσι τὸ Α ἤπερ το Γ. ὑπολείπεσθαι ἄρα δόξει τὸ ΑΒ.

νθ'.

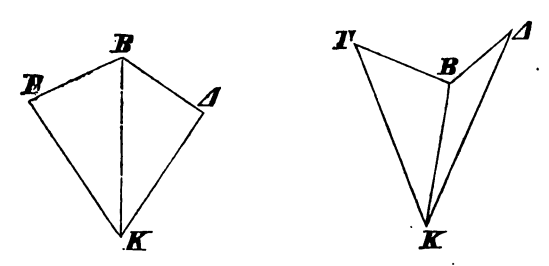
Τὰ αὐξανόμενα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι.

ἔστω ὁρώμενον μέγεθος τὸ ΑΒ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΓΑ, ΓΒ. καὶ ηὐξήσθω τὸ ΒΑ καὶ ἔστω τὸ ΒΔ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΓΔ. ἐπεὶ οὖν μείζων γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ, μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ ΒΔ τοῦ ΒΑ. τὰ δὲ μείζονα ἑαυτῶν οἰόμενα ἐπαυξάνεσθαι δοκοῦσι, καὶ τὰ ἔγγιον τοῦ ὄμματος ἐλάττονα φαίνεται. τὰ ἄρα αὐξόμενα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι.

1. Post ε lacuna 1/3 lin. 3. ξζ' additur. 8. ΖΕ] ΖΕ γωνίας, sed γωνίας deletum. 12. νη'] ξη'. 13. παραφερομένων] -ερ- in ras. 15. Γ] in ras. εὐθειῶν] παραλλήλων εὐθειῶν? 17. ΕΒ] supra. 18. τῷ] τό. 19. συμβαλεῖ] συμβαλ^ una littera erasa. τῇ] e corr. ΑΒ] Β e corr. 26. νθ'] ξθ'. 30. ΒΔ] Δ corr. 34. δοκοῦσι] σι post lacunam. ἔγγιον] ι in ras. 35. ἐλάττονα] scrib. μείζονα; u. prop. 5.

ξ'.

Ὅσα ἐπὶ τῷ αὐτῷ διαστήματι κεῖται τῶν ἄκρων μὴ ἐπ' εὐθείας τῷ μέσῳ ὄντων, τὸ ὅλον σχῆμα ὁτὲ μὲν κοῖλον ὁτὲ δὲ κυρτὸν ποιεῖ. ὁράσθω γὰρ τὰ ΓΒΔ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τοῦ Κ κειμένου, καὶ

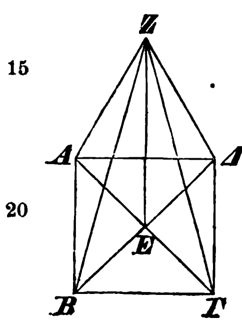


προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΓ, ΚΒ, ΚΔ. οὐκοῦν τὸ ὅλον σχῆμα κοῖλον δόξει εἶναι. μετακινείσθω δὴ πάλιν τὸ ἐν τῷ μέσῳ ὁρώμενον, καὶ ἔγγιον κείσθω τοῦ ὄμματος. οὐκοῦν τὸ ΔΒΓ δόξει κυρτὸν εἶναι.

ξα'.

Ἐὰν τετραγώνου ἀπὸ τῆς συναφῆς τῶν διαμέτρων πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὄμμα τεθῇ, αἱ πλευραὶ τοῦ τετραγώνου ἴσαι φανοῦνται, καὶ αἱ διάμετροι δὲ ἴσαι φανήσονται.

ἔστω τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἤχθωσαν αὐτοῦ διαγώνιοι αἱ ΔΒ, ΓΑ, καὶ ἀνήχθω πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ Ε τῷ ἐπιπέδῳ μετέωρος εὐθεῖα ἡ ΕΖ, ἐφ' ἧς ὄμμα κείσθω τὸ Ζ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΔ, ΖΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, καὶ αἱ γωνίαι ὀρθαί, βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τῶν πρὸς ταῖς βάσεσι γωνιῶν ἐκεῖναι ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΓ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ ΕΓ τῇ ΕΔ. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση ἐστίν. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν ΓΖ τῇ ΖΒ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΑΖ τῇ ΖΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, αἱ τρεῖς ἄρα ταῖς τρισὶν ἴσαι εἰσί, καὶ γωνία γωνίᾳ. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ, ὡς καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ἴσαι φανήσονται.



1. ξ'] ο'. 6. ἔγγιον] ι in ras. 7. ξα'] οα'. 11. διαγώνιοι] -ιοι in ras. 16. αἱ] om. 18. πλευραί] π̄. 24. ΑΒ] Α in ras. est. 25. πλευρά] π̄.

ξβ'.

Τῆς δὲ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὴν συναφὴν τῶν διαμέτρων μήτε πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴσης ἑκατέρᾳ τῶν ἀπὸ τῆς συναφῆς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου ἀγομένων. μήτε ἴσας γωνίας ποιούσης μετ' αὐτῶν αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται.

ὁμοίως γὰρ δείξομεν τὰ συμβαίνοντα καθάπερ καὶ ἐν τοῖς κύκλοις.

Überblicken wir zunächst, wie sich die hier gebotene Redaktion der Optik zur Vulgata verhält, so geht sofort hervor, daſs die gewöhnliche Gestalt um ein bedeutendes hinter dieser zurückbleibt. Die Sätze sind mit wenigen Ausnahmen dieselben, auch meistens mit denselben Worten ausgedrückt, aber die Beweise sind in der hier vorliegenden Redaktion durchgängig ausführlicher und klarer; namentlich kommt die sorgfältige Form dem Muster der *στοιχεῖα* weit näher, als es mit der Vulgata der Fall ist. Um nur ein paar Beispiele anzuführen, wo der von Savilius wegen Nachlässigkeit ausgesprochene Tadel unserer Redaktion gegenüber entkräftigt wird, so findet sich der von Savilius zu prop. 24 (S. 618 n. 5 bei Gregorius) vermiſste Zusatz: *καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ... ἐπίπεδον* in cod. Vindobon. prop. 25 (oben S. 104, 26); ebenso wird prop. 34 (oben S. 110, 29) ausdrücklich hinzugefügt: *μεῖζον μὲν ἔσται*; vgl. Savilius bei Gregorius S. 624 n. 1. Prop. 37, S. 112, 13 wird richtig hervorgehoben (*αἱ διάμετροι*) *αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας*, was die Vulgata prop. 36, S. 625, 23 ungenau wegläſst (Savilius S. 625 n. 1). Ebenso wird prop. 43 die Angabe *κατὰ παράλληλον θέσιν*, die sich in cod. Vindob. erhalten hat (prop. 43, S. 118, 18), ungern in der Vulgata vermiſst (Savilius S. 632 n. 1). Ein weiteres Beispiel giebt prop. 7 der Vulgata: *τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντα ἴσα*[1]) *μεγέθη πορρωτέρω ἀλλήλων τεθέντα ἄνισα φαίνεται*, worüber schon Savilius S. 610 n. 2 bemerkt, daſs Satz und Beweis zu einander nicht stimmen; es fehlen die beiden oben prop. 8 S. 95 aus cod. Vindob. hinzugefügten Angaben: *μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις τεθέντα καὶ ἄνισον διεστηκότα τοῦ ὄμματος*; im Beweise hat die Vulgata sich hier vollständig von der alten Redaktion entfernt. So wie prop. 7 jetzt gelesen wird, ist sie nicht, wie Savilius meinte, mit prop. 4 identisch.

1. ξβ'] om. Sequentia cum praecedenti propositione coniuncta sunt. dein post *φανήσονται* p. 128, 26 interponitur ᵒ⁼ ⁻ :, et in mg. superiore m. 2 repetuntur lin. 1—5, sed prima linea recisa est, secunda partim detrita. lectiones hic occurrentes infra littera m significaui. 2. *τῆς δὲ ἀπὸ τοῦ ὄμματος*] *τῶν διαστημάτων*. 3. *ἴσης*] *ἴση* (etiam m). *ἑκατέρᾳ τῶν*] *τῇ ἑκατέρᾳ τῷ*; *τῇ* (deletum) *ἑκατέρα τῶν* m. 5. *ἄνισοι*] e corr. (*ἄνισοι* m). 6. *καί*] om. m. *κύκλοις*] -*λοι*- in ras.

---

1) So mit sieben Pariser Hdsn.; *ἴσα ὄντα* hat Gregorius weniger gut aus Pena aufgenommen.

Zu prop. 31 hat Savilius nicht bemerkt, dafs nach *βάσιν* die Worte: *καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ τὸν ἄξονα*, die von wesentlicher Bedeutung sind, in der Vulgata fehlen; Schneider Ecl. II S. 222 hat sie nach Heliodor hinzugefügt; sie stehen in Vindob. prop. 31, S. 108, 32. Schneider II' S. 216 hat ebenfalls mit Recht bemerkt, dafs in Hypoth. 2 *ἐν τῷ ὄμματι* bei Heliodor richtiger sei als *πρὸς τῷ ὄμματι* in den Ausgaben von Euklid; jenes hat auch Vindob. (S. 93, 5).[1])

Diese Beispiele werden genügen um sehen zu lassen, dafs die Bedenken, die man wegen der mathematischen Ungenauigkeiten der Beweise gegen die Autorschaft Euklids gehegt hat, zum guten Teil jetzt fallen müssen. Und dafs die vorliegende Arbeit in der That, wie uns überliefert ist, Euklid zum Verfasser hat und im wesentlichen authentisch ist, wird durch einige Citate bei Theon von Alexandria im Kommentar zu Ptolemäus bestätigt; zum Vergleiche stelle ich neben Theon und die Fassung des Vindob. auch die Vulgata; Theon ist nach der Basler Ausgabe von 1538 fol. citiert.

Cod. Vindob.	Vulgata.	Theon.
Prop. 3: *ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενομένου οὐκέτι ὁρᾶται.* Prop. 4: *τῶν ἴσων διαστημάτων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων τὰ ἐκ πλείονος διαστήματος ὁρώμενα ἐλάττονα φαίνεται.*	Prop. 3: *ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενομένου οὐκέτι ὁρᾶται.* Prop. 4: *τῶν ἴσων διαστημάτων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων τὰ ἐκ πλείονος ἀποστήματος ὁρώμενα ἐλάττω φαίνεται.*	P. 7: *κατ' Εὐκλείδην ἐν τοῖς ὀπτικοῖς ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μέγεθος διαστήματος, οὗ γενομένου οὐκέτι ὀφθήσεται. καὶ πάλιν τῶν ἴσων μεγεθῶν καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων τὰ ἐκ πλείονος διαστήματος ὁρώμενα ἐλάττονα φαίνεται.*
Prop. 5: *τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔγγιον κείμενον τοῦ ὄμματος.*	Prop. 5: *τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔγγιον τοῦ ὄμματος κείμενον.*	P. 8: *καθά φησι καὶ Εὐκλείδης ἐν τοῖς ὀπτικοῖς, ὅτι τὰ ἴσα μεγέθη ἤτοι διαστήματα ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἄνισα φαίνεται.*
Prop. 24: *σφαίρας ὁπωσδηποτοῦν ὁρωμέ-*	Prop. 23: *σφαίρας ὁπωσοῦν ὁρωμένης ὑπὸ*	P. 265: *ὅτι μὲν οἱ περιλαμβανόμενοι κύ-*

1) Die oben berührte Prop. 31 hat ein besonderes Interesse dadurch, dafs die Worte: *κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν* etc. (woran Savilius mit Unrecht Anstofs nahm) beweisen, dafs schon Euklid nicht mehr auf die von ihm selbst Elem. XI def. 18 gegebene (wohl aus älteren Lehrbüchern herübergenommene) Definition des Kegels beschränkt war.

νης ὑπὸ ἑνὸς ὄμματος ἔλασσον ἀεὶ ἡμισφαιρίου φαίνεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας κύκλου περιφέρεια φαίνεται.	τοῦ ἑνὸς ὄμματος ἔλαττον ἀεὶ τοῦ ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας ὑπὸ κύκλου περιεχόμενον φαίνεται.	κλοι κατὰ τὰς σφαίρας τῶν φώτων ὑπὸ τῶν πρὸς τῇ ὄψει συνισταμένων κώνων ἐλάσσονές εἰσι τῶν ἐν αὐταῖς μεγίστων κύκλων, δῆλον ἐκ τῶν Εὐκλείδου ὀπτικῶν.[1])

Hierzu kann noch gefügt werden, dafs Pappus VI 80 p. 568 ungenau, aber doch mit unverkennbarer Uebereinstimmung im wesentlichen, prop. 38 (vulgo 37) so anführt: *ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος προσπίπτουσα πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ ἢ ἐλάσσων, ἄνισοι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου φανοῦνται.*[2]) Zwar sagt Pappus nicht ausdrücklich, dafs dieser Satz nebst den dazu gehörigen Erläuterungen der Optik Euklids entnommen sei. Dasselbe gilt aber z. B. von den Supplementen zu den *σφαιρικοῖς* des Theodosius, die Pappus VI 2, S. 474, 15 ohne Namensnennung giebt, und die Bemerkungen über die Optik, die zum *μικρὸς ἀστρονομούμενος*, wovon Buch VI überhaupt handelt, jedenfalls gehörte, stehen unmittelbar vor den Erläuterungen zu den *Φαινομένοις* (VI 104, S. 594). Es ist also wohl unzweifelhaft, dafs der Scholiast, der im cod. Vaticanus A des Pappus S. 568, 12 *εἰς τὰ ὀπτικὰ Εὐκλείδου* hinzugefügt hat, damit den eigenen Gedanken des Pappus ausdrückte. Die Lemmata bei Pappus (VI S. 568—586; denn VI 98—102, S. 586—592 und VI 103, S. 592—94 enthält, wie auch angedeutet wird, eigene Zuthaten des Verfassers) zeigen, dafs ihm derselbe Beweis vorlag wie uns. VI 80 wird in unserer Redaktion S. 113, 25: *καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑ, ΑΒ ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ ἐστι μείζων* angewandt, wo mit den Worten S. 113, 24 *ὥστε εἰσίν ... ἄνισοι* ein ähnlicher Beweis angedeutet wird (vgl. Pappus S. 568, 24); derselbe Satz ist bei Gregorius als Lemma 2, S. 627 aufgeführt, aber schon der Umstand, dafs Pappus ihn giebt, spricht dafür, dafs er bei Euklid ursprünglich nicht da war, wie er denn auch im Vindob. fehlt. Dasselbe gilt von VI 81, angewandt S. 113, 16: *καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετός ἐστιν*, bei Gregorius Lemma 1 S. 627. In VI 82—84 wird dasselbe

---

1) Vgl. noch Theon S. 199: *φωτίζεται δὲ αὐτῆς* (des Mondes) *πάντοτε ὑπὸ τῶν τοῦ ἡλίου ἀκτίνων μεῖζον ἡμισφαιρίου διὰ τὸ μείζονα αὐτῆς εἶναι τὸν ἥλιον . . . δέδεικται γὰρ ταῦτα καὶ Ἀριστάρχῳ* (De dist. 2) *καὶ Εὐκλείδῃ*; vgl. Opt. 27, S. 105.

2) In der Form der Vulgata näher kommend; prop. 37: *ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον προσπίπτουσα τοῦ κύκλου μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ μήτε ἴση ᾖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ ἢ ἐλάσσων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἄνισοι αἱ διάμετροι φανοῦνται.*

bewiesen, das im *λῆμμα* oben S. 113—14 enthalten ist, und zwar in ähnlicher Weise. Ob wir hieraus schliefsen dürfen, dafs auch das *λῆμμα* S. 113 f. ein späteres Einschiebsel sei, ist sehr zweifelhaft; mir wenigstens ist es unwahrscheinlich, dafs Euklid diesen keineswegs von selbst einleuchtenden Beweis weggelassen haben sollte.[1]) Auch scheint mir die ganze Fassung von prop. 38, wo das Resultat erst S. 112—13 zum voraus angegeben wird und dann in zwei besonderen Teilen nachgewiesen (worauf S. 113, 4 mit den Worten *ὡς ἑξῆς δείξομεν* hingewiesen wird), nur dann recht erklärlich, wenn Euklid selbst um das für den Beweis der beiden besonderen Teile nötige Lemma zu geben die Darstellung unterbrechen wollte, und deshalb zuerst den Zusammenhang und das Gemeinschaftliche der beiden Sonderfälle hervorzuheben wünschte. Bei Gregorius findet sich nur Pappus VI 82 als *προσλαμβανόμενα εἰς τούτων ἀπόδειξιν* S. 625—26, zu VI 83—84 hat er nichts Entsprechendes. Pappus VI 85 findet seine Anwendung Vindob. S. 115, 8: *μείζων ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ξ τῆς πρὸς τῷ O*, bei Gregorius S. 629, 11 ff., mit beigefügter Begründung, die also bei Euklid nicht da war. VI 86 wird angewandt oben S. 116, 15: *πάλιν ἐπεὶ μείζων* etc., in der Vulgata S. 630, 24. VI 87—88 gebraucht Pappus in seinen Beweisen VI 85 (S. 576, 1) und VI 89; sie haben daher nichts Entsprechendes bei Euklid. VI 89 dagegen kommt im Vindob. S. 115, 12: *μείζων δὲ ἡ πρὸς τῷ O τῆς πρὸς τῷ Π* und S. 116, 12: *ἐπεὶ οὖν μείζων ἡ πρὸς τῷ O τῆς πρὸς τῷ Ξ* zur Anwendung. VI 90—91 wiederholt Pappus, um alle Fälle beisammen zu haben, Euklid prop. 35—36 (vulgo 35 und der erste Teil von 36).[2]) VI 92 enthält ein von Pappus selbst herrührendes Korollarium. VI 93—97 endlich giebt den Beweis des VI 80 angeführten Satzes, der jetzt vervollständigt und genauer bestimmt wird (VI 93); der Beweis, worin die früheren Sätze VI 80 ff. zur Anwendung kommen (vgl. VI 80, S. 568, 17: *προγράφεται δὲ τοῦ θεωρήματος τάδε*), weicht in der Form sehr von Euklid prop. 38 (vulgo 38—39) ab, aber auch nur in der Form. Pappus war also mit dem, allerdings auch etwas schwerfälligen Euklidischen Beweise nicht zufrieden; deshalb

---

1) Prop. 38, S. 115, 28 wird auf dieses Lemma mit den Worten *ὡς προδέδεικται* verwiesen.

2) Prop. 37 (vulgo zweiter Teil von 36) hat Pappus nicht besonders aufgeführt (wie er denn auch die hierauf bezüglichen Worte *μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα* und *πρὸς ἃς ποιεῖ ἀνίσους γωνίας* in der Wiedergabe von prop. 38 übergeht, s. S. 568, 15 und 582, 14), weil sie im Beweis für prop. 38, bei Pappus VI 96—97, mitenthalten ist. Vielleicht hat hier eine Interpolation stattgefunden; denn prop. 38, S. 115, 27, wo Euklid aus der Gleichheit von EZT und EZH nach diesem Satz unmittelbar auf die Gleichheit der Durchmesser $H\Theta$ und $T\Sigma$ schliefsen konnte, hat er diese in anderer Weise bewiesen.

hat er seine Verbesserungen und Erläuterungen in die συναγωγαί aufgenommen und daran noch einige weitere Folgerungen und Sätze selbständig geknüpft.

Ich glaube also behaupten zu können, dafs die Optik, wie wir sie haben, im grossen und ganzen echt ist, und dafs die vom Vindobonensis gebotene Fassung der ursprünglichen viel näher steht als die gewöhnliche. Doch ist der Text des Vindobonensis keineswegs überall befriedigend oder gar nur leidlich. Ganz abgesehen von kleineren Schreibfehlern, wie sie in allen Handschriften vorkommen, findet sich eine ziemlich grofse Anzahl von ganz verkehrten oder unverständlichen Stellen, die nur dem Schreiber oder Redakteur, jedenfalls aber nicht Euklid zur Last fallen können. Ich will einige der verdorbenen Stellen hier anzeigen:

Prop. 11 ist das Porisma S. 98, 3 sinnlos; es sollte heifsen: Gegenstände von bedeutender Länge scheinen wegen der Erhöhung der entfernteren Teile hohl.

Prop. 16 scheint *φαίνεται* zweimal (S. 99, 24 und 29) verschrieben für *ἀπολαμβάνεται*; vgl. prop. 17.

Prop. 29 steht der erste Beweis, wo das Auge in der Ebene der Cylinderbasis gedacht wird (*ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κείμενον τῇ βάσει τοῦ κυλίνδρου* S. 107, 1), nicht mit dem Satze selbst im Einklang, wo ausdrücklich *ὁπωσδηποτοῦν ὁρωμένου* steht. Auch scheint der ganz verworrene Schlufs des *ἄλλως* S. 107, 39 ff. unecht zu sein.

Prop. 23 ist sowohl im ersten als im zweiten Beweise schwer verdorben.

Prop. 33 ist der Schlufs S. 110, 25 f. unverständlich.

Prop. 46 ist der sehr einfache Beweis (aus der Gleichheit der auf gleichen Kreisbogen stehenden Peripheriewinkel folgt sofort, dafs der Gegenstand überall an der Peripherie gleich erscheint) durch fremde Elemente verunstaltet worden (der Interpolator scheint es auf die Kongruenz der beiden Dreiecke angelegt zu haben).

Prop. 47 *ἄλλως* hat einen unechten Schlufs, der einem Scholium ähnlich sieht.

Prop. 49 mufs sehr verunstaltet worden sein; die Winkel *ΒΘΑ*, *ΓΗΔ* können unmöglich gleich sein, wie S. 123, 24 behauptet wird.

Prop. 53 leidet an grofser Unklarheit. Aber diese beiden letztgenannten Sätze sind im Vindob. sehr schlecht überliefert, mit vielen Rasuren, getilgten und hinzugefügten Stellen, so dafs wir hier wenigstens von anderen Handschriften Hülfe erwarten dürfen. Auch prop. 57 *ἄλλως* 1 trägt äufserliche Spuren der Korruption.

Besonders merkwürdig sind ein paar Stellen, wo ein unzweifelhafter Irrtum des Vindob. sich in der Vulgata oder bei

Damianus wiederfindet, und also ziemlich hoch hinaufreicht. So steht prop. 43 S. 119, 4: *πασῶν τῶν διὰ τοῦ κέντρου διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν ὀρθὴν* (vielleicht *πρὸς τῇ ΓΕ*) *γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΑ*. Es ist unglaublich, dafs Euklid einen so sonderbaren Ausdruck, wofür hier nicht die mindeste Veranlassung oder Entschuldigung ist, gebraucht haben sollte; er schrieb gewifs: *πασῶν [τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῆς ΓΕ καὶ] τῶν διὰ* etc. Jedoch lesen wir genau dieselbe Wendung an derselben Stelle bei Gregorius S. 633, 6—8 und 17—19, und sie ist dann noch S. 626, 43—46 und S. 627, 9—12 eingedrungen, wo Vindobon. (*λῆμμα* S. 113, 9 u. 27) das Richtige hat.

Häufiger hat Damianus, über dessen Auszug wir unten berichten werden, die Fehler des Vindobon. bewahrt. Die Hypothesis 1 lautet bei ihm S. 36 wie im Vindob. S. 93: *ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐξαγομένας εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι διάστημα μεγεθῶν μεγάλων*, und er erläutert diesen Satz so (S. 36): *οὐ μὴν δὲ ἐπ' ἄπειρον, ἀλλ' ὥσπερ ἐν τοῖς ἄλλοις τοῖς κατὰ φύσιν οὖσι καὶ γινομένοις τὸ πέρας ἀναγκαῖόν ἐστι· τοῦ γὰρ ἀπείρου φύσις οὐ περιδράττεται, ἀλλὰ πάντα τὰ ἐν τῇ φύσει ὅρον ἔχει τὴν φύσιν καὶ τὴν ἀπὸ φύσεως κίνησιν καὶ πόθεν καὶ ποῖ. οὕτως καὶ ἐπὶ ταῖς ἐξαγομέναις ἐκ τοῦ ὄμματος εὐθείαις γραμμαῖς ἔστι μὲν καὶ τὸ ἐφικνεῖσθαι τῶν ὑποκειμένων εἰς ὅρασιν, ἔστι δὲ καὶ τὸ μὴ ἐφικνεῖσθαι διὰ τὴν ἐπὶ ταύταις εἰς τὸ ἐπέκεινα τοῦ μετρίου ἀσθένειαν*. Es hat also den Satz von der Tragweite der Sehestrahlen verstanden. Das kann aber kaum richtig sein; es müfste dann wenigstens *ἀκτῖνας* statt *εὐθείας γραμμάς* heifsen; denn diese können ja nicht nur „ein grosses Stück", sondern ins unendliche verlängert werden. Dazu kommt noch, dafs ein solcher Grundsatz im ganzen Buche nirgends nötig ist. Hier hat, wie es scheint, die Vulgata wenigstens den Sinn des echten Postulates richtiger wiedergegeben: *ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὄμματος ὄψεις κατ' εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι διάστημά τι ποιούσας ἀπ' ἀλλήλων*[1]) (Gregorius S. 604). Denn dieser Satz ist zum Beweis von prop. 1 notwendig, wo es (auch in Vindob.) heifst: *ἐπεὶ ἐν διαστήματι φέρονται αἱ προσπίπτουσαι ὄψεις*. — In prop. 42 S. 118, 5 ff. heifst es als Beweis dafür, dafs *AB* immer gleich erscheinen wird: *πᾶσαι δὲ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εὐθεῖαι ἴσας γωνίας ποιοῦσιν*. Selbst wenn man zugiebt, dafs diese sehr unklaren Worte bezeichnen können, dafs der Winkel *ΑΒΓ* immer sich gleich (weil recht) bleibt, so vermifst man doch die ungleich wichtigere Angabe, dafs der Winkel *ΑΓΒ* während der Umdrehung von *AB* immer derselbe ist. Aber Damianus S. 76 hat ebenso: *ἡ γὰρ ὑπὸ αβγ γωνία ὀρθή ἐστιν, πᾶσαι δὲ* (*γὰρ* hat Bartholin unrichtig) *αἱ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν περιφέρειαν εὐθεῖαι ἴσας γωνίας*

1) So alle 11 Pariser Hdschn. Gregorius hat *ἐπ' ἀλλήλων*.

ποιοῦσιν. Alles würde berichtigt sein, wenn man statt *τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν* läse *τὴν ΑΒ*, und so giebt Gregorius S. 631, 29: *πᾶσαι ἄρα αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Γ πρὸς τὸ ΑΒ μέγεθος προσπίπτουσαι ἀλλήλαις ἴσας γωνίας ποιοῦσιν*. — In prop. 59 ist der Beweis unklar und namentlich am Schlufs ohne Zweifel verdorben; denn *τὰ δὲ μείζονα ἑαυτῶν οἰόμενα* in der Bedeutung: „was grösser, als es wirklich ist, geglaubt wird (erscheint)" ist nicht griechisch. Doch finden wir das unmögliche *οἰόμενα* nicht nur bei Damianus S. 92: *τὰ οἰόμενα μείζονα*[1]), sondern auch in einigen Handschriften der Vulgata S. 641, 36; da die Stelle von einigem Interesse ist, mögen die Varianten der Pariser Hdss. hier stehen.

Gregorius S. 641.

τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται· μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ ΓΔ τοῦ ΓΒ. καὶ ἐὰν τὰ μείζονα ὁρώμενα τῷ ὄμματι ἐπαυξάνεσθαι δοκῇ, καὶ τὰ αὐξανόμενα ἄρα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι.

Vindobon. prop. 59.

μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ ΒΔ τοῦ ΒΑ. τὰ δὲ μείζονα ἑαυτῶν οἰόμενα ἐπαυξάνεσθαι [δοκοῦ-]σι, καὶ τὰ ἔγγιον τοῦ ὄμματος ἐλάττονα φαίνεται. τὰ ἄρα αὐξόμενα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι.

In Verbindung mit den oben hervorgehobenen Spuren der Interpolation verdient auch das bemerkt zu werden, dafs die *ἄλλως* unecht zu sein scheinen; sie stimmen durchgängig mit den Beweisen der Vulgata (so prop. 29 *ἄλλως* = Gregorius prop. 29,

Greg. 1. *μείζονα*] *ἔγγιον* Par 2107, 2342. *μείζονα φαίνεται* — 4. *ὄμματι*] *ἔγγειον ἄρα δόξει εἶναι τὸ γδ ἤπερ τὸ βγ* 2347; *ἔγγιον ἄρα δόξει εἶναι τὸ γδ ἤπερ τὸ βγ* post lacunam trium uerborum Suppl. 186. *μεῖζον ἄρα* — 4. *ὄμματι*] *ἔγγιον ἄρα δόξει εἶναι τὸ γδ 'ἤπερ τὸ βγ* 2107, 2342. 2. *ἐάν*] om. 2351; in mg. m. 1 2468; in mg. rubr. 2350. *μείζονα*] *μείζονα ἑαυτῶν* 2351; *μ. ἑαυτῆς* 2350, *ἑαυτῆς* deletum rubr. 3. *δοκῇ*] sic 2468; *δοκοῦσι* 2351; *δοκοῦσι* 2350, sed corr. rubr. in *δοκῇ*. — *δόξει*] *εὔξει* 2350, sed corr. rubr. in *δόξει*.

Vind. 1. *ΒΔ*] *γδ* omnes (cod. Savilianus, Parr. 2352, 2363, 2390, 2472). *ΒΑ*] *γβ* cod. Savil., 2363, 2390, 2472; *γδ* 2352. — *τὰ δέ*] *τά* Savil. (Gregorius S. 641 n. 4), 2363, 2472; *καὶ τὰ* 2352. — *ἑαυτῶν*] Savil., 2363, 2390, 2472; *ἑαυτῆς* 2352. 2. *οἰόμενα*] *οἰόμενα τοῦ ὄμματος προσιόντος* Savil., 2363, 2472; *οἰόμενα τῷ ὄμματι* 2352; *οἰόμενα τοῦ ὄμματος* 2390. *δοκοῦσι*] omnes. *καὶ τά* — 3. *φαίνεται*] om. omnes. 3. *τὰ ἄρα αὐξόμενα*] *καὶ τὰ αὐξανόμενα ἄρα* omnes. — *προσάγεισθαι* 2390. 4. *ὄμματι*] *ὄμματι· ἔγγιον ἄρα δόξει εἶναι τὸ γδ ἤπερ τὸ βγ* 2352, 2363, 2390, 2472.

1) Sein Beweis stimmt übrigens weder mit Vindob. noch der Vulgata genau überein.

prop. 45 ἄλλως = prop. 46; prop. 47 ἄλλως = prop. 48). Eine Ausnahme bildet doch prop. 57 ἄλλως 2, das sowohl bei Gregorius prop. 56 als bei Damianus S. 87 als zweiter Beweis auftritt. Sonderbar ist es, dafs, während prop. 23 ἄλλως 2 wie gewöhnlich dem Beweise der Vulgata (prop. 22) gleich ist, der eigentliche Beweis dieses Satzes (S. 102) demjenigen enge verwandt ist, der bei Gregorius S. 617 als ἄλλως ἐκ τῶν τοῦ Πάππου steht; er hat ihn mit dieser Überschrift aus Pena S. 15, aber weder im cod. Florent. Laur. XXVIII 10 noch in den elf Pariser Handschriften der Optik finde ich von diesem Beweise eine Spur. Dieser 23. Satz gehört übrigens nebst dem ähnlichen 10. Satz zu den auffälligsten Irrtümern der Euklidischen Optik; aber, wie wenig man hierin einen Grund gegen die Echtheit derselben suchen darf, hat Schneider durch den Verweis auf Aristoteles problem. 15, 5—6, wo genau dieselben zwei Sätze vorgetragen werden, treffend gezeigt.

Es wurde oben gezeigt, dafs einige der Fehler der in cod. Vindob. vorliegenden Redaktion schon bei Damianus und in die Vulgata eingedrungen sind. Wir können daher nur schwache Hoffnung haben, dafs andere Handschriften uns viel über den ziemlich schlechten Text des Vindobon. hinausbringen werden; viele Fehler scheinen unserer Handschrift eigentümlich, namentlich wo viel radiert, gestrichen und hinzugefügt ist, und diese werden wir aus besseren Quellen berichtigen können, aber für die schlimmsten Verderbnisse werden wir auf Konjekturen angewiesen sein. Dafs wenigstens die Florentiner Hds. (Laur. XXVIII 3), die einzige mit Vindob. zusammengehörende Hds., die ich bis jetzt kenne, dem Vindob. zu nahe steht, um bedeutende Hilfe zu bringen, geht mir selbst aus den wenigen Stellen, wo ich sie einsehen konnte, hinlänglich hervor. So ist die unrichtige Hypoth. 1 genau gleichlautend, und der Schlufs von prop. 59 sieht so aus: τὰ δὲ μείζονα ἑαυτῶν οἰόμενα ἐπαυξάνεσθαι : ∼ (das Übrige der Zeile leer) σι καὶ τὰ ἔγγιον τοῦ ὄμματος ἐλάττονα φαίνεται. τὰ ἄρα αὐξόμενα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὄμματι — also ganz in demselben argen Zustand wie im Vindob. Selbst kleine Schreibfehler stimmen überein, wie μετακινεῖται statt μετακινῆται prop. 42 S. 118, 12 (dagegen hat Flor. schon m. 1 ὅλην τὴν περιφέρειαν prop. 23 ἄλλ. 2 S. 103, 26, was Vindob. doch erst mit zweiter Hand hat).

Es bleibt uns noch übrig die Textesgestaltung der Vulgata und ihre Entstehung samt dem Auszug des Damianus zu betrachten. Von diesem wurde zuerst nur ein Bruchstück, die ersten XIII Kapitel des ersten Buches enthaltend, unter dem Titel: Heliodori Larissaei κεφάλαια τῶν ὀπτικῶν zu Florenz 1573. 4 veröffentlicht; nach diesem seltenen Drucke wiederholten das Schriftchen Antonio Matani, Pistorii 1758. 8. (Schneider Ecl. II S. 206),

F. Lindenbrog (graece et latine), Hamburg 1610. 4., und nach diesem Th. Gale: Opuscula mythologica, ethica et physica. Cantabrigiae 1671. 8. (nicht in den späteren Ausgaben): Heliodori Larissaei capita opticorum. ad Hetrusci codicis fidem Graece et Latine edita et recensita. ex bibliotheca Fr. Lindenbrogii (Cantabrigiae 1670, aber dennoch auf dem Titelblatt der Opuscula etc. von 1671 mit aufgeführt)[1]; vgl. über diese Ausgaben Fabricius: Bibl. Gr. VI S. 783—84. Eine Handschrift besitzt die königliche Bibliothek in Kopenhagen, Gl. kgl. Samling nr. 1801 saec. XVI (Graux: Notices etc. S. 38), eine andere (Monac. 165 s. XVI) beschreibt Hultsch Heron S. VIII, und sie sind durchaus nicht selten. Das vollständige Werk gab endlich zum ersten und bis auf heute auch letzten Male Erasmus Bartholin Parisiis 1657. 4 heraus, in zwei Büchern unter dem Titel: *Δαμιανοῦ φιλοσόφου τοῦ Ἡλιοδώρου Λαρισσαίου περὶ ὀπτικῶν βιβλία β'*. Er folgte einer Barberinischen Handschrift, die diesen Titel hatte, und den Namen *Δαμιανοῦ* fand er noch in einem zweiten cod. Barberinus (während ein dritter: *Ἡλιοδώρου Λαρισσαίου κεφάλαια τῶν ὀπτικῶν* hatte und also wohl nur das Fragment enthielt) und einem Ambrosianus 276 (s. seine Anmerkung S. 94). Der Verfasser war also Damianus aus Larissa, der Sohn oder Schüler (Bartholin S. 97) des Heliodorus. Ob dieser Damianus mit dem Domninus oder Domnius Larissaeus, der ein noch vorhandenes *ἐγχειρίδιον εἰσαγωγικὸν ἀριθμητικῆς* schrieb (Cod. Paris. 2531, cod. Venet. St. Marci CCCXVIII), identisch ist, wie man mehrfach vermutet hat, möge künftigen Forschungen vorbehalten bleiben. Das erste Buch enthält Auszüge aus Herons Katoptrik, die mit Namen citiert wird (cap. XIII S. 24); daraus scheint auch cap. XIV S. 27—35 zu stammen; wenigstens findet es sich wörtlich wieder in Handschriften, die sonst Heronisches enthalten (Par. 2385, 2475, Suppl. 387, s. H. Martin Recherches sur Heron S. 104, herausgegeben von ihm S. 413—20 und in den Variae Collectiones bei Hultsch: Heron S. 249 ff., lateinisch als dem Heron zugehörig von Dasypodius: Lexicon mathematicum etc. Argentorat. 1579. 8.; nach ihm Schneider Ecl. II S. 226). Auch die *ὀπτικὴ πραγματεία* des Ptolemaeus wird citiert cap. III S. 4 und hat wohl also als Quelle gedient.[2]) Das zweite Buch enthält einen Auszug aus der Optik Euklids, und sie lag ihm vor in der von Vindobon. gebotenen Fassung; hieraus erklärt sich einfach die sonst sehr befremdende Thatsache, dafs die Beweise bei

---

1) Die ed. princeps kennzeichnet sich selbst als Fragment dadurch, dafs am Schlusse der vorangehenden Aufzählung der XIII Kapitel (bei Gale S. 2) die Worte *καὶ τὰ ἑξῆς* hinzugefügt sind.

2) Dieser Umstand giebt uns die eine Grenze für das Zeitalter Damians, und mehr wissen wir über dieses nicht. Es mag erwähnt sein, dafs er Kap. II S. 4 den *Τιβέριος ὁ τῶν Ῥωμαίων βασιλεύς* nennt; vgl. Suetonius, Tiber. Kap. 68.

Damianus meistens besser gehalten sind als in der Euklidischen Optik (nach der Vulgata nämlich), was schon Bartholin S. 138 bemerkte. Den Euklid nennt er nirgends als seine Quelle; nur I 5, S. 8 heifst es: *ἀλλὰ πρὸς τὸ τοῦ στοιχείου τοῦ λέγοντος (τὸ λέγον?)· οὐδὲν τῶν ὁρωμένων ἅμα ὅλον ὁρᾶται* etc. mit Bezug auf Euklid Opt. prop. 1, deren Wortlaut in Vindobon. und Vulgata genau diese ist, während Damianus selbst II 1, S. 39 so hat: *οὐδὲν τῶν ὁρωμένων ὅλον ἅμα ὁρᾶται* (wie übrigens auch Par. 2468). In seinen Auszug hat er aufser sämtlichen Hypotheses noch folgende Sätze aufgenommen:

1, 2, 4, 6, 10, 14, 15, 16, 17, 18	= II 1—10.
26, 27, 28	= II 11.
31, 32	= II 12.
25	= II 13.
41, 42, 43, 44, 57, 58, 59	= II 14—20 (57 mit *ἄλλως* 2).

Sowohl Satz als Beweis ist in der Regel fast wörtlich wiederholt; ausgenommen sind II 1—2—3—20; II 4 hat er im Satze einen Zusatz, der aber im Beweise des Euklides eingeschlossen ist, den Damianus daher im wesentlichen unverändert beibehält. Überall wo die Vulgata von Vindobon. abweicht, hält er es mit diesem. Das Werklein des Damianus hat also für die Textkritik der Optik grosse Bedeutung, und eine zuverlässige Ausgabe wäre sehr zu wünschen, um so mehr da das Buch auch an und für sich nicht geringen Wert hat. Es hat auch ein gewisses Ansehen besessen; denn nach Bartholin S. 137 hat Georgius Pachymeres das zweite Buch Wort für Wort in sein Kompendium der Mathematik (Fabricius Bibl. Gr. II S. 104, XIII. Jahrhundert) herübergenommen.

Die mir bekannten Handschriften der Vulgata haben alle vor den Hypotheses eine kleine Einleitung, die, wie von jeher erkannt ward, jedenfalls unmöglich von Euklid herrühren konnte. Da sie nicht ohne Interesse ist, will ich sie hierher setzen so weit verbessert, als es ohne Handschriften möglich war. Der Charakter dieses Stücks scheint nicht bemerkt worden zu sein. Man darf es als ein Kollegienheft bezeichnen, die Sprache (man beachte namentlich die Imperfekte S. 139, 2. 140, 13. 141, 31. 142, 17. 143, 2, 6, 27. 144, 23, 26 (Praesens S. 140, 6) und die Mischung der direkten und indirekten Rede), und der Inhalt entspricht ganz dieser Auffassung. Es ist eine Einleitungsvorlesung zu einem Lehrkursus in der Optik, und behandelt als solche die Grundsätze dieser Wissenschaft und die Theorie des Sehens überhaupt. Was diese betrifft, steht der Verfasser, wie Euklid selbst, auf dem Boden der Platonischen Ansicht, dafs das Licht vom Auge selbst ausgehe und dem Sonnenlichte verwandt sei (Baumhauer: de sentent. philosoph. Gr. de visu etc. Traiecti ad Rhenum 1843, S. 98 ff.)

im Gegensatz zu den Epikureern. Dann folgt noch eine eingehendere Besprechung des 23. (22 vulg.) Theorems, das seit Aristoteles, wie wir oben sahen, behandelt wurde und wohl vielen Widerspruch durch seine Erfahrungswidrigkeit erregte. Diese einleitenden Bemerkungen nun haben wir hier im Referat eines Schülers, der durchgehend vom Lehrer in der dritten Person ohne Namensnennung spricht. Denn wenn einige (nicht alle, wie Bartholin S. 138 meint) Handschriften (wie Par. 2107, 2342 manu 2 nach ὄψιν, Par. 2468 nach ἀποδεικνύς) im Anfang ὁ *Εὐκλείδης* hinzufügen, ist das natürlich nur eine Konjektur von denselben leicht verständlichen Gründen hervorgerufen, die Gregorius dazu bewegten, in einer Note S. 601 u. 2 zu bemerken: „sc. ὁ *Εὐκλείδης*".

Es entsteht also die Frage, wer dieser Lehrer, nach dessen Vortrag die genannte Einleitung geschrieben wurde, gewesen sein mag. Die Antwort giebt ein Scholion am Anfang des cod. Paris. 2468: τὸ προοίμιον ἐκ τῆς τοῦ *Θέωνός* ἐστιν ἐξηγήσεως.[1]) An und für sich hat freilich eine solche Bemerkung, deren Quelle uns unbekannt ist, keinen grofsen Wert. Hier spricht aber alles für ihre Richtigkeit. Die Sprache weist uns entschieden auf eine späte Zeit hin, und auf der anderen Seite kann das Stück kaum jünger als Theon (saec. IV) sein; denn Nemesius, der ums Jahr 400 lebte, hat es offenbar vor Augen, wenn er περὶ φύσεως ἀνθρώπου cap. VII S. 179 ed. Matthaei so schreibt: οἱ δὲ γεωμέτραι κώνους τινὰς ἀναγράφουσιν ἐκ τῆς συνεμπτώσεως τῶν ἀκτίνων γινομένους τῶν ἐκπεμπομένων διὰ τῶν ὀφθαλμῶν. πέμπειν γὰρ ἀκτῖνας τὸν μὲν δεξιὸν ὀφθαλμὸν ἐπὶ τὰ ἀριστερὰ τὸν δὲ ἀριστερὸν ἐπὶ τὰ δεξιὰ ἀπὸ δὲ τῆς συνεμπτώσεως αὐτῶν ἀποτελεῖσθαι κῶνον. ὅθεν ὁμοῦ μὲν πολλὰ περιλαμβάνειν ὁρατὰ τὴν ὄψιν βλέπειν δὲ ἀκριβῶς ἐκεῖνα, ἔνθα ἂν συνεμπέσωσιν αἱ ἀκτῖνες. οὕτω γοῦν πολλάκις ὁρῶντες εἰς τοὔδαφος οὐχ ὁρῶμεν τὸ ἐν αὐτῷ νόμισμα κείμενον ἀτενίζοντες ἐπὶ πλεῖστον, ἕως ἂν αἱ συμβολαὶ τῶν ἀκτίνων ἐν ἐκείνῳ γένωνται τῷ μέρει, ἔνθα κεῖται τὸ νόμισμα etc., vgl. unten S. 141, 38 ff. Theon ist ja als Lehrer und Herausgeber auch anderer Schriften bekannt. — Ich lasse nunmehr das Stück selbst folgen (vgl. Schneider Ecl. I S. 381—84).

Ἀποδεικνὺς τὰ κατὰ τὴν ὄψιν παραμυθίας ἐκόμιζέ τινας προσεπιλογιζόμενος, ὅτι κατ' εὐθείας γραμμὰς πᾶν φῶς

Wenn er die Beweise der Optik vortrug, führte er einige Wahrscheinlichkeitsgründe an, indem er des näheren zu bedenken gab, dafs alles Licht

3. ὅτι] διότι cod. Bodl.

1) Wenn Bartholin S. 138 behauptet, dafs alle codices die Überschrift ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως haben, so scheint eine Verwechselung mit den στοιχεῖα stattzuhaben; diese Überschrift kommt in meinen Quellen gar nicht vor.

φέρεται· σημεῖον δὲ τούτου μέγιστον τάς τ' ἀπὸ τῶν σωμάτων ἀπορριπτουμένας σκιὰς καὶ τὰς ἀπὸ τῶν θυρίδων καὶ ὀπῶν φερομένας αὐγὰς κομίζει. ἕκαστον γὰρ τούτων οὐκ ἂν ἐγίνετο, καθάπερ νῦν θεωρεῖται γινόμενον, εἴπερ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ ἡλίου φερόμεναι ἀκτῖνες κατά τινας εὐθείας ἐφέροντο. ἔτι τε τῶν παρ' ἡμῖν πυρῶν τὰς ἀποστελλομένας ἔφασκεν αὐγὰς αἰτίας εἶναι τοῦ τε φωτίζεσθαί τινα τῶν παρακειμένων σωμάτων καὶ ἀπορριπτεῖν σκιάς, τὰς μὲν ἴσας τοῖς ὑποκειμένοις σώμασι, τὰς δὲ μείζονας, τὰς δὲ ἐλάσσονας τῶν ὑποκειμένων σωμάτων· καὶ ἴσας μὲν ἀπορριπτεῖν σκιάς, ὅσα τοῖς φωτοῖς φωτίζουσί τε πυροῖς ἴσα ἐστί, τάς τ' ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων συμβαίνειν παραλλήλους γίνεσθαι καὶ μὴ συνάπτουσας ἑαυταῖς μειοῦν τὴν σκίαν μήτε μὴν ἐξαπλουμένας αὔξειν, ἀλλ' οἷόν ἐστι τὸ ἐπιπροσθοῦν, τοιαύτην καὶ τῆς σκιᾶς συμμετρίαν φυλάσσειν. ἐλάσσονες δὲ αἱ τῶν σωμάτων σκιαί εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ μείζονα ᾖ· τὰς γὰρ ἐσχάτας ἀκτῖνας συμπίπτειν ἑαυταῖς· διὸ δὴ καὶ μειοῦν τὰς σκιάς. μείζους δὲ τῶν σωμάτων αἱ σκιαί εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ ἐλάσσονα ᾖ· τὰς γὰρ ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων ἐξαπλοῦσθαι συμβαίνει

nach Geraden sich bewegt; und als einen Hauptbeweis führt er sowohl die von den körperlichen Gegenständen geworfenen Schatten an als auch die von den Fensteröffnungen und Löchern ausgehenden Strahlen. Denn dies alles würde nicht so geschehen, wie es jetzt wahrgenommen wird, wenn nicht die von der Sonne ausgehenden Lichtstrahlen sich nach Geraden bewegten. Dann bemerkte er dazu noch, dafs die von dem in uns seienden Feuer ausgesandten Strahlen die Ursache dazu seien, dafs einige der vorliegenden Gegenstände beleuchtet werden und Schatten werfen, die teils den vorliegenden Gegenständen gleich, teils gröfser, teils kleiner als dieselben seien. Und gleiche Schatten werfen alle Gegenstände, die dem Lichte oder beleuchtenden Feuer gleich seien, und bei diesen sei es der Fall, dafs die äussersten Lichtstrahlen parallel seien und weder mit einander zusammenlaufend den Schatten kleiner machten noch aus einander gehend denselben vergröfserten, aber wie der dem Lichte in den Weg tretende Körper sei, dieselben Verhältnisse des Schattens werde er auch bewahren. Kleiner aber seien die Schatten der Gegenstände, wenn das beleuchtende Feuer gröfser sei; dann fallen nämlich die äufsersten Strahlen zusammen und machen so die Schatten kleiner. Gröfser aber sind die Schatten, wenn das beleuchtende Feuer kleiner ist; hier gehen nämlich die äufserten Strahlen aus einander und machen den beschatteten Teil gröfser. Dieses aber könnte durchaus nicht eintref-

3. ἀπορριπτομένας Gregorius. 6. γάρ] δέ vulgo (Pena, Dasypodius, Gregorius, Schneider). 11. ἔτι] ἐπί vulgo. 12. τάς] om. Gregorius. 22. φωτοῖς u. τε Z. 23 tilgt Schneider. 27. ἑαυταῖς] ἑαυτάς vulgo.

καὶ μεῖζον τὸ σκιαζόμενον μέρος ἀποτελεῖν. οὐδέποτε δ' ἂν τοῦτο συμβαίνειν, εἰ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ πυρὸς φερόμεναι ἀκτῖνες ἐπ' εὐθείας ἐφέροντο. ἐκφανέστατα δὲ τούτων πάντων τοῦτο ἐπὶ τῶν κατασκευαστῶς γινομένων θεωρεῖσθαι συμβαίνει. λύχνου γὰρ ὁπωσδηποτοῦν κειμένου εἰ προτεθείη τούτου πτυχίον ἔχον ἐντομὴν λεπτοῦ πριονίου ὥστε καὶ τὴν ἐντομὴν κατὰ μέσον τοῦ λύχνου πίπτειν, τῷ δὲ πτυχίῳ τούτῳ κατὰ τὰ ἕτερα μέρη παρατεθείη πτυχίον ἔγγιον, ᾧ προσπεσεῖται ἡ αὐγὴ ἡ διὰ τῆς ἐντομῆς φερομένη, πάντως τὴν προσπίπτουσαν αὐγὴν τῷ πτυχίῳ εὐθείαις γραμμαῖς περιεχομένην εὑρήσομεν καὶ τὴν ἐπιζευγνύουσαν τό τε μέσον τοῦ λύχνου καὶ τὴν ἐντομὴν τοῦ πτυχίου κατὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν οὖσαν.

fen, wenn nicht die vom Feuer ausgehenden Strahlen nach Geraden sich bewegten. Am klarsten kann dieses durch mechanische Vorrichtungen erkannt werden. Es sei nämlich eine Lampe irgendwie dahingestellt; wenn nun vor dieser ein Täfelchen mit einem von einer feinen Säge hervorgebrachten Einschitt gestellt wird, so dafs der Einschnitt vor der Mitte der Lampe falle, und neben diesem Täfelchen auf der anderen Seite ein anderes Täfelchen in ziemlicher Nähe angebracht wird, das der durch den Einschnitt gehende Strahl treffen wird, werden wir immer finden, dafs der das [hintere] Täfelchen treffende Strahl von Geraden begrenzt wird, und dafs die die Mitte der Lampe und den Einschnitt des Täfelchens verbindende Gerade [mit jenem Strahl] eine Gerade bildet.

Ἐναργοῦς οὖν ὄντος τοῦ, ὅτι πᾶν φῶς κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν φέρεται, καὶ πᾶσι προδήλου μεταβαίνων ἐπὶ τὴν ὄψιν ἠξίου καὶ τὰς ἀπ' αὐτῆς ἐκχεομένας ἀκτῖνας ὁμολογεῖν κατ' εὐθείας φέρεσθαι γραμμὰς καὶ ταύτας ἐν διαστήματι, καὶ διὰ τοῦτο μηδὲ τὰ ὁρώμενα ἅμα ὅλα ὁρᾶσθαι, ὑπόμνησιν φέρων τοιαύτην. πολλάκις γὰρ βελόνης ἤ τινος τοιούτου ἑτέρου σωματίου ἐκριφέντας εἰς τὸ ἔδαφος φιλοτιμότερόν τινες προσεκάθισαν τῇ ζητήσει καὶ τὸν αὐτὸν

Wenn es also klar und allen deutlich war, dafs alles Licht nach Geraden sich bewegt, ging er zum Auge über und stellte die Forderung auf, man müsse ihm zugestehen, dafs auch die vom Auge ausgehenden Lichtstrahlen nach Geraden sich bewegen und zwar mit Zwischenräumen; und dafs daher das Gesehene auch nicht auf einmal vollständig gesehen werde, indem er Folgendes erinnerte. Wenn eine Nadel oder sonst ein kleiner Gegenstand auf den Fufsboden geworfen sei, könne man sich oft eifrig an die Auffindung machen und auf dieselbe Weise öfters nach-

11. τούτου] τούτῳ vulgo. 12. ἐντομήν] „al. ἐπιτομήν" Gregorius. διὰ λεπτοῦ Schneider. 34. διαστήμασι cod. Bodl. 36. τὰ ὁρώμενα μὴ ἅμα cod. Savil. 41. προσεκάθισαν] προσηκάθισαν Gregorius.

τρόπον πολλάκις ἐμάτευσαν οὐδενὸς ἐπιπροσθοῦντος τῷ ζητουμένῳ σωματίῳ· εἶτα μέντοι γε ὕστερον ἐπιβάλλοντες τὴν ὄψιν τῷ τόπῳ, ἐν ᾧπερ ἦν τὸ σωμάτιον, εἶδον τὴν βελόνην. δῆλον οὖν, ὡς ὅτε οὐχ ἑωρᾶτο τὸ ἐξερριμένον, οὐδὲ ὁ τόπος, ἐν ᾧ ἦν, ἑωρᾶτο· ὥστε τοῦ ὑπὸ τὴν ὄψιν τοῦ ζητοῦντος κειμένου τόπου μὴ ἅπαντα τὰ μέρη θεωρεῖσθαι. εἰ γὰρ ἐθεωρεῖτο, καὶ τὸ ζητούμενον ἂν ἑωρᾶτο· οὐχ ἑωρᾶτο δέ. ἐπί τε τῶν ἀτενιζόντων τοῖς βιβλίοις συνιστάμενος ἔφασκε μηδὲ τούτους ἂν δύνασθαι πάντα τὰ ἐν τῇ σελίδι γράμματα ὁρᾶν· πολλὰ γοῦν ἀναγκαζομένους δεῖξαι τῶν σπανίως γραφομένων γραμμάτων μὴ δύνασθαι δεῖξαι διὰ τὸ μὴ πρὸς πάντα τὰ γράμματα τὰς ὄψεις φέρεσθαι ἀλλ' ἐκ διαστημάτων ταύτας ὑπάρχειν καὶ πολλὰ τῶν κατατεταγμένων μὴ θεωρεῖν· ὥστε ἐκ τούτου φανερόν ἐστι, διότι οὐδ' ὁ τόπος τῆς σελίδος ὅλος ὁραθήσεται. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων θεαμάτων τὸ αὐτὸ συμβαίνει· ὥστε οὐχ ὁραθήσεται ἅμα ὅλα τὰ ὁρώμενα. δοκεῖ δὲ ὁρᾶσθαι διὰ τὸ κινεῖσθαι τὰς ὄψεις ὑπερβολῇ τάχους[1]) μηδὲν ἀπολειπούσας, τουτέστι κατὰ συνέχειαν παραφερομένας καὶ μὴ ἀλλομένας.

Πρὸς δὲ τὸ μὴ τῇ ὄψει προσπίπτειν τι εἴδωλον ἀπὸ τοῦ

suchen, obschon nichts dem gesuchten Gegenstande im Wege sei, und dann später, wenn man das Auge zufällig auf die Stelle werfe, wo das Gesuchte liege, die Nadel erblicken. Es sei also offenbar, dafs, als das Dahingeworfene nicht erblickt wurde, auch die Stelle, wo es liege, nicht erblickt wurde, und somit werden nicht alle Teile der unter dem Auge des Suchenden liegenden Stelle gesehen. Denn wenn sie gesehen würden, würde auch das Gesuchte erblickt werden; es wurde aber nicht erblickt. Und von den die Bücher unverwandt Betrachtenden sagte er in seiner Beweisführung fortfahrend, dafs auch sie nicht alle Buchstaben der Seite erblicken konnten. Wenn sie nämlich gezwungen wurden, die selteneren Buchstaben zu zeigen, konnten sie es manchmal nicht, weil die Sehestrahlen nicht zu allen Buchstaben reichten, sondern Zwischenräume hatten und viele der unter dem Auge gestellten Gegenstände nicht sahen. Hieraus erhellet also, dafs auch nicht der Raum einer Seite ganz gesehen werde. Und bei den übrigen Objekten des Sehens geschieht dasselbe; also wird das Gesehene nicht auf einmal ganz gesehen. Es scheint aber gesehen zu werden, weil sich die Sehestrahlen aufserordentlich schnell bewegen, indem sich nichts übergehen, d. h. indem sie ununterbrochen neben einander ausgehen und keine Sprünge machen.

Um zu zeigen, dafs nicht vom Gesehenen ein Bild dem Auge zuge-

7. οὖν] om. vulgo. 9. ἑωρᾶτο] ἑωρεῖτο Gregorius. 39. ἀλλομένας] ἀλλοιομένας Dasypodius. 40. μὴ] om. vulgo.

1) Vgl. S. 98, 19.

ὁρωμένου εἰς τὸ κινεῖσθαι αὐτὴν πρὸς τὸ καταλαβεῖν τὸ ὁρώμενον ἔφερεν αἰτίαν τοιαύτην· καὶ γὰρ ἐπὶ τοῦ ζητουμένου σώματος καὶ τοῦ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζοντος ἀπορίαν κομίζων ἔλεγεν· εἰ ἦν κατ' εἰδώλων ἔμπτωσιν τὸ ὁρατικὸν πάθος, καὶ ἀπὸ παντὸς σώματος διηνεκῶς εἴδωλα ἀπέρρει, ἃ κινεῖ ἡμῶν τὴν αἴσθησιν, τίς ἡ αἰτία γίνεται, δι' ἣν οὐχ ὁρᾷ ὅ τε ζητῶν τὴν βελόνην καὶ ὁ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζων πάντα τὰ γράμματα; πότερόν ποτε διὰ τὸ μετεωρίζεσθαι τῇ διανοίᾳ; ἀλλὰ οὐδὲν ἧττον ἐπιλογιζόμενοι ζητοῦσι καὶ ὁλοσχερῶς οὐχ εὑρίσκουσι, πολλάκις δὲ ὁμιλοῦντες ἀλλήλοις καὶ περισπώμενοι τῇ διανοίᾳ εὑρίσκουσι θᾶττον· ἀλλ' οὐ πάντα τὰ εἴδωλα εἰσκρίνεται εἰς τὴν ὅρασιν; καὶ τίς αἰτία τοῦ ἀποκλείεσθαι τὰ μὴ εἰσκρινόμενα; καὶ μὴν τὴν φύσιν ἔφασκε κατὰ τὰ ζῷα τὰ μὲν τῶν αἰσθητηρίων πρὸς ὑποδοχὴν εὔθετα κατεσκευακέναι, τὰ δὲ μή. ἀκοὴν μὲν γὰρ καὶ γεῦσιν καὶ ὄσφρησιν κοῖλα κατεσκεύακεν ἐντός, ὡς ἔξωθεν αὐταῖς προσπίπτει σώματα κινήσοντα τὰς αἰσθήσεις ταύτας. ἀκοῇ μὲν γὰρ φωνὴ προσπίπτουσα τόπον ἐπιτήδειον ὤφειλεν εὑρίσκειν πρὸς τὸ ἀναμεῖναι καὶ μὴ κατὰ τὴν πρόσπτωσιν εὐθέως ἀποπαλθεῖσαν τήν τ' αἴσθησιν ἀκίνητον διαφυλάττειν καὶ τὴν ἐπιφερομένην συγχέαι φωνήν. ὁμοίως δὲ καὶ ὄσ-

führt werde, damit es zum Auffassen des Gesehenen in Bewegung gesetzt werde, brachte er den folgenden Grund vor. Indem er nämlich sowohl von dem gesuchten Gegenstande als von dem das Buch unverwandt Betrachtenden einen Einwurf holte, sagte er: wenn der Prozefs des Sehens durch Zuführung von Bildern geschähe, und von jedem Gegenstande Bilder ununterbrochen ausströmten, die unsere Sinne in Bewegung setzten, was wäre denn die Ursache, warum der Suchende die Nadel nicht sieht und der das Buch unverwandt Betrachtende nicht alle Buchstaben? Vielleicht, weil man im Gedanken abwesend ist? Aber auch wenn man die Aufmerksamkeit daran wendet, kann man doch nichts desto weniger suchen und gar nicht finden, und oft findet man schneller, wenn man mit anderen zusammen und zerstreut ist. Oder dringen vielleicht nicht alle Bilder in das Gesicht hinein? Was ist dann die Ursache, dafs das nicht eindringende ausgeschlossen wird? Dann bemerkte er dazu noch, dafs die Natur einige der Sinneswerkzeuge zum Empfang bequem eingerichtet habe, andere aber nicht. Denn Gehör, Geschmack und Geruch habe sie nach innen hohl eingerichtet, weil die diese Sinne in Bewegung setzende Gegenstände von aufsen her zugeführt werden. Denn die Stimme, die dem Gehör zugeführt wird, mufste eine geeignete Stelle finden um zu bleiben und nicht sofort beim Zuführen abprallend den Sinn unbewegt zu belassen und den das Ohr treffenden Schall zu vernichten. Ebenso mit dem Geruch. Denn beim Geschmack

18. ζητοῦσι τοῦτο Schneider. 34. προσπίπτειν vulgo.

φρησιν. ἐπὶ μὲν γὰρ γεύσεως τί δεῖ λέγειν; διὸ καὶ μάλιστά πως αὗται αἱ αἰσθήσεις κοῖλαί τε καὶ ἀντροειδεῖς κατεσκευάσθησαν πρὸς τὸ ἐμμένειν τὰ προσπίπτοντα σώματα πλείονα χρόνον. καὶ ἐπὶ τῆς ὁράσεως οὖν, εἴπερ ἔξωθεν αὐτῇ προσέπιπτε τὰ κινήσοντα αὐτὴν σώματα καὶ μὴ αὐτὴ ἐξαπέστελλέ τι ἀφ' ἑαυτῆς, ἔδει τὴν κατασκευὴν αὐτῆς κοίλην τε καὶ εὔθετον πρὸς ὑποδοχὴν τῶν προσπιπτόντων σωμάτων εἶναι. νυνὶ δὲ θεωρεῖται τοῦτο μὴ οὕτως ἔχον, ἀλλὰ μᾶλλον σφαιροειδὴς οὖσα θεωρεῖται ἡ ὅρασις.[1]

Πρὸς οὖν τὸ πιστὸν εἶναι κατὰ τὸ παρὸν τὸ ἀκτῖνας εἶναι τὰς ἐκχεομένας καὶ κινούσας τὸ ὁρατικὸν πάθος ἀρκούντως ἐδόκει εἰρῆσθαι. πρὸς δὲ τὸ τὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς ὄψεσι κειμένας περιφερείας εὐθείας φαίνεσθαι[2] ἔλεγε τάδε· διότι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένη ὄψις ᾡτινιοῦν θεωρητῷ τοιαύτη ἐστὶν ὥστε μήτε ὑψηλοτέρα εἶναι τοῦ θεωρουμένου μήτε ταπεινοτέρα· τὸ γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κεῖσθαι τοῦτ' ἔστιν. εἰ οὖν οὔτε ταπεινοτέρα οὔτε ὑψηλοτέρα ἐστὶν ἡ ὄψις τῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεγραμμένης περιφερείας, οὐχὶ τοῖσδε μὲν τοῖς μέρεσιν ὑψηλοτέρας προσβάλλει ἀκτῖνας, τοῖσδε δὲ ταπεινοτέρας, ἀλλὰ πᾶσι τοῖς μέρεσι τῆς περιφερείας ἴσας τὰς διὰ τοῦ ἐπιπέδου φερομένας ἀκτῖνας

bedarf es keiner Erörterung. Deshalb sind auch eben die Werkzeuge dieser Sinnen hohl und gewölbeähnlich eingerichtet, damit die zugeführten Gegenstände längere Zeit bleiben. Was nun das Gesicht betrifft, müfste, wenn die es in Bewegung setzenden Gegenstände wirklich von aufsen her hinzugeführt wurden und es nichts von sich heraus ausgehen liefse, die Einrichtung desselben ebenso hohl und zum Empfang der hinzugeführten Gegenstände geeignet sein. Nun ist es ja aber ersichtlich, dafs dem nicht so ist, sondern das Werkzeug des Gesichts eher die Gestalt einer Kugel hat.

Zur vorläufigen Begründung davon, dafs vom Auge Strahlen ausgehen und den Prozefs des Sehens in Bewegung setzen, schien ihm hinlänglich gesprochen. Um aber zu begründen, dafs Kreisbogen, die in der Ebene der Augen liegen, als Gerade erscheinen, sagte er, wie folgt: dafs ein in der Ebene eines beliebigen sichtbaren Gegenstandes gelegenes Auge ein solches sei, das weder höher noch niedriger sei als das Gesehene; dies sei nämlich die Bedeutung des Ausdrucks: in *einer* Ebene liegen. Wenn also das Auge weder höher noch niedriger sei als der in der Ebene gezeichnete Kreisbogen, könne es nicht auf einige Teile derselben höhere, auf andere niedrigere Strahlen werfen, sondern müsse die durch die Ebene sich bewegenden Strahlen auf alle Teile des Bogens gleich werfen. Derselbe Grund bewirkt also, dafs die Ebene

39. τοῖσδε δέ] τοῖς δέ vulgo.

1) Vgl. Damianus I, 1.
2) Vgl. oben prop. 23 S. 102.

προσβάλλει· ὥστε τὴν αὐτὴν γίνεσθαι αἰτίαν τοῦ τε τὸ ἐπίπεδον εὐθείας φαντασίαν ἀπολιπεῖν καὶ τὴν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεγραμμένην περιφέρειαν. καὶ γὰρ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπ' εὐθείας κείμενον τῇ ὄψει αὐτὸ μὲν ἀθεώρητόν ἐστι διὰ τὸ μὴ προσπίπτειν αὐτῷ μηδεμίαν τῶν ἀπὸ τῆς ὄψεως ἐκχεομένων ἀκτίνων, τὸ δὲ πέρας αὐτοῦ θεωρεῖται, ὅπερ ἐστὶν ἡ γραμμή. λέγει δὲ [διὰ τὸ] τὴν πρὸς τῇ ὄψει κειμένην γραμμήν, ἥτις τοῖς λοιποῖς τοῦ ἐπιπέδου μέρεσιν ἐπιπροσθοῦσα ἀθεώρητον ποιεῖ τὸ ἐπίπεδον. ἡ δὲ αὐτὴ αἰτία, ἥπερ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπ' εὐθείας κείμενον τῷ ὄμματι ποιεῖ εὐθείας ἀποδιδόναι φαντασίαν, καὶ τῶν περιφερειῶν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ ὄμματι †.

die Vorstellung einer Geraden hervorbringt, und der in der Ebene beschriebene Kreisbogen ebenso. Denn auch die in derselben Geraden mit dem Auge liegende Ebene ist selbst unsichtbar, weil keiner der vom Auge ausgehenden Strahlen sie trifft, ihre Grenze aber, d. h. die Gerade, wird gesehen (er meint die dem Auge am nächsten gelegene Gerade, die, indem sie den übrigen Teilen der Ebene in den Weg kommt, die Ebene unsichtbar macht). Und derselbe Grund, der die in derselben Geraden mit dem Auge liegende Ebene die Vorstellung einer Geraden hervorbringen läfst, bewirkt dieselbe Vorstellung bei den in derselben Ebene mit dem Auge liegenden Kreisbogen.

Φαίνεσθαι δὴ[1]) *τὸ μὲν μεῖζον, ὅταν πλείονες ὄψεις ἐπιβάλλωσι, τὸ δὲ ἴσον, ὅταν ἴσαι, τὸ δὲ ἔλασσον, ὅταν ἐλάσσονες γίγνωνται τῶν ὄψεων οἷον γωνίαι τινὲς*[2]) *πρὸς τῷ ὄμματι.*

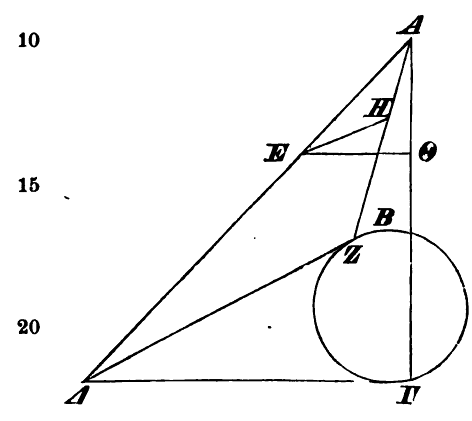
Die Gegenstände erscheinen grösser, wenn mehr Sehestrahlen sie treffen, gleich, wenn gleiche, kleiner aber, wenn die von den Sehestrahlen am Auge gebildeten gleichsam Winkel kleiner sind.

Wir haben gesehen, dafs diese Einleitung wahrscheinlich nach dem mündlichen Vortrage Theons niedergeschrieben ist.[3]) Da sie

1. *προβάλλει* Gregorius. 13. *γραμμή*] *περιφέρεια* cod. Savil. 14. *τό*] om. cod. Savil. 15. *κειμένην*] cod. Savil.; *μένειν* vulgo. 16. *τοῖς*] om Dasypodius. 17. *μέρεσιν*] *μέσιν* Dasyp. 19. *ἥπερ*] *ἡ περί* vulgo; *ἢ περί* Schneider. *τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπ' εὐθείας κείμενον*] *τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐπ' εὐθείας κειμένου* vulgo. 24. Hier scheint eine Lücke zu sein, etwa (*ὄμματι*) *εὐθείας φαντασίαν ποιεῖ φαίνεσθαι.* 26. *πλείονες*] stimmt nicht zum Folgenden; man sollte *μείζονες* erwarten, aber dazu pafst *ὄψεις* nicht. 29. *γίνονται* Dasypodius, *γίνωνται* Schneider.

1) Vgl. Hypoth. 4.
2) Vgl. Hypoth. 7.
3) Dafs solche Vorträge von Schülern herausgegeben wurden und bis jetzt erhalten sind, ist auch sonst bezeugt. Vor der Einleitung zu

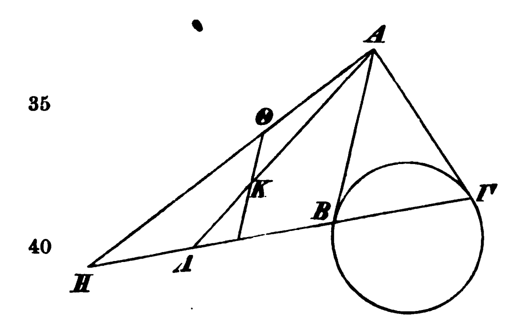
ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΖ, ΔΓ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν Ζ, Γ πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου τὴν Α πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΖΑ, ΓΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω τό τε διὰ τῶν ΔΖ, ΖΑ ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν ΓΔ, ΓΑ. ποιήσει ἄρα τὴν κοινὴν τομὴν εὐθεῖαν. ἔστω ἡ ΑΕΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς ΑΕΔ κατατεθῇ τὸ ὄμμα, τὸ ἴσον τοῦ κώνου ὀφθήσεται, ὅσον καὶ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΔΖ ἀκτίνων ἐβλέπετο. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΑΕΔ τὸ ὄμμα τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες πρὸς τὸν κῶνον. ἐλεύσονται δὴ κατὰ τὰς ΑΖ, ΑΓ, ἐπειδήπερ ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου κεῖται τὸ ὄμμα, κατ' εὐθείας δὲ γραμμὰς φέρονται αἱ ὄψεις. εἰ γὰρ ἐκτὸς πεσοῦνται τῶν ΑΓ, ΑΖ, κλασθήσονται αἱ ὄψεις· ὅπερ ἄτοπον. ἔστωσαν οὖν αἱ ΕΘ, ΒΗ. ἐπεὶ οὖν ἐπὶ παραλλήλου μὲν ἐπιπέδου κατ' εὐθείας γραμμὰς φέρονται αἱ ὄψεις, τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται, ὅσαι δ' ἂν ὄψεις ἐπὶ τῆς ΑΕΔ εὐθείας τεθῶσι παράλληλοι, ἴσας γωνίας περιέχουσι, τὸ ἴσον ἄρα τοῦ κώνου ὀφθήσεται [ὅπερ ἴσον ὁρῶσιν, ἔλασσον δὲ τοῦ κώνου ὁρῶσιν, ὥστε καὶ τὸ ἔλαττον ὀφθήσεται τοῦ κώνου].



λδ'.

Πάλιν δέ γε τοῦ ὄμματος μετατεθέντος ἀπὸ τοῦ ταπεινοῦ μετεώρου μὲν τοῦ ὄμματος τεθέντος μεῖζον μὲν ἔσται τοῦ κώνου τὸ ὁρώμενον, δόξει δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ταπεινοτέρου δὲ ἔλασσον μὲν ἔσται, δόξει δὲ μεῖζον φαίνεσθαι.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἔστωσαν αἱ πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΒΑ, ΑΓ. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΒΓ ἡ ΒΗ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ τυχόντος τοῦ Θ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΘΚ. λέγω, ὅτι μεῖζον μὲν ἔσται, ἔλασσον δὲ ὀφθήσεται



3. ΔΓ] ex δν. 16. ἐκτός] ν supra scripsit m. 2. 17. ΑΓ, ΑΖ] m. 2; αγζ m. 1. 27. λδ'] λζ'. 28. δέ γε] scriptura incerta est.

was sich auf die näheren Bestimmungen in prop. 45 (46 Greg.) *ποτὲ μὲν ἴσον ποτὲ δὲ ἄνισον* bezieht, die aber Theon wegläſst.

Übrigens ist die Optik, wie sie von Pena herausgegeben ist, nicht einmal für Theon gut genug. Das darf aber teils dem reproducierenden Schüler (die Citate bei Theon selbst oben S. 130 stehen ja zum Teil dem Vindobon. näher), teils den schlechten Handschriften, die Pena benutzte, zur Last gelegt werden. Es unterliegt keinem Zweifel, daſs auch die Recension Theons nach den vielen, wenn auch jungen[1]) Handschriften in einer weit besseren Gestalt gegeben werden könne, als sie bei Pena erscheint. Die Verschiedenheit der Handschriften scheint bedeutend zu sein. Es mag hier nur erwähnt werden, daſs einige derselben von der alten Redaktion des Vindobon. beeinfluſst sind. In prop. 8 (7 Gregor.), wo die Fassung übrigens fast in allen Handschriften ein wenig von Gregorius-Pena abweicht, dadurch, daſs die Winkel $BK\Gamma$, ΔKZ als φ und σ bezeichnet werden, hat z. B. cod. Flor. XXVIII, 10 nach dem Beweise der Vulgata die Bemerkung *ἔν τισι τῶν ἀντιγράφων μετὰ τὴν πρότασιν ἔχει ἡ τοῦ θεωρήματος ἔκθεσις καί δεῖξις οὕτω*, es folgt dann der Beweis des Vindobonensis oben S. 96. Dieselbe Handschrift hat hier in der *πρότασις* nach *τεθέντα* noch: *μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις τεθέντα καὶ ἄνισον διεστηκότα τοῦ ὄμματος*, was derselben Quelle entstammt (s. oben S. 95, 40). Auch in cod. Venet. Marc. CCCIV saec. XV hat Bessarion zu prop. 7 dieselbe Bemerkung beigeschrieben, die aus cod. Florent. soeben angeführt wurde (Morelli bibl. ms. I p. 178). In cod. Paris. 2107 saec. XV folgt in prop. 7 nach dem gewöhnlichen Beweis noch ein zweiter, der zwar nicht den Wortlaut des echten wiedergiebt, aber doch, namentlich in der beigefügten Figur unverkennbare Übereinstimmung mit ihm besitzt: *ἐγράφθω περὶ τὸ τρίγωνον κύκλος ὁ βζκ καὶ ἐκβεβλήσθω αἱ κδ, κγ ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ νξ. καὶ ἐπὶ ἀμβλεῖα δείκνυται ἡ ὑπὸ ζδν ὡς ἐκτὸς οὖσα, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ δ τῇ ζδ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἔσται ὡς ἡ δλ. πάλιν ἐπεὶ ἀμβλεῖα δείκνυται ἡ γ ὡς ἐκτὸς οὖσα ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς γ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἔσται ὡς ἡ γμ. τούτων δὲ οὕτως ἐχόντων δειχθήσεται ἡ ζλν μείζων τῆς ξβ περιφερείας ἐκ τοῦ παρακειμένου λήμματος τοῦ ἐν τῷ δ' θεωρήματι τοῦ γ' βιβλίου τῶν ἀφαιρικῶν· ἴσας γὰρ περιφερείας ἀφαιροῦσιν αἱ κάθετοι· ὥστε καὶ γωνία ἡ .. τῇ φ. ὥστε καὶ ἡ ζδ .. φανήσεται τῆς γβ.* Ich habe Figur und Text so gegeben, wie sie nach der Mitteilung des Hrn. A. Jakob in der Hds. stehen; die Restitution ist leicht.

Von der Differenz der Hds. in Nummerierung der Sätze war

1) Die älteste mir bekannte ist Paris. 2390 saec. XIII ineunte.

schon oben S. 20 die Rede; ich füge hier nur hinzu, dafs cod. Flor. XXVIII, 10 wie Vindobon. mit prop. 6 S. 609, 3 Greg. den VII. Satz beginnt. Dasselbe gilt von der hebräischen Übersetzung der Optik, wovon Steinschneider: Zeitschr. f. Math. u. Phys. 1865 S. 471 berichtet. Dafs auch die lateinische Übersetzung der Optik in cod. Torun. R 4^0—2, wovon s. Curtze, Zeitschr. f. Math. u. Phys. Litteraturztg. 1868 S. 45 ff., die alte Redaktion enthält, ergiebt sich aus dem Fehlen des Proömiums, aus der gröfseren Ausführlichkeit der Beweise und aus der Gestalt von hypoth. 1 (eductas lineas rectas) und prop. 59 (= 61 Vindob., 60 Greg.). Sicher enthält nach den von E. Hiller Philologus 1872 S. 172 mitgeteilten Varianten auch cod. Venet. Marc. CCCIII saec. XIV, worin ebenfalls keine Einleitung sich findet, die ältere Fassung.

Zum Feststellen des Verhältnisses der Handschriften im einzelnen reicht mein Material leider noch nicht aus.

B.

Während wir in der Optik, wie sie jetzt vorliegt, unbedenklich ein Werk Euklids erkennen dürfen, wenn auch in nicht ganz befriedigender Überlieferung, steht bei der Katoptrik die Sache wesentlich anders.

Diese kleine Schrift erschien griechisch zuerst im Jahre 1557 in zwei Ausgaben, die beide den Namen einer editio princeps beanspruchen, die eine von Pena mit der Optik (s. oben S. 91), die andere von Dasypodius: Euclidis catoptrica, id est elementa eius scientiae, qua universa speculorum uis atque natura explicatur: primum Graece antehac nunquam in lucem aedita et nunc noua translatione per Conradum Dasypodium in Latinam linguam translata. Argentorati 1557. 4 (die Vorrede datiert: quarto Idus Februarii 1557). Dasypodius gab dann noch 1571 die Sätze allein heraus (s. S. 91). Der Ausgabe Penas ist Gregorius gefolgt. Die Sätze allein bei Schneider Ecl. I S. 391 ff. mit Kommentar II S. 226 ff. Lateinische Übersetzungen von Georg Valla (Bruchstücke, s. Neue Jahrbücher Suppl. XII S. 395), Zambertus, Pena (s. oben S. 91) und bei Dasypodius (1557). Der Text der vollständigen Ausgabe von Dasypodius ist in Einzelheiten viel besser und genauer, aber sowohl Valla als Zambertus haben Handschriften vor sich gehabt, die den von Pena benutzten ähnlich waren. Zur Probe will ich die Varianten des Dasypodius zu den Hypotheses und den 4 ersten Sätzen anführen; ich habe bei der Vergleichung Pena benutzt, citiere aber nach Gregorius.

S. 645, 1: *θέσεις*] om. Dasypodius (und Pena).
2: *ὑποκείσθω*] om. Dasyp.
S. 645, 5: *εὐθεῖαν*] *εὐθείας*.
9: *γίνονται*] *γίγνονται*.
10: *θεωροῦντος*—11: *καὶ*[1])

1) Die beiden Berichtigungen des Gregorius S. 645, 11: *τὸ τοῦ θεω-*

τοῦ] om. Dasyp. (aus Versehen).
S. 645, 14: φαινόμενα] om. (auch Pena).
25: ὄντος] om.
ἐγχυθῇ] ἐγχεθῇ τῷ ἀγγείῳ.[1])
S. 646, 6: ἀνακλάσθω] ἀνακεκλάσθω.
9: ἤχθωσαν] ἤχθωσαν γάρ.
11: πρὸς ΓΚ] πρὸς τὴν ΓΚ.
12: πρὸς ΔΚ] πρὸς τὴν ΔΚ.
13: ὑπέκειτο] ὑπόκειται.
15: ἄρα] ἄρα ἐστίν.
Ζ] Ζ γωνίᾳ.
ὅμοια] ὅμοια τρίγωνα.
17: ἐν τῷ etc.] om.
18: δή] δέ.
21: ΟΔ] ζλ.
22: γωνίᾳ] om.
23: ἴση ἄρα] καὶ ἐπεὶ ἴση.
24: Θ] ὑπὸ μκβ.
Δ] ὑπὸ νκδ.
25: Ε] ὑπὸ γμκ.
Ο] ὑπὸ ακν.
26: ΕΘ] ὑπὸ βκγ.
27: ὅλῃ τῇ ΔΟ] τῇ ὑπὸ δκα.
28: ἐν τῷ etc.] om.
29: δέ] δή.
31: Θ] ὑπὸ βκγ.
32: Δ] ὑπὸ δκα.
34: ΘΕ] ὑπὸ βκμ.
ΔΟ] ὑπὸ δκν.
35: καί] om.
Ε] ὑπὸ γκμ.
Ο] ὑπὸ ακν.
S. 646, 36: Θ] ὑπὸ βκγ.
Δ] ὑπὸ δκα.
ἔσται] ἐστιν.
38: ὄψις] ἡ ὄψις.
41: ΑΚΓ] αγ.
S. 647, 1: τὴν ΕΖ τῇ Θ] τὰς ὑπὸ ακβ, γκβ.
2: ἑαυτήν] ἑαυτῆς.
τοῦτ' ἐστιν] τουτέστι.
7: Ζ] ὑπὸ ακδ.
8: Θ] ὑπὸ γκβ.
ΕΖ] ὑπὸ ακβ.
9: γωνία] om.
Θ] ὑπὸ γκβ.
ΕΖ] ὑπὸ ακβ.
10: Ζ] ὑπὸ ακδ.
γωνίᾳ] om.
ἔσται] ἐστίν.
12: δι'] ὄψις ἐφ'.
14: ἁρμόσειεν] ἁρμόσειε καί.
18: ἀνίσας] ἀνίσους.
ποιῇ] ποιεῖ.
22: Ζ] ὑπὸ ακβ.
ΘΔ] ὑπὸ γκβ.
23: οὔτε] οὔτε αὐτή.
24: τὴν ΘΔ] τῆς ὑπὸ βκγ.
25: γωνίαν] γωνίας.
26: ΒΚ] Β, ἔσται.
27: Ζ] ὑπὸ ακβ.
ΘΔ] ὑπὸ γκβ.
30: Δ] θ.
31: τήν] τῆς.
32: μείζονα γωνίαν] μείζονος γωνίας.
τὴν Ζ] τῆς ὑπὸ ακβ.
40: πάλιν] om.
46: Ζ] μὲν ὑπὸ βγζ.
47: Θ] ὑπὸ δγα.
Κ] ὑπὸ βαγ.

ροῦντος (τό om. Pena) und 645, 12 ὕψος (ὕψους Pena) hat schon Dasypodius, nicht aber οὕτως S. 646, 11 (om. Pena). S. 646, 29 fehlt ἔνοπτρον nach κοῖλον nur aus Versehen bei Gregorius; es steht bei Pena und Dasypodius.

1) Sonderbar genug hat Dasypodius in der Ausgabe von 1571 Penas Text vollständig aufgenommen, nur nicht ἐγχυθῇ hier.

S. 647, 47: M] ὑπὸ αεη.
S. 648, 1: Z] ὑπὸ βγζ.
K] ὑπὸ βαγ.
ἐν τῷ] τοῦ.
2: τριγώνῳ] τριγώνου.
ἂν εἴη] ἄρα ἐστί.
Θ] ὑπὸ δγα.
M] ὑπὸ εαη.
4: Δ] Δ ἀλλήλαις.
5: ἐν τῷ etc.] om.
6: ἔστω] ἔστω δή.
ΑΗΖΓ] αηγ.
8: ΗΕ] εη.
13: τὰ μέρη] κατὰ τὰ θκ σημεῖα.
ἐπεὶ] καὶ ἐπεί.
14: ΒΖΓ] μὲν ὑπὸ βζθ γωνία.
ΔΖΑ] ὑπὸ δζκ, ἡ δὲ ὑπὸ βηθ τῇ ὑπὸ εημ.
S. 648, 16: εἴη ἂν μείζων ἡ ΔΖΜ τῆς ΒΖΚ. ἡ δὲ ΒΖΚ τῆς ΒΗΜ ἐστι μείζων, ἡ δὲ ΒΗΜ τῆς ΕΗΑ μείζων· αὐτὴ γὰρ ἡ ΒΗΑ ἴση ἐστὶ τῇ ΕΗΑ. μείζων ἄρα ἡ ΔΖΜ τῆς ΕΗΑ. πολλῷ ἄρα ἡ ΔΖΜ τῆς ΕΗΟ μείζων ἐστίν] μείζων δὲ ἡ ὑπὸ βζθ γωνία τῆς ὑπὸ βηθ, εἴη ἂν ἡ ὑπὸ δζκ μείζων τῆς ὑπὸ εημ.
23: ΖΔ, ΗΕ] δζ, εη.[1]

Zwar sind nicht alle diese Varianten mit Verbesserungen gleichbedeutend (absolut unrichtig sind deren doch nur ein paar). Aber so viel ersieht man doch daraus, dafs Dasypodius bessere Quellen hatte als Pena, dessen Handschriften hier wie bei der Optik ausnehmend schlecht gewesen sein müssen. Hierdurch wird also bestätigt, was man mit Sicherheit vermuten konnte, dafs der Text der Katoptrik, wenn auch nicht wie der der Optik ganz neu geschaffen werden kann, doch aus Handschriften bedeutende Verbesserungen zu erwarten hat, was auch August Eucl. I p. XIII für die älteste der bis jetzt bekannten Handschriften, cod. Monac. 361 saec. XIII, andeutet.[2] Es würde also unerlaubt sein nach der vorliegenden Gestalt der Katoptrik aus Terminologie, Mangelhaftigkeit der Beweise u. dgl. Gründe gegen die Echtheit derselben holen zu wollen. Auch die positiven Unrichtigkeiten, die zahlreicher und ärger als in der Optik sind (s. hierüber Wilde: Optik d. Gr. S. 16 ff., Schneider II S. 233 ff.), liefern keinen entscheidenden Beweis der Unechtheit, wie schon oben S. 90 bemerkt wurde. Da ich für die Katoptrik keinerlei Handschriftenmaterial besitze, kann ich den stringenten Nachweis meiner Ansicht, dafs

1) Die Sätze, bei Gregorius als πρότασις α' etc. benannt, werden bei Pena θεώρημα α' etc. überschrieben, bei Dasypadius nur mit Nummer. Was bei Gregorius in θέσεις und φαινόμενα getrennt ist, haben Pena und Dasypodius mit fortlaufender Nummerierung ohne Überschrift (Pena 7, Dasyp. nur 6).

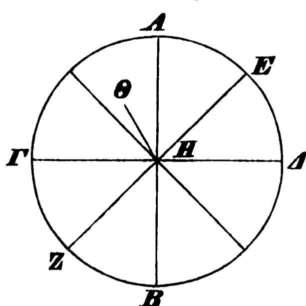
2) Vgl. die von Hiller im Philologus 1872 S. 172 aus cod. Venet. Marc. CCCIII mitgeteilten Lesarten (S. 645, 2 ὑποκείσθω om., 645, 5 εὐθείας, beides wie Dasypodius).

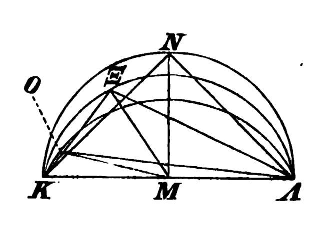
die Katoptrik nicht von Euklid herrühre, jetzt nicht geben, da derselbe meines Erachtens nur durch eine Vergleichung der Terminologie mit der in der zweifellos echten Optik angewandten zu ermitteln ist, und von der Terminologie kann, wie gesagt, erst nach Feststellung des Textes ein gegründetes Urteil gefällt werden. Aber selbst wenn wir auf die genannten Beweismittel verzichten, können wir einen hohen Grad der Wahrscheinlichkeit dafür erreichen, dafs Euklid nicht Verfasser der auf uns gekommenen Katoptrik ist. Es ist nämlich schon an und für sich befremdend, dafs sie von keinem einzigen alten Schriftsteller citiert wird. Und ein besonderes Gewicht bekommt dieser Umstand dadurch, dafs für Dinge, die in der Euklidischen Katoptrik stehen, andere Quellen genannt werden. So citiert Olympiodorus Comment. in Aristotel. meteorol. II S. 94 ed. Ideler für das Experiment mit dem in einem Gefäfse angebrachten Fingerring, der durch Aufgiefsen von Wasser in einem Abstand sichtbar wird, wo er sonst nicht gesehen wurde, als Quelle den Archimedes (*ἄλλως τε καὶ Ἀρχιμήδης αὐτὸ τοῦτο δείκνυσιν, ὅτι κλᾶται ἡ ὄψις, ἐκ τοῦ δακτυλίου τοῦ ἐν ἀγγείῳ βαλλομένου· ἐὰν γὰρ δακτύλιον ἐμβάλῃς ἐν ἀγγείῳ μὴ ἔχοντι ὕδωρ, οὐ φανήσεταί σοι διὰ τὸ ἐπιπροσθεῖν τὸ σῶμα τοῦ ἀγγείου· εἰ δ' ἐμβάλοις ὕδωρ, παραυτὰ φανήσεται τῆς ὄψεως ἐπὶ τὸ ὕδωρ προσπιπτούσης δίκην ἐνόπτρου καὶ ἐπὶ τὸν δακτύλιον κυκλουμένης κατὰ διάκλασιν*). Und doch steht dasselbe als Axiom in der Katoptrik φαινομ. 4 S. 645: *ἐὰν εἰς ἀγγεῖον ἐμβληθῇ τι καὶ λάβῃ ἀπόστημα ὡς μηκέτι ὁρᾶσθαι, τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος ὄντος ἐὰν ὕδωρ ἐγχυθῇ, ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν.*[1]) Ebenso citiert Damianus S. 24 ff. die Katoptrik Herons dafür, dafs ein Strahl sich unter gleichen Winkeln bricht, was den ersten Satz der überlieferten Katoptrik bildet und jedenfalls in der Katoptrik Euklids stand; denn es wird in der Optik prop. 20 benutzt (*ὡς ἐν τοῖς κατοπτρικοῖς λέγεται* oben S. 101, 25). Ich glaube hieraus mit grofser Wahrscheinlichkeit schliefsen zu können, dafs die Katoptrik Euklids dem Olympiodorus und dem Damianus nicht mehr zur Hand war. Ob sie Proklus noch hatte, oder ob er einem älteren Gewährsmanne nur nachspricht, ist mindestens zweifelhaft. Mir ist es am wahrscheinlichsten, dafs die Katoptrik Euklids von dem Werke des Archimedes, das ohne Zweifel bedeutende Fortschritte brachte und jedenfalls sich lange Zeit im Gebrauch hielt (auch citiert von Theon zu Ptolem. S. 10), gänzlich verdrängt wurde und so bald verschwand. Jedenfalls hat sie nie, wie man behauptet, einen Platz in dem *μικρὸς ἀστρονομούμενος* der Alexandriner eingenommen (Fabricius

---

1) Aus derselben Quelle, der diese Bemerkung entnommen ist (Archimedes?), schöpfte offenbar auch Damianus S. 16: *ἐὰν γοῦν εἰς ἀγγεῖον † τι ἐνὸν οὐχ ὁρᾶται, τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος ὄντος ἐὰν ὕδωρ ἐσχεθῇ* (sic), *ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν, ὃ δὴ πρότερον οὐχ ἑωρᾶτο.* Nach *ἀγγεῖον* scheint mir eine Lücke zu sein.

τμῆμα κύκλου τὸ ΝΚΛ. ἔστι δὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ ΜΝ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἔστω δὴ πρὸς τῷ Ν γωνία



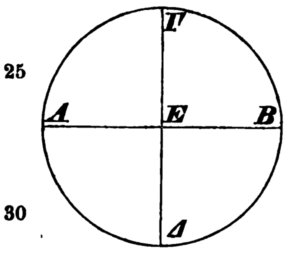


περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΝ, ΛΝ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΔ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΕΗΘ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΚΜΞ, καὶ κείσθω τῇ ΗΘ ἴση ἡ ΜΞ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ξ σημεῖον τὸ ΚΞΛ τμῆμα. ἔστιν ἄρα πρὸς τῷ Ξ σημείῳ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΞΛ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν ΖΘΕ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΘ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΟ, καὶ κείσθω ἡ ΜΟ τῇ ΗΘ ἴση, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ο τμῆμα. ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ Ο γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΟΛ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ γωνίᾳ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ΑΘΒ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἡ πρὸς τῷ Ο τῆς πρὸς τῷ Ξ, ἴση δὲ ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο τῇ πρὸς τῷ Θ περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΘΒ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ξ τῇ πρὸς τῷ Θ περιεχομένῃ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΘΖ, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΑΒ τῆς ΕΖ. πάλιν ἐπεὶ μείζων ἡ πρὸς τῷ Θ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΕΘ, ΘΖ τῆς πρὸς τῷ Θ περιεχομένης δὲ ὑπὸ τῶν ΓΘΔ, μείζων ἄρα ὀφθήσεται ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ :~.

λθ'.

Τῶν ἁρμάτων οἱ τροχοὶ ποτὲ μὲν κυκλοειδεῖς φαίνονται ποτὲ δὲ παρεσπασμένοι.

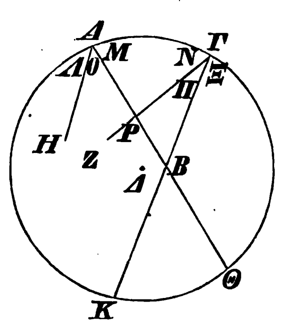
ἔστω τροχὸς ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν διάμετροι αἱ ΒΑ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ κείσθω ὄμμα μὴ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ ἢ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται· ὥστε ὁ τροχὸς κυκλοειδὴς φαίνεται. ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται, μία μὲν μεγίστη μία δὲ



2. ἔστω] scrib. ἔσται. τῷ] corr. ex τό. 3. ΛΝ] in ras. 5. ΚΜΞ] Μ in ras. est. 12. Ο] corr. ex β. 18. λθ'] με'. 25. ἢ ἴση — ἐπιπέδῳ lin. 29] om. 30. μήτε] in ras. 31. ἄνισοι] πᾶσαι.

usw. Gleich nachher hat Pena unrichtig ἐκτὸς statt ἐντὸς[1]; Savilius hat mit Recht diese Worte als unecht bezeichnet; sie beziehen sich auf den ebenfalls späteren Zusatz S. 649, 11—14, wo auch Gregorius das unrichtige ἐκτός beibehält.

Prop. 6 S. 649 macht sich Savilius über den Beweis lustig, aber mit Unrecht (August: Eucl. II p. II); die Figur, die übrigens bei Pena und Dasypodius dieselbe ist, ist unrichtig. Der Beweis ist vollständig in Ordnung, wenn man nur die nachstehende Figur, die sich bei Georg Valla erhalten hat (de expet. et fug. rebus XV, 2 fol. aa IIII), aufnimmt, und dann noch S. 649, 40 statt *ΒΡΣ* (d. i. *BPZ*) nach Pena *OPZ* schreibt (ορξ Dasypodius).



Schneider hat in seinen Eclog. phys. II S. 230 ff. gegen die hergebrachte Auffassung von dem Ausdruck καταληφθέντος in φαιν. 1—2 gesprochen, indem er dieses Wort als „vom Auge eingenommen“ erklärt (ihm folgt Wilde: Optik d. Gr. S. 16). Das ist an und für sich aus sprachlichen Gründen nicht wohl möglich, und dafs die alte, unter anderen von Kepler vertretene, Übersetzung: occupato (tecto) eo loco richtig ist, zeigt eine Stelle in der Katoptrik des Ptolemäus (oder richtiger des Heron), wo es theor. 6 (Rose: Anecdota II S. 321) heifst: in planis speculis est aliquis locus, quo apprehenso non adhuc videtur idolum. Dafs apprehenso hier dem griechischen καταληφθέντος entspricht, ist offenbar, und die Bedeutung davon ist namentlich aus folgender Stelle ganz deutlich zu ersehen, S. 322, 8: apprehenso ergo loco c e r a vel aliquo alio non adhuc videbitur *d*. Dabei wird aber, wie Kepler gezeigt hat, das φαινόμενον bei Euklid ganz falsch.

1) So auch Valla, der auch in diesem Satze genau mit Pena übereinstimmt, welchen Umstand ich früher übersehen hatte (Neue Jahrbücher, Suppl. XII S. 395).

V.

Die alten Kommentatoren.

A.

Hypsikles. An die dreizehn echten Bücher der Elemente schliefsen sich bekanntlich noch zwei, die, wenn sie auch nicht als Kommentar zu den Elementen bezeichnet werden können, doch hier ihren natürlichen Platz finden. Dafs sie nicht von Euklid herrühren, bedarf keines Beweises; es findet sich kaum eine Handschrift, wo sie ihm ohne Restriktion zugeschrieben werden (vgl. oben S. 28). Die beiden Bücher wurden von jeher dem Hypsikles beigelegt, aber hin und wieder hat man ihren Charakter dergestalt verkannt, dafs man sie als Commentare zum ursprünglichen Werke des Euklid betrachtete. So sagt Candalla in der Vorrede zu seiner Bearbeitung (1566): sed quia trium horum (libb. XIII—XV) priorem tantum transtulit Theon, Ypsicles vero reliquos (cfr. S. 183); auch auf dem Titelblatte der Baseler Ausgabe 1546 von Zambertus' Übersetzung liest man: cum expositione Theonis in priores XIII . . Campani in omnes, Hypsiclis Alexandrini in duos postremos; in gleicher Weise gesellt Xylander (1562) Hypsikles zu Theon und Campanus als Herausgeber und Bearbeiter der Elemente. Die richtigere Ansicht, dafs Euklid keinen Anteil an jenen beiden Büchern habe, sondern sie von andern selbständiger Weise verfafst seien, findet doch auch sehr früh Vertreter; schon im XV. Jahrhundert schreibt Konstantin Lascaris (Maurolycus hist. Sicil. fol. 21): (Euclides) scripsit elementorum libros XIII, nam alii duo additi fuerunt ab Hypsicle et Aristaeo; ebenso bestimmt spricht Petrus Ramus Schol. mathemat. (Basil. 1569) S. 311. In den griechischen Handschriften scheint die Sache sich fast überall so zu verhalten, dafs der Name des Hypsikles nur ausdrücklich vor dem XIV. steht. Die Überschrift über diesem Buche ist diese:

cod. Laurent. Flor. XXVIII, 3 saec. XI: *Εὐκλείδου ιδ'. Ὑψικλέους τὰ εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενα*; cod. Laur. Flor. XXVIII, 2 saec. XIV: *Ὑψικλέους τὸ εἰς τὸν Εὐκλείδην ἀναφερόμενον*; cod. Laur. Flor. XXVIII, 8 saec. XIV: *Ὑψικλέους εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενον*; cod. Vindobon. 103: *Εὐκλείδου ιδ', Ὑψικλέους τὰ*

εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενα; cod. Oxon. Miscell. 117 saec. XIV (Coxe I S. 687): *Ὑψικλέους τὰ εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενα*; cod. Monac. 427 saec. XIII: *εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενον ιδ' Ὑψικλέους*.

Da die beiden Bücher nun einmal auf einander zu folgen pflegten, wurde der Name des Hypsikles auch auf Buch XV übertragen, wie denn schon in cod. Florent. XXVIII, 8 beide zu einem vereinigt ohne deutliche Unterscheidung auftreten. So hat ed. Basil. 1533 (und nach ihr Gregorius): *Εὐκλείδου στοιχεῖον ιε, καὶ στερεῶν πέμπτον, ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ Ὑψικλέους Ἀλεξανδρέως περὶ τῶν ε σωμάτων δεύτερον*. Was in den Handschriften an der Spitze von Buch XV steht, wird meistens nicht angegeben. In den beiden alten Handschriften Florent. XXVIII, 3 und Vindobon. 103 steht aber *Εὐκλείδου ιε*, und noch deutlicher tritt die Scheidung bei Georg Valla hervor, der (Venetiis 1498) das XIV. Buch als „Hypsiclis indeputatum Euclidi uolumen“, XV. Buch aber als „Euclidis elementorum quartus decimus liber“ übersetzt hat (Neue Jahrbücher, Suppl. XII S. 377). Wir dürfen also feststellen, daſs die Überlieferung das XIV. Buch dem Hypsikles beilegt, nicht aber das XV. Es verdient in diesem Zusammenhang auch Beachtung, daſs cod. Monac. 427 das XIV. Buch ohne das XV. enthält. Daſs das XIV. Buch mit Recht den Namen des Hypsikles trägt, darf ohne Bedenken angenommen werden. Wir besitzen von ihm eine kleine astronomische Abhandlung *ἀναφορικός*, die von der Polhöhe Alexandrias ausgeht (S. 12: *ὑποκείσθω δὴ τὸ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ τῇ πρὸς Αἴγυπτον κλῖμα*) und also wohl in dieser Stadt verfaſst ist; aus dieser hat Bretschneider: Geom. vor Euklid S. 182 mit Recht geschlossen, daſs Hypsikles vor Hipparch gelebt haben muſs, also spätestens ums Jahr 150 v. Chr. Hierzu stimmt nun das XIV. Buch vollständig. Es ist ebenso in Alexandria geschrieben (S. 431: *Βασιλίδης ὁ Τύριος παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν*), und der Verfasser muſs nach Friedleins treffender Bemerkung (Bullettino Boncompagni 1873 S. 496) bald nach Apollonius von Pergae gelebt haben (also um 200 v. Chr.); denn sein Vater kannte nur die erste Ausgabe der Abhandlung des Apollonius *περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου*, während der Sohn später auf die zweite, verbesserte stieſs, die er als allgemein verbreitet erwähnt. Auch ist der Inhalt und die Darstellungsweise des interessanten Werkes sehr wohl mit unserem sonstigen Wissen vom Zustande der Geometrie im zweiten vorchristlichen Jahrhundert vereinbar. Dagegen ist das XV. Buch eine dürftige Zusammenstellung von ziemlich ungleichartigen Dingen, selbst nicht ohne positive Fehler (Gregorius zu XV, 2). Daher sprach schon Peyrard III p. II dem Hypsikles dieses Buch ab, was Friedlein (Bullettino Boncompagni 1873 S. 493 ff.) genauer ausgeführt hat. Die Überlieferung hat also auch in der Scheidung der beiden Bücher entschieden Recht. Wir können

sogar das XV. Buch einem bestimmten Zeitalter zuwiesen. Peyrard erklärt es für viel jünger als das XIV. Buch ohne nähere Bestimmung; Friedlein setzt es ins IV—V. Jahrhundert nach Chr. H. Martin endlich (Bullettino Boncompagni 1874 S. 263 ff.) hält Damascius von Damaskus für den Verfasser (um 510), weil er den Isidorus, der XV, 7 S. 445 *ὁ ἡμέτερος μέγας διδάσκαλος* genannt wird, mit Isidorus von Alexandria identificiert (namentlich wegen des Beiwortes *μέγας*). Da wir aber von einer mathematischen Thätigkeit dieses Isidorus nichts wissen, so wenig wie des Damascius, ist es wahrscheinlicher in dem Isidorus *ὁ ἡμέτερος μέγας διδάσκαλος* den Baumeister der Sophiakirche zu erblicken [1]) (um 532), von dessen mathematischen Studien (er lieferte eine Ausgabe einiger Werke des Archimedes und einen Kommentar zu den *καμαρικά* Herons, welche Werke er wahrscheinlich wegen der Konstruktion der ungeheuren Kuppel der Sophiakirche studiert hatte) wir durch seinen Schüler Eutocius benachrichtigt sind, der ihn *ὁ Μιλήσιος μηχανικὸς Ἰσίδωρος ἡμέτερος διδάσκαλος* wiederholt benennt (in meiner Ausg. des Archimedes III S. 56, 26; 98, 15; 260, 16; 302, 16). Das Buch rührt also von einem Mitschüler des Eutocius her und gehört in die zweite Hälfte des VI. christlichen Jahrhunderts.

Diese Bücher stehen weder unter sich noch mit den Elementen in direkter Verbindung; vielmehr giebt sich das XIV. Buch selbst als eine Erläuterung der oben genannten Abhandlung des Apollonius an (S. 431). Die beiden Verfasser haben sich gewiſs nie die Ehre träumen lassen, daſs sie der Nachwelt als Supplement zu den Elementen oder gar als Euklid selbst gelten sollten. Man muſs aber in späterer Zeit gefunden haben, daſs sie schätzbare Ergänzungen zu der Euklidischen Behandlung der regelmäſsigen Körper boten und sie daher den Elementen zugesellt haben. Wann diese Verbindung eingetreten sein mag, wissen wir nicht; doch muſs es vor dem Bekanntwerden des Euklides unter den Arabern, mithin vor dem VIII. Jahrhundert, geschehen sein; denn daſs die Araber die beiden Bücher als Fortsetzung der Elemente hatten, und zwar erst später mit dem Bewuſstsein ihrer Heterogenität, haben wir im I. Kapitel gesehen. Die Bearbeitung Nasir Eddins enthält nur die dreizehn Bücher der Elemente, und XIV—XV wurden besonders von Kosta ben Luka übersetzt (Wenrich S. 178). Übrigens giebt es bekanntlich auch griechische Handschriften (jedoch nicht unter den ältesten der noch vorhandenen), wo XIV—XV fehlen, z. B. Flor. XXVIII, 1 s. XIII, Marc. CCC s. XIV, CCCI s. XV, CCCII s. XV, Paris. 2344 s. XII, 2345 s. XIII, 2346 s. XV, 2466 s. XII, 2531 s. XV u. s. w.

---

1) Diese Vermutung äuſserte ich in Revue critique 1881 S. 381. Später habe ich gesehen, daſs die Priorität Hn. P. Tannery zukommt (Bulletin des sciences mathémat. 1879 S. 233 N. 1).

B.

Wir gehen jetzt zu den eigentlichen Kommentatoren der Elemente über.

Der erste, dem dieser Name beigelegt werden kann, ist Heron (um 100 v. Chr.). Von ihm citiert Proklus, der allein hierüber berichtet, Folgendes, das auf die *στοιχεῖα* Bezug hat:

S. 196, 15: *καὶ μὴν καὶ τὸν ἀριθμὸν αὐτῶν* (der Axiome oder *κοιναὶ ἔννοιαι*, wie sie in unseren Handschriften und Ausgaben heifsen) *οὔτε εἰς ἐλάχιστον δεῖ συναιρεῖν, ὡς Ἥρων ποιεῖ τρία μόνον ἐκθέμενος (ἀξίωμα γὰρ καὶ ὅτι τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον, καὶ ὁ γεωμέτρης πολλαχοῦ καὶ τοῦτο παραλαμβάνει πρὸς τὰς ἀποδείξεις, καὶ ὅτι τὰ ἐφαρμόζοντα ἴσα· καὶ γὰρ τοῦτο εὐθὺς ἐν τῷ τετάρτῳ συντελέσει πρὸς τὸ ζητούμενον)*. Heron wollte also nur *κοιν. ἔννοι.* 1—3 (August) als notwendige Axiome gelten lassen mit Ausschliefsung von *κοιν. ἐνν.* 8—9 (4—7 hatten zu Proklos' Zeiten noch nicht in den Elementen Platz, s. Proklos S. 193, vgl. S. 196, 25; 198, 6 ff.).

S. 305, 21: *ταύτην τὴν πρότασιν οἱ μὲν ἐλλειπῶς προενεγκάμενοι χωρὶς τοῦ μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης* [Elem. I, 16] *ἀφορμὴν παρέσχον ἴσως μὲν καὶ ἄλλοις τισίν, αὐτὰρ καὶ Φιλίππῳ, καθάπερ φησὶν ὁ μηχανικὸς Ἥρων, διαβολῆς. οὐ γὰρ πάντως, ᾗ τρίγωνόν ἐστιν, καὶ ἐκτὸς ἔχει γωνίαν. ὅσοι δὲ περιγράφειν*[1]) *τὴν αἰτίασιν ταύτην ἠθέλησαν, μετὰ τῆς ἐκκειμένης προσθήκης ταύτην παραδεδώκασιν συνήθους οὔσης τῷ γεωμέτρῃ. καὶ γὰρ ἐν τῷ πέμπτῳ θεωρήματι τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν τῶν ἰσοσκελῶν γωνίας ἴσας ἀποδεῖξαι βουλόμενος προσέθηκεν, ὅτι καὶ προσεκβληθεισῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι εἰσίν.*

S. 323, 5: *δεῖ δὲ καὶ τὰς ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ προκειμένου θεωρήματος* [I, 20] *συντόμως ἱστορῆσαι, ὅσας οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πορφύριον*[2]) *ἀνέγραψαν τῆς εὐθείας μὴ προσεκβαλλομένης, ὃ πεποίηκεν ὁ στοιχειωτής.*

ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ. δεῖ δὴ δεῖξαι τὰς αβ, αγ τῆς βγ μείζους. τετμήσθω δίχα ἡ πρὸς τῷ α γωνία. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ αβε γωνία ἐκτὸς ἡ ὑπὸ αεγ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ βαε, ἀλλ' ἡ ὑπὸ βαε τῇ ὑπὸ εαγ ἴση, ἡ ἄρα ὑπὸ αεγ μείζων τῆς ὑπὸ εαγ, ὥστε καὶ ἡ αγ πλευρὰ τῆς γε μείζων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ αβ τῆς βε μείζων. [*τριγώνου γὰρ τοῦ αεγ*

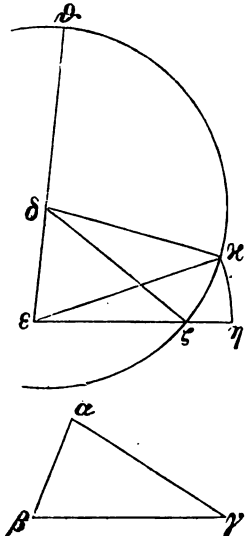
---

1) D. i. vernichten. Ohne Zweifel hatte Heron den Einwand des Philippus nur um ihn zu widerlegen angeführt und zu diesem Zwecke auf die (übrigens nicht ganz zutreffende) Analogie von I, 5 aufmerksam gemacht.

2) Es folgen dann drei Beweise, von welchen der erste natürlich von Heron, die zwei andern von Porphyrios herrühren.

ἐκτὸς ἡ ὑπὸ αεβ καὶ μείζων τῆς ὑπὸ γαε, τουτέστιν τῆς ὑπὸ εαβ, ὥστε καὶ ἡ αβ τῆς βε μείζων.][1] αἱ ἄρα αβ, αγ τῆς βγ ὅλης μείζους. ὁμοίως δείξομεν καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

S. 346, 13: Ἥρων δὲ ὁ μηχανικὸς οὑτωσὶ οὐ δι' ἀδυνάτου τὸ αὐτὸ [Elem. I, 25] δείκνυσιν·



ἔστω τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ, καὶ αἱ ὑποθέσεις αἱ αὐταὶ ἔστωσαν. καὶ ἐπεὶ μείζων ἡ βγ τῆς εζ, ἐκβεβλήσθω ἡ εζ, καὶ κείσθω τῇ βγ ἴση ἡ εη. καὶ ὁμοίως ἐκβεβλήσθω ἡ δε, καὶ κείσθω τῇ δζ ἴση ἡ δθ. ὁ δὴ κέντρῳ τῷ δ διαστήματι δὲ τῷ δζ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ θ. γεγράφθω ὡς ὁ ζκθ. καὶ ἐπεὶ αἱ αγ, αβ τῆς βγ μείζους, αὗται δὲ ἴσαι τῇ εθ καὶ ἡ βγ τῇ ηε, ὁ κέντρῳ τῷ ε γραφόμενος κύκλος διαστήματι δὲ τῷ εη τέμνει τὴν εθ. τεμνέτω ὁ ηκ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς αἱ κδ, κε. ἐπεὶ οὖν τὸ δ κέντρον τοῦ θκζ, ἴση τῇ θδ ἡ δκ, τουτέστιν τῇ δζ καὶ τῇ αγ. πάλιν ἐπειδὴ κέντρον τὸ ε τοῦ ηκ, ἴση ἡ εκ τῇ εη, τουτέστι τῇ βγ. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ αβ, αγ δύο ταῖς δε, δκ ἴσαι καὶ ἡ βγ τῇ εκ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδκ ἴση. μείζων ἄρα τῆς ὑπὸ ζδε ἡ ὑπὸ βαγ.

S. 429, 9: τῆς δὲ τοῦ στοιχειωτοῦ ἀποδείξεως οὔσης φανερᾶς οὐδὲν ἡγοῦμαι δεῖν προσθεῖναι περιττόν [Elem. I, 47], ἐπεὶ καὶ ὅσοι προσέθεσάν τι πλέον ὡς οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον ἠναγκάσθησαν προσλαβεῖν τι τῶν ἐν τῷ ἕκτῳ δεδειγμένων οὐδενὸς ἕνεκα πραγματειώδους.

Dafs alle diese Stellen dem älteren Heron entnommmen sind, ist nach der sorgfältigen Auseinandersetzung Martins (Recherches sur Héron S. 95 ff.) nicht zu bezweifeln. Derselbe Gelehrte hat auch ebenda die Ansicht begründet, dafs wir aus diesen Stellen auf einen Kommentar zu den Elementen zu schliefsen berechtigt sind, und diese Meinung scheint mir trotz dem Zweifel Cantors (Vorlesungen S. 320) sicher zu stehen. Denn die Fragmente stimmen durchaus nicht zu dem Charakter des Heronischen Lehrbuches der Feldmessung, woraus sie sonst entlehnt sein sollten (vgl. Cantor S. 319). Namentlich ist die Polemik gegen Philippus (Fragm. 2) in einem Lehrbuche des in seiner Darstellung so überaus kurzen und knappen Heron ganz undenkbar, und sie dürfte wohl überhaupt eben nur in einem Kommentar an ihrem Platze sein. Auch die neuen Beweise für einfache elementäre Sätze (Fragm. 3—4)

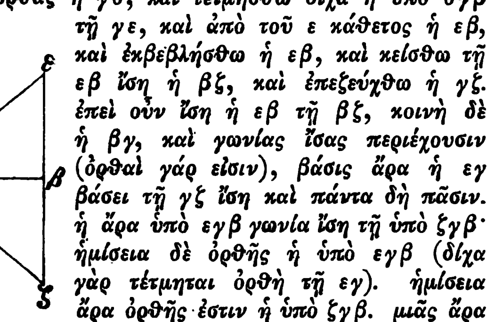
1) Die eingeklammerte Stelle stand jedenfalls nicht bei Heron, vielleicht ursprünglich auch nicht bei Proklos.

mögen theoretisch Interesse haben; praktisch haben sie es jedenfalls nicht. So mag man auch geneigt sein dem arabischen Berichte zu glauben, wonach die Araber unter dem Namen Herons ein Buch hatten, worin er über schwierige Punkte der Elemente Auskunft gab (Hadji Khalfa I S. 383: porro Heron eorum dubia solvit in libro singulari); vielleicht ist dieses Werk gar in cod. Leidensis 1061: Heronis scholia in elementorum Euclidis problemata quaedam noch jetzt vorhanden; s. Wenrich S. 214.[1])

Auch Porphyrios (ohne allen Zweifel der bekannte Neuplatoniker, geb. 273, gest. um 304) scheint als Kommentator der Elemente aufgetreten zu sein; wenigstens sprechen dafür folgende Stellen bei Proklos, der hier wiederum die einzige Quelle ist.

S. 297, 1: ὅτι δὲ ἄρα δυνατὸν πρὸς τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθείας ἑξῆς κειμένας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέντοι μέρη δύο ποιεῖν ὀρθαῖς ἴσας τὰς πρὸς τῇ μιᾷ εὐθείᾳ γωνίας, δείξομεν οὕτως, ὥσπερ Πορφύριος·

ἔστω τις εὐθεῖα ἡ αβ καὶ σημεῖον τὸ τυχὸν ἐπ' αὐτῆς τὸ γ, καὶ τῇ αβ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ γδ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ δγβ τῇ γε, καὶ ἀπὸ τοῦ ε κάθετος ἡ εβ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ εβ, καὶ κείσθω τῇ εβ ἴση ἡ βζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γζ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ εβ τῇ βζ, κοινὴ δὲ ἡ βγ, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν (ὀρθαὶ γάρ εἰσιν), βάσις ἄρα ἡ εγ βάσει τῇ γζ ἴση καὶ πάντα δὴ πᾶσιν. ἡ ἄρα ὑπὸ εγβ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ζγβ· ἡμίσεια δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ εγβ (δίχα γὰρ τέτμηται ὀρθὴ τῇ εγ). ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ζγβ. μιᾶς ἄρα καὶ ἡμισείας ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ δγζ. ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ δγε ἡμίσεια ὀρθῆς. πρὸς τῇ γδ ἄρα εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ γ δύο εὐθεῖαι ἑξῆς κεῖνται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη αἱ γε, γζ ποιοῦσαι δύο ὀρθαῖς ἴσας γωνίας, ἡμίσειαν μὲν ἡ γε μίαν δὲ καὶ ἡμίσειαν ἡ γζ.



Diese Bemerkung diente zur Begründung des Zusatzes μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη in Elem. I, 14 (vgl. Proklos S. 298).

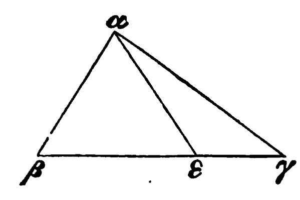
S. 315, 11: ἐπειδὴ δὲ ὁ γεωμέτρης ἐν τῇ κατασκευῇ [Elem. I, 18] λαβὼν τὸ αβγ τρίγωνον καὶ μείζονα τὴν αγ τῆς αβ, ἵνα δείξῃ τῆς πρὸς τῷ γ γωνίας τὴν πρὸς τῷ β μείζονα, ἀφεῖλεν ἀπὸ τῆς αγ

1) Auch die Citate bei Heron selbst def. 122: τί μέρος μὲν οὖν ἐστι καὶ λόγος καὶ τίνα ὁμογενῆ ἅμα καὶ ἀναλογία, εἴρηται μὲν ἀκριβέστερον ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως (solche Bemerkungen finden sich vielfach in den Scholien zu V deff.) und def. 128: τίνες μὲν ἀριθμοὶ ἄλογοι καὶ ἀσύμμετροι καὶ τίνες ῥητοὶ καὶ σύμμετροι, ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως εἴρηται — beziehen sich wohl auf diesen Kommentar Herons. Vgl. def. 1: τὰ πρὸ τῆς γεωμετρικῆς στοιχειώσεως τεχνολογούμενα?

τῇ αβ ἴσην τὴν αδ, φαίη δ' ἄν τις, ὅτι πρὸς τῷ γ δεῖ γενέσθαι τὴν ἀφαίρεσιν, φέρε καὶ ἐπὶ ταύτης τῆς ὑποθέσεως δείξωμεν τὸ προκείμενον ὡς Πορφύριος.

ἔστω γὰρ ἡ δγ ἴση τῇ αβ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αβ ἐπὶ τὸ ε, καὶ κείσθω ἡ βε τῇ δα ἴση. ὅλη ἄρα ἡ αε ἴση τῇ αγ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ. ἐπεὶ οὖν ἡ αε τῇ αγ ἴση καὶ ἡ ὑπὸ αεγ ἴση τῇ ὑπὸ αγε διὰ τὸ πέμπτον. ἡ ἄρα ὑπὸ αεγ μείζων τῆς ὑπὸ αγβ. ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αβγ μείζων τῆς ὑπὸ αεγ· τοῦ γὰρ γβε μία πλευρὰ ἐκβέβληται ἡ εβ, καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἐκτὸς οὖσα τῆς ἀπεναντίον καὶ ἐντὸς μείζων ἐστί. πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ὑπὸ αβγ τῆς ὑπὸ αγβ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

S. 323, 22 [1]): *πάλιν ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ. εἰ μὲν οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ αβγ, πάντως αἱ δύο μείζους τῆς λοιπῆς. τριῶν γὰρ ἴσων δύο ὁποιαοῦν διπλάσια τοῦ ἑνός. εἰ δὲ ἰσοσκελές, ἤτοι ἐλάσσονα ἔχει τῶν ἴσων ἑκατέρας τὴν βάσιν ἢ μείζονα. εἰ μὲν οὖν ἐλάσσων ἡ βάσις, πάλιν αἱ δύο μείζους τῆς λοιπῆς. εἰ δὲ μείζων ἡ βάσις, ἔστω ἡ βγ μείζων, καὶ ἀφῃρήσθω ἴση ἑκατέρᾳ ἐκείνων ἡ βε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αε. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ αεβ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ αεγ γωνία, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ βαε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ αεβ τῆς ὑπὸ γαε μείζων. αἱ ἄρα περὶ τὴν αε γωνίαι μείζους ὅλης τῆς πρὸς τῷ α, ὧν ἡ ὑπὸ βεα ἴση τῇ ὑπὸ βαε, ἐπεὶ καὶ ἡ αβ τῇ βε ἴση. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αεγ τῆς ὑπὸ γαε μείζων, ὥστε καὶ ἡ αγ τῆς γε μείζων. ἦν δὲ ἡ αβ τῇ βε ἴση. αἱ ἄρα αβ, αγ μείζους τῆς βγ. εἰ δὲ σκαληνὸν τὸ αβγ, ἔστω μεγίστη ἡ αβ, μέση ἡ αγ, ἐλαχίστη ἡ βγ. ἡ μὲν οὖν μεγίστη μεθ' ἑκατέρας ληφθεῖσα πάντως μείζων τῆς λοιπῆς· καὶ γὰρ καθ' αὑτὴν ἑκατέρας μείζων. εἰ δὲ τὴν αγ καὶ βγ δεῖξαι ζητοῖμεν τῆς αβ μεγίστης οὔσης μείζονας, ὡς ἐπὶ τοῦ ἰσοσκελοῦς ποιήσομεν ἀπὸ τῆς μεγίστης ἀφελόντες τῇ ἑτέρᾳ ἴσην καὶ ἐπιζεύξαντες ἀπὸ τοῦ γ καὶ ἀποχρησάμενοι ταῖς ἐκτὸς τῶν τριγώνων γωνίαις.* [2])



πάλιν ἔστω τρίγωνον τυχὸν τὸ αβγ. λέγω, ὅτι αἱ αβ, αγ μείζους εἰσὶ τῆς βγ. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσαι εἰσὶν ἢ ἐλάσσους. ἔστωσαν ἴσαι, καὶ ἀφῃρήσθω τῇ αβ ἴση ἡ βε. λοιπὴ ἄρα ἡ εγ τῇ αγ ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ αβ τῇ βε ἴση, γωνίας ἴσας ὑποτείνουσιν. ὁμοίως δὴ καὶ ἐπεὶ ἡ αγ τῇ γε ἴση, γωνίας

1) Es ist der zweite Beweis, der nach den oben S. 158 angeführten Worten folgt; vgl. S. 157 Anm. 2.

2) Dieser Beweis ist mit dem folgenden so eng verwandt, daſs wir eher diese beiden dem Porphyrios und nur den ersten dem Heron zuschreiben dürfen, als daſs die zwei ersten von Heron und nur der dritte von Porphyrios herrühren sollte.

ἴσας ὑποτείνουσιν. αἱ ἄρα πρὸς τῷ ε γωνίαι ἴσαι καὶ αἱ πρὸς τῷ α· ὅπερ ἀδύνατον. — πάλιν δὴ ἔστωσαν ἐλάσσους αἱ αβ, αγ τῆς βγ, καὶ ἀφῃρήσθω τῇ μὲν αβ ἴση ἡ βδ, τῇ δὲ αγ ἡ γε. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ αβ τῇ βδ, ἴση ἡ ὑπὸ βδα τῇ ὑπὸ βαδ, καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ αγ τῇ γε, ἴση ἡ ὑπὸ γεα τῇ ὑπὸ εαγ. δύο ἄρα αἱ ὑπὸ βδα, γεα ἴσαι δυσὶν ταῖς ὑπὸ βαδ καὶ εαγ. πάλιν ἐπεὶ τριγώνου τοῦ αδγ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ βδα, μείζων τῆς ὑπὸ εαγ· καὶ γὰρ τῆς ὑπὸ δαγ. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ αβε ἐκτὸς ἡ ὑπὸ γεα, μείζων τῆς ὑπὸ βαδ· καὶ γὰρ τῆς ὑπὸ βαε μείζων. αἱ (l. δύο ἄρα αἱ) ὑπὸ βδα, γεα μείζους ἐκεῖ (εἰσί?) δύο τῶν ὑπὸ βαδ, εαγ. ἦσαν δὲ καὶ ἴσαι αὐταῖς· ὅπερ ἀδύνατον. αἱ ἄρα αβ, αγ οὔτε ἴσαι εἰσὶν τῇ βγ οὔτε ἐλάσσους· ὥστε[1]) μείζους. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

S. 350, 7: ὥσπερ[2]) οὖν, ὅτε δύο πλευρὰς ἐλάμβανεν ἴσας δυσὶν καὶ γωνίᾳ μιᾷ μίαν ἴσην, οὐ τὴν τυχοῦσαν ἐλάμβανεν γωνίαν, ἀλλ' ὡς αὐτοῦ προσετίθει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, οὕτω καὶ δύο γωνίας δυσὶ λαμβάνων ἴσας καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ οὐ τὴν τυχοῦσαν λαμβάνει ταύτην, ἀλλ' ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν. οὔτε γὰρ γωνίαν ἐπὶ τοῦ τετάρτου ληφθεῖσαν[3]) ἴσην τὴν τυχοῦσαν οὔτε πλευρὰν ἐπὶ τοῦδε τοῦ θεωρήματος οἵαν ποτὲ[4]) δεικνύναι τὰ λοιπὰ ἴσα δυνατόν. λέγω δὲ οἷον· ὄντος ἰσοπλεύρου τριγώνου τοῦ αβγ διῃρήσθω ἡ βγ εἰς ἄνισα τῇ αδ. γίνεται ἄρα δύο τρίγωνα τὰς αβ, αδ ταῖς αγ, αδ ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ β τῇ πρὸς τῷ γ ἴσην. ἀλλ' οὐκέτι τὰ λοιπὰ ἴσα, οἷον ἡ βδ τῇ δγ· ἄνισοι γάρ. ἀλλ' οὐδὲ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἴσαι. τὸ δὲ αἴτιον, ὅτι γωνίᾳ γωνίαν ἴσην ἐλάβομεν οὐ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν περιεχομένην. κατὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τοῦτο τὸ θεώρημα φανήσεται διαπῖπτον, εἰ μὴ λάβοιμεν κατὰ τὸν εἰρημένον διορισμὸν ἴσην τὴν πλευρὰν τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν ἢ τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις. ἔστω γὰρ ὀρθογώνιον τὸ αβγ ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν καὶ μείζονα τὴν βγ τῆς βα, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αβ, καὶ συνεστάτω τῇ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ ἴση πρὸς τῇ βγ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ γ ἡ ὑπὸ βγδ, καὶ συμπιπτέτωσαν αἱ αβ, γδ ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ δ. δύο οὖν τρίγωνά ἐστι τὰ αβγ, βγδ ἔχοντα μίαν πλευρὰν

1) οὔτε die Quellen; ἀλλά weniger gut Friedlein.

2) Es kann freilich nicht verbürgt werden, daſs nicht auch das zunächst vorangehende S. 347, 20—350, 6 dem Porphyrios entnommen sei; aber Proklos' Worte S. 352, 13: πρὸς τὴν τῶν προκειμένων ἀκρίβειαν passen doch nur ganz auf das aufgenommene Stück.

3) Unregelmäſsiger Gebrauch des Accusat. absolutus.

4) „irgend welche"? Oder ist οἷόν τε zu lesen und δυνατόν zu streichen?

κοινὴν τὴν βγ καὶ δύο γωνίας ἴσας τὴν μὲν ὑπὸ αβγ τῇ ὑπὸ γβδ (ὀρθαὶ γάρ) τὴν δὲ ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ βγδ (οὕτως γὰρ συνέστησαν). ἴσα ἄρα, ὡς ἔοικεν, ἐστὶ τὰ τρίγωνα. καίτοι δείκνυται τὸ βδγ μεῖζον τοῦ αβγ. αἴτιον δέ, ὅτι τὴν βγ κοινὴν ἐλάβομεν ἐν μὲν τῷ αβγ ὑποτείνουσαν τὴν μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν τὴν πρὸς τῷ α, ἐν δὲ τῷ βγδ πρὸς ταῖς ἴσαις οὖσαν γωνίαις. ἔδει δὲ ἄρα ἐν ἀμφοῖν ἢ μίαν ὑποτείνειν τῶν ἴσων γωνιῶν ἢ πρὸς ταῖς ἴσαις κεῖσθαι γωνίαις. τοῦτο δὲ μὴ φυλάττοντες ἴσον ἀποφαίνομεν τὸ τρίγωνον, ὅ ἐστι μεῖζον ἐξ ἀνάγκης. πῶς γὰρ οὐ μεῖζον τὸ βγδ τοῦ αβγ; συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ βγ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ γ τῇ ὑπὸ αγβ ἴση ἡ ὑπὸ ζγβ· μείζων γὰρ τῆς ὑπὸ αγβ ἡ ὑπὸ βγδ, ὥσπερ καὶ ἡ πρὸς τῷ α γωνία. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι τὰ αβγ, βγζ δύο γωνίας ἔχοντα τὰς ὑπὸ αβγ, βγα δυσὶν ἴσας ταῖς ὑπὸ γβζ, βγζ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν κοινὴν τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν βγ, ἴσα ἐστὶ τὰ τρίγωνα. μεῖζον δὲ τὸ βγδ τοῦ βγζ. μεῖζον ἄρα ἐστὶν καὶ τοῦ αβγ. πρότερον δὲ ἴσον ἐδείκνυτο διὰ τὴν λῆψιν τῆς τυχούσης πλευρᾶς.

τοσαῦτα καὶ πρὸς τὴν τῶν προκειμένων ἀκρίβειαν ὁ Πορφύριος ἡμῖν συμβάλλεται.

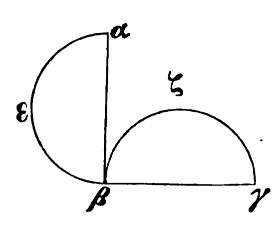
Nicht hierher gehört wohl die Bemerkung S. 255, 12: ὅλως γὰρ εἰδέναι χρή, ὅτι πᾶσαι αἱ μαθηματικαὶ πίστεις ἢ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰσιν ἢ ἐπὶ τὰς ἀρχάς, ὥς πού φησι καὶ ὁ Πορφύριος.

Es kann freilich zweifelhaft sein, ob Porphyrios einen fortlaufenden Kommentar zu den Elementen herausgegeben hatte, oder ob er nur über einige Punkte schrieb. Vielleicht fand Proklos die soeben angeführten Erläuterungen in den σύμμικτα des Porphyrius, welche, sonst unbekannte, Abhandlung er S. 56, 24—25, wo er zum ersten Male den Porphyrios nennt, für eine Bemerkung über ἡ γεωμετρικὴ ὕλη citiert.

Mehr im Gebrauch als die genannten Commentare scheint der von Pappos (um 300 n. Chr.) verfafste gewesen zu sein. Von ihm haben sich die folgenden Fragmente erhalten:

Proklos S. 189, 11: τοῦτο [Elem. I αἴτ. 4] μὲν οὖν καὶ ἄλλοις δέδεικται τῶν ἐξηγητῶν καὶ οὐ πολλῆς ἐδεῖτο πραγματείας, ὁ δὲ Πάππος ἐπέστησεν ἡμᾶς ὀρθῶς, ὅτι τὸ ἀντίστροφον οὐκέτι ἀληθὲς τὸ τὴν ἴσην τῇ ὀρθῇ γωνίαν ἐκ παντὸς εἶναι ὀρθήν, ἀλλ' εἰ μὲν εὐθύγραμμος εἴη, πάντως ὀρθὴν εἶναι δύνασθαι δὲ καὶ περιφερόγραμμον γωνίαν ἴσην ὀρθῇ δειχθῆναι, καὶ δῆλον, ὡς οὐκέτι τὴν τοιαύτην ὀρθὴν προσαγορεύσομεν. κατὰ γὰρ τὴν τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν τομὴν τὴν ὀρθὴν ἐλαμβάνομεν ὑφιστάντες αὐτὴν ὑπὸ εὐθείας ἐφεστώσης ἀκλινῶς πρὸς τὴν ὑποκειμένην, ὥστε ἡ ἴση τῇ ὀρθῇ οὐ πάντως ὀρθή ἐστιν, εἴπερ μηδὲ εὐθύγραμμος. νενοήσθωσαν οὖν εὐ-

θεῖαι [δύο ἴσαι] αἱ αβ, βγ ποιοῦσαι τὴν πρὸς τὸ (l. τῷ) β γωνίαν[1]) ὀρθήν, καὶ ἔστωσαν ἴσαι, καὶ ἐπ' αὐτῶν ἡμικύκλια κέντρῳ καὶ διαστήματι(?) γραφέντα τὰ αεβ, βζγ. ἐπεὶ οὖν ἴσα τὰ ἡμικύκλια, ἐφαρμόσει ἀλλήλοις, καὶ ἴση ἡ ὑπὸ εβα γωνία τῇ ὑπὸ ζβγ. κοινὴ προσκείσθω ἡ λοιπὴ ἡ ὑπὸ αβζ. ὅλη ἄρα ἡ ὀρθὴ ἴση ἐστὶ τῇ μηνοειδεῖ τῇ ὑπὸ εβζ. καὶ ὅμως οὐκ ἔστιν ἡ μηνοειδὴς ὀρθή. τῷ[2]) δὲ αὐτῷ τρόπῳ καὶ ἀμβλείας οὔσης ἢ ὀξείας τῆς ὑπὸ αβγ δειχθήσεται αὐτῇ ἴση γωνία ἡ μηνοειδής κτλ.



S. 197, 6: τούτοις δὲ τοῖς ἀξιώμασιν ὁ Πάππος συναναγράφεσθαί φησιν, ὅτι καί, ἂν ἴσοις ἄνισα προστεθῇ, ἡ τῶν ὅλων ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶν τῇ τῶν προστεθέντων καὶ ἀνάπαλιν, ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, ἡ τῶν ὅλων ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν ἐξ ἀρχῆς (vgl. bei August I κοιν. ἐνν. 4)

S. 249, 20: ἔτι δὲ συντομώτερον ἀποδείκνυσιν ὁ Πάππος [Elem. I, 5] μηδεμιᾶς προσθήκης δεηθεὶς οὕτως· ἔστω τὸ αβγ ἰσοσκελές, καὶ ἴση ἡ αβ τῇ αγ. νοήσωμεν οὖν τοῦτο τὸ ἓν ὡς δύο τρίγωνα καὶ λέγωμεν οὕτως· ἐπεί ἐστι καὶ ἡ αβ ἴση τῇ αγ καὶ ἡ αγ τῇ αβ, δύο αἱ αβ, αγ ἴσαι δυσὶ ταῖς αγ, αβ· καὶ ἡ ὑπὸ βαγ ἴση τῇ ὑπὸ γαβ (ἡ αὐτὴ γάρ). ἔστιν ἄρα καὶ πάντα πᾶσιν ἴσα, ἡ μὲν βγ τῇ βγ, τὸ δὲ αβγ τρίγωνον τῷ αβγ, ἡ δὲ ὑπὸ αβγ τῇ ὑπὸ αγβ καὶ ἡ ὑπὸ αγβ τῇ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ· ὑπὸ γὰρ ταύτας αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν αἱ αβ, αγ. τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι.

Der Sinn dieses Beweises, wozu nach Proklos S. 250, 12 ff. Eukl. Elem. I, 4 dem Pappos die Veranlassung gab, scheint zu sein, dafs das Dreieck umgekehrt zur Deckung gebracht werden kann.

S. 429, 12: ἐπεὶ καὶ ὅσοι προσέθεσάν τι πλέον, ὡς οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον, ἠναγκάσθησαν προσλαβεῖν τι τῶν ἐν τῷ ἕκτῳ δεδειγμένων οὐδενὸς ἕνεκα πραγματειώδους; s. Heron Fragm. 5, oben S. 158.

Eutocius zu Archim. de sph. et cyl. I, 13 (III S. 34, 5 ff. in meiner Ausgabe des Archimedes): ὅπως μὲν οὖν ἔστιν εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ὅμοιον τῷ ἐν ἑτέρῳ ἐγγεγραμμένῳ, δῆλον. εἴρηται δὲ καὶ Πάππῳ εἰς τὸ ὑπόμνημα τῶν στοιχείων.

Scholia ms. cod. Laurent. XXVIII, 2 saec. XIV in Dat. prop. 2: δύναται δὲ καὶ ῥητὸν καὶ ἄλογον δεδομένον εἶναι, ὡς λέγει Πάππος ἐν ἀρχῇ τοῦ εἰς τὸ ι' Εὐκλείδου· τὸ μὲν γὰρ ῥητὸν καὶ δεδομένον ἐστίν, οὐ πάντως δὲ καὶ τὸ δεδομένον ῥητόν ἐστιν (so auch in Laurent. XXVIII, 8 saec. XIV und XXVIII, 10 saec. XV); vgl. Ma-

1) So ist zu schreiben (nicht β allein), da cod. Monac. βγ hat.
2) Die folgende Nebenbemerkung scheint nicht von Pappos.

rinus ad Dat. S. 11: οὐδὲ μὴν (μὴ vulgo) ὁ ῥητὸν αὐτὸ (sc. το δεδομένον) ἀποφαινόμενος ὅρος τέλειός ἐστιν (ἔσται vulgo)· οὐδὲ γὰρ τοῦτο μόνον καταληπτον, ἐπεὶ καὶ τῶν ἀλόγων τινά (so nach cod. Paris. 2348).

Dafs wir vielleicht auch sonst bedeutende Überreste dieses ohne allen Zweifel sehr wertvollen Kommentars besitzen, wird weiter unten nachgewiesen werden.

Von Allem, wovon bis hierher gesprochen wurde, haben sich also nur armselige Trümmer erhalten. Als Ersatz besitzen wir den ausführlichen Kommentar des berühmten neuplatonischen Philosophen Proklos (412—485), der die Werke der Vorgänger für seine Zwecke benutzte, wie wir denn auch fast alle Fragmente derselben ihm entnommen haben. Diese Hauptquelle für die Geschichte der Mathematik ist durch die handliche Ausgabe Friedleins (Leipzig, Teubner. 1873. 8) leicht zugänglich, und ihren Inhalt zu analysieren wäre hier unnütze Mühe. Bis auf Friedlein war die einzige griechische Ausgabe die von S. Grynaeus (Basil. 1533 fol.) hinter seinem Euklid gegebene, die aber sehr unvollständig und fehlerhaft ist. Vollständiger ist die lateinische Übersetzung des Barocius (Patavii 1560. 4; danach englisch von T. Taylor. London 1792). Die von ihm befolgte Handschrift befindet sich jetzt in Oxford als cod. Barocc. 161 saec. XV (Coxe I S. 276); aber er benutzte aufserdem noch cod. S. Salvatoris Bonon. 223 (scr. anno 1529, Φουλγέντιος φωρολιβιεύς) und cod. Ambrosian. A 164 infer. saec. XV—XVI (e libris V. Pinelli); s. C. Wachsmuth Rhein. Mus. N. F. XVIII. 1863 S. 132 ff. Eine vollständige Übersetzung von Zambertus findet sich handschriftlich noch vor (vom Jahre 1539) in cod. Monac. lat. 6. Bruchstücke geben lateinisch Georg Valla 1501 (Neue Jahrbücher Suppl. XII S. 396) und Commandinus in seinem Euklid (Pisauri 1572). Auch Cunr. Dasypodius besafs griechische Handschriften, wie aus seinem Handexemplar der Baseler Ausgabe von 1533 ersichtlich ist, das in Upsala aufbewahrt wird. Darin hat er nämlich eine grofse Anzahl von Lesarten griechisch beigeschrieben (meistens mit einem hinzugefügten „al." d. h. alii, was sich notwendig auf Handschriften beziehen mufs, da ed. Basil. damals die einzige war); einige Proben gab Aurivillius in Emendationes et supplementa commentariorum Procli Diadochi in librum I elementorum Euclidis. Pars I (mehr nicht erschienen). Upsalae 1806. 4. Der Text kann, auch nach Friedlein, nicht unbedeutend verbessert werden; selbst das handschriftliche Material ist, wie Friedlein selbst sagt (praef. p. VI), nicht vollständig ausgenutzt; vgl. C. Wachsmuth Rhein. Mus. N. F. XXIX. 1874 S. 317 ff.; auch C. Thurot Revue critique 1875 S. 97. Von anderen auf dieses Werk bezüglichen Abhandlungen sind mir bekannt: Knoche u. Märker: Ex Procli successoris in Euclidis Elementa comment. defin. quartae expositionem, quae de recta est

linea et sectionibus spiricis, commentati sunt. Herford 1856. 4 (Progr.). **Knoche**: Untersuchungen über des Proclus Diadochus' Kommentar zu Euklids Elem. Herford 1862. 4 (Progr.). **Knoche**: Untersuchungen über die neu aufgefundenen Scholien des Proklus Diadochus. Herford 1865. 8 (unten als Knoche 1865 citiert). **Majer**: Proklos über die Petita und Axiomata bei Euklid. Tübingen 1875. 4 (Progr.). Vgl. noch Boncompagni Bullettino Boncomp. VII. 1874 S. 152 und H. Martin eb. S. 145; endlich hat Hultsch Heron S. 245 ff. nach codd. Pariss. 2475 und 2385 anonymi variae collectiones herausgegeben, worin auch Excerpte aus Proklos enthalten sind (Hultsch: Rhein. Mus. N. F. 1864 S. 450); sie sind auch sonst handschriftlich erhalten.

In den Handschriften ist der Kommentar des Proklos in vier Bücher geteilt, welche Einteilung Friedlein S. VII wegen Verwirrung in seiner Haupthandschrift cod. Monac. 427 saec. X—XII verlassen hat, ob mit Recht, kann erst nach weiteren Handschriftuntersuchungen festgestellt werden; wie sich die Einteilung in 4 Bücher in ed. Basil. gestaltet, ist sie durchaus passend. I. Buch entspricht dem Prologus I bei Friedlein und enthält die allgemeinen Vorbetrachtungen über die Mathematik überhaupt, ihre Stellung unter den Wissenschaften, ihren Nutzen usw. II. Buch ist bei Friedlein S. 48—177 (Prologus II und die Definitiones), von der Geometrie insbesondere, vom Zweck und Inhalt der Elemente und Kommentar zu den Definitionen. III. Buch enthält den Kommentar zu den Petita und Axiomata und zu I propp. 1—26 (Friedlein S. 178—353), IV. Buch zu I propp. 27—48 (Friedlein S. 354—432) nach einer Vorbemerkung S. 354—56, die ausdrücklich hier einen neuen Abschnitt einleitet.

Was wir von der Hand des Proklus besitzen ist also nur ein Kommentar zum I. Buche der Elemente. Daſs er einen vollständigen zum ganzen Werke zu geben beabsichtigte, darf als gewiſs angesehen werden, wenn man folgende Stellen vergleicht (Knoche 1865 S. 32 ff.): S 398, 18: *ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἐν ἄλλοις δείξομεν· πρεπωδέστερα γάρ ἐστι ταῖς ὑποθέσεσι τοῦ δευτέρου βιβλίου.*

S. 272, 10: *ἄλλοι δὲ ἐκ τῶν Ἀρχιμηδείων ἑλίκων ὁρμηθέντες εἰς τὸν δοθέντα λόγον ἔτεμον τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν· ὧν τὰς ἐπινοίας δυσθεωρήτους οὔσας τοῖς εἰσαγομένοις παραλείπομεν ἐν τῷ παρόντι· μᾶλλον γὰρ ἂν κατὰ καιρὸν ἐξετάσαιμεν ἴσως ἐν τῷ τρίτῳ βιβλίῳ τοῦ στοιχειωτοῦ τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνοντος* (III, 30). Proklos bezieht sich wohl mit *ἄλλοι* u. a. auf Pappos IV, 71 S. 286.[1]) Daſs aber jedenfalls das Werk, wie wir es haben, besonders herausgegeben wurde, und daſs Proklos erst später

1) Nicht hierher gehört S. 279, 12: *ἀλλὰ ταῦτα μὲν εἰς ἄλλην ἀναβεβλήσθω θεωρίαν* (wider Xenokrates über *ἄτομοι γραμμαί*) und S. 423, 6: *ἀλλὰ ταῦτα ἐν ἄλλοις* (über Kreisquadratur).

an die Fortsetzung denken zu können glaubte, geht aus S. 432, 9 ff. hervor: ἡμεῖς δέ, εἰ μὲν δυνηθείημεν καὶ τοῖς λοιποῖς τὸν αὐτὸν τρόπον ἐξελθεῖν (l. ἐπεξελθεῖν), τοῖς θεοῖς ἂν χάριν ὁμολογήσαιμεν, εἰ δὲ ἄλλαι φροντίδες ἡμᾶς περισπάσαιεν, τοὺς φιλοθεάμονας τῆς θεωρίας ταύτης ἀξιοῦμεν κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον καὶ τῶν ἑξῆς ποιήσασθαι βιβλίων τὴν ἐξήγησιν[1]) τὸ πραγματειῶδες πανταχοῦ καὶ εὐδιαίρετον μεταδιώκοντας, ὡς τά γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν αἰτίας ἀπόδοσιν οὐδεμίαν συνεισφέροντα οὐδὲ κρίσιν διαλεκτικὴν οὐδὲ θεωρίαν φιλόσοφον.

Schon dieser Umstand mufs bei einem so vielfach beschäftigten Manne wie Proklos den Zweifel rege machen, ob er überhaupt jemals auf seinen Plan von der Fortsetzung zurückgekommen ist, und dieser Zweifel wird durch das vollständige Stillschweigen aller Quellen von einem solchen Werke im höchsten Grade gesteigert. Denn dafs die Ed. Basil. des Euklid S. 141 zu X, 19 ein Scholium hat mit der Überschrift πρόκλου σχόλιον, hat gar keine Bedeutung, da diese Überschrift (die übrigens auch Commandinus hat, fol. 135ᵛ Procli lemma II) in den ältesten Quellen für die Scholien fehlt. So sind X, 19 λῆμμα 1—2 in cod. Laurent. XXVIII, 3 saec. X—XI unter dem gemeinsamen Titel λῆμμα verbunden (auch G. Valla hat diese beiden Scholien ohne den Namen des Proklus zu nennen).[2]) Auch die Mitteilungen Wachmuths, die Knoche dazu bewegten seine ursprüngliche Ansicht über die Nichtfortsetzung des Proklos aufzugeben, kann ich nicht als beweisend ansehen. Er beruft sich allein auf cod. Vatic. Urbinas 71, wo der Titel zu einer Scholiensammlung zum I. (Excerpte aus dem noch vorhandenen Kommentar des Proklos), II. V. VI. X. Buche folgendermafsen lautet: εἰς τὰ Εὐκλείδου στοιχεῖα προλαμβανόμενα ἐκ τῶν Πρόκλου σποραδὴν καὶ κατ' ἐπιτομήν (Rh. Museum, N. F. 1863 S. 132 ff.). Aber eben dieser Titel macht es wahrscheinlich, dafs die Autorschaft des Proklos sich auf die Scholien zum I. Buche beschränkt; denn wie könnte man sonst von προλαμβανόμενα ἐκ τῶν Πρόκλου reden? Dieser Titel pafst sehr gut zu den dem Proklos entnommenen Fragmenten in dieser und ähnlichen Sammlungen, welche Fragmente auch aus der allgemeinen Einleitung des Proklos (Buch I—II) geholt sind, aber gar nicht zu den Scholien der späteren Bücher. Eine sehr ähnliche Scholiensammlung, aber ohne Namen (σχόλια εἰς τὰ Εὐκλείδου στοιχεῖα) fand Wachsmuth in cod. Ambros.

1) Hieraus erhellt deutlich, dafs Proklus, wenn er den Kommentar fortgesetzt hat, die übrigen Bücher ebenso ausführlich wie das erste erläutert haben mufs, nicht, wie man vermutet hat, bedeutend kürzer und mehr sporadisch.

2) In den von Peyrard benutzten Codices, worunter der cod. Vatican. 190 saec. X ist, stand der Name nicht, ebenso wenig in Oxon. (Gregorius S. 228 not. „in editis Πρόκλου σχόλιον dicitur, sed. in mss. nulla mentio Procli"). Vindob. 103 hat das Stück (ohne Namen) ganz wie Florent. Laur. XXVIII, 3.

J 84 infer. nr. 7 saec. XV (zum I. Buche Excerpte aus Proklos, dann Scholien zu II—XI). Aber diese zwei Handschriften stehen durchaus nicht allein. Schon Knoche (1865) machte darauf aufmerksam, dafs wesentlich dieselben Scholien schon lateinisch von Commandinus veröffentlicht waren (Euclidis elementorum libri XV una cum scholiis antiquis a F. Commandino Urbinate latine conversi. Pisauri 1572 fol.). Seine Scholien zum I. Buch sind einem vollständigen Exemplar des Prokloskommentars, wie wir ihn jetzt haben, entnommen (Knoche 1865 S. 7), für die übrigen Bücher hat er wahrscheinlich den cod. Urbinas benutzt, da er aus seinem Geburtsort stammt (Knoche S. 31), dafs er aber auch andere Scholienhandschriften besafs, geht daraus hervor, dafs er auch zum III., IV., VII., IX—XIII. Buche Scholien[1]) hat, während solche sich im Urbinas nicht finden. Jedenfalls denkt er gar nicht daran, diese Scholien dem Proklos zuzuschreiben. Auch Georg Valla hat nebst mehreren neuen Scholien dieselben in seiner Handschrift der Elemente vor sich gehabt (Neue Jahrbücher Suppl. XII S. 397 ff.), aber ebenfalls ohne Namen, während er zum I. Buche und sonst einen vollständigen Proklos hatte (ebendas. S. 396). Endlich finden wir in vielen, und zwar sehr alten und vortrefflichen, Handschriften der Elemente zahlreiche Scholien, die im ersten Buche immer Excerpte aus dem vorhandenen Prokloskommentar bieten, im übrigen dasselbe als Commandinus und die Handschriften Wachsmuths, nur weitläufiger und mit häufigen Zusätzen. Eine solche Handschrift hatte wahrscheinlich der Schreiber von cod. Urbinas 71 vor sich; nur stand darin ganz voran für sich ein Auszug aus der allgemeinen Einleitung des Proklos mit der oben S. 166 angeführten Überschrift, die ich bis jetzt in keinem mit Scholien vesehenen Codex gesehen habe.

Die Vorlage ist in den Auszügen aus Proklos öfters wörtlich befolgt, hier und da aber auch freier, und zwar immer mit vollem Verständis, behandelt. Das Proklosexemplar des Scholiasten war nicht viel besser als unsere Handschriften; namentlich waren schon darin die beiden gröfseren Lücken da (zu I, 36—37 u. 41—43; Friedlein p. V). Auch durch diesen Umstand wird es unwahrscheinlich, dafs der Scholiast weitere Kommentare des Proklos gehabt habe, die für uns spurlos verschwunden sein sollten. Aber diese ganze Frage kann natürlich erst dann genügend beantwortet werden, wenn die Scholien einmal herausgegeben werden, die auch ohnedem viel Wichtiges enthalten und nicht nur für die Textkritik von Bedeutung sind. Ich habe hier nur zeigen wollen, dafs die Fortsetzung

1) Jedoch meistens auffallend wenige, im IV. und IX. Buche gar nur eins; zum VIII. Buch hat er nichts, deshalb auch nicht in der Überschrift „cum scholiis antiquis“; auch im XIV—XV. Buche fehlen die Scholien, während doch das XV. Buch den genannten Zusatz im Titel hat, wozu aber der Charakter des Buches berechtigt.

des Kommentars von Proklos auch nicht nach dem von Wachsmuth veröffentlichten Material als Thatsache gelten kann. Noch kann dagegen mit Knoche 1865 S. 32 ff. hervorgehoben werden, daſs von demjenigen, was Proklos nach den oben S. 165 angeführten Stellen im Verlaufe des Kommentars unterzubringen bezweckte, auch nicht die geringste Spur in unseren Scholien sich findet. Vgl. noch Knoche S. 34 ff.

Genauer auf die Scholiensammlung einzugehen ist nicht möglich, bevor sie gedruckt vorliegt. Sie zu veröffentlichen ist hier nicht der Ort, und ich möchte auch vorher das schon Gesammelte nochmals prüfen und vervollständigen. Jedoch will ich ein paar Notizen über die wichtigsten mir bekannten Handschriften schon jetzt mitteilen. Griechisch ist nur ein kleiner Teil der Scholien herausgegeben; einiges findet man in der ed. Basil. und vermehrt bei August. In der Ausgabe: Euclidis elementa libri XV Graece et Latine ed. St. Gracilis. Lutetiae 1558. 8 (wiederum ib. 1598) finden sich Scholien zu X, 36; 72; 111; XIII, 18; der Herausgeber hält sie für die Arbeit Theons; denn in der Vorrede a. E. schreibt er: adiecta sunt insuper quibusdam locis non poenitenda Theonis scholia siue mauis lemmata, quae quidem longe plura accessissent, si plus otii et temporis uacui nobis fuisset relictum. Endlich stehen hinter: Oratio Cunradi Dasypodii de disciplinis mathematicis, Hieronis Alexandrini nomenclaturae vocab. Geometr. translatio, Lexicon mathematicum. Argentorati 1579. 8 einige wenige Scholien zu den Definitionen des V. Buchs (fol. 42—44), die wir teilweise auch in anderen Handschriften haben, fast gleich aber in cod. Paris. Suppl. 12.

Mit Commandinus stimmen die Scholien in Laurent. XXVIII, 3 oft überein; eine ähnliche, aber ausführlichere Sammlung hat cod. Paris. 2344 saec. XII, und eine Kopie davon (aber nur von den Scholien; sie enthält nicht den Euklid selbst) ist die von August benutzte Münchener Handschrift 102. Als sicherer Beweis dafür, daſs cod. Monac. 102 nach Paris. 2344 geschrieben ist, mag angeführt sein, daſs Monac. im Anfang der Scholien zu X, 5 giebt: ἐὰν ε̅ μὲν οὖν, was daraus entstanden ist, daſs in Paris. 2344 das Scholion am Rande so geschrieben ist, daſs die Nummer des Satzes (ε̅) darin hineingeraten ist.

Etwas verschieden ist die Sammlung von Scholien, die in cod. Laurent. XXVIII, 2 saec. XIV enthalten ist. Vindob. 103 endlich bietet mehrere Reihen von Scholien, zum Teil auch die des Commandinus.

Die Scholien sind nicht aus einem Gusse hervorgegangen; es finden sich viele spätere Zusätze (von Maximus Planudes, Nikephoros Gregoras u. a.), zum Teil durch die Verschiedenheit der Hände als nicht zum Hauptstamm der Scholienmasse gehörend zu erkennen.

Nach dieser kurzen und flüchtigen Erwähnung der Scholien,

die auch für das Folgende notwendig war, wende ich mich an einen Kommentar, über dem ein mystisches Helldunkel ruht, um vielleicht ein wenig am Schleier zu zupfen, ich meine die Erläuterungen zum X. Buche der Elemente, die von Woepcke in einer arabischen Übersetzung (von Abu Othman) aufgefunden wurden (cod. Paris. suppl. 952, 2; geschrieben im Jahre 969 von Ahmed ben Mohammed, einem arabischen Geometer). Dafs sie griechischen Ursprungs sind, besagt die Überlieferung und bestätigt der Inhalt vollkommen. Nur der Name des Verfassers ist nicht sicher überliefert. Nach der arabischen Gestalt dieses Namens in der genannten und einigen anderen Handschriften (s. unten) vermuthet Woepcke, dafs ein Valens gemeint sei. Wenn er aber diesen Valens mit dem byzantinischen Astrologen Vettius Valens identificiert, ist er entschieden auf falschem Wege. Denn Vettius Valens, dessen Schriften noch immer eines Herausgebers harren, lebte wahrscheinlich unter Hadrian, und war somit ein älterer Zeitgenosse des Ptolemäus (Fabricius: Bibl. Graec. II S. 507 ff.; Schöll II S. 696).[1]) Er soll aus Antiochia sein. Dem allen widersprechen ganz und gar die wenigen arabischen Notizen über den Verfasser jenes Kommentares. Woepcke: Mémoires présent. à l'académie des sciences 1856. XIV S. 673 führt aus arabischen Handschriften Folgendes an:

Cod. Paris. 4136: B. l. s[2]) le Roumi (etwa Spätgrieche). Ouvrages de cet auteur: Commentaire du traité de Ptolemée sur le planisphère traduit en arabe par Thabit ben Korrah; Commentaire du dixième livre d'Euclide, en deux livres.

Cod. Paris. 672: B. n. s. le Roumi était versé dans la science des mathématiques, et possédait de vastes connaissances en géometrie. Il vécut à Alexandrie, et son temps est postérieur au temps de Claude Ptolémée.[3]) De ses ouvrages nous citons le commentaire du traité de Ptolémée sur le planisphère, traduit en arabe par Thabit ben Korrah; puis le commentaire du dixième livre du traité d'Euclide, en deux livres. Vgl. noch aus demselben Codex p. 56: „j'ai vu un commentaire du dixième livre par un Grec ancien nommé B. lis“ und Casiri Bibl. arab. I S. 342: commentarium, quem edidit Balis (Valens) in librum X arabice conversum vidi, cuius exemplar ab Ebn Katem Hakim exaratum penes me est. Unmöglich können der hier genannte alexandrinische Geometer, der ein Werk des Ptolemäus kommentierte, und der antiochenische Astronom Vettius Valens, der vor oder mindestens gleichzeitig mit Ptolemäus lebte, dieselbe Person sein.

1) Ihn mit dem von Konstantin d. Gr. befragten Astrologen zu identificieren ist nur ein ganz loser Einfall des Barthius.

2) „Je marque par un point les places des voyelles brèves qui ne sont pas exprimées dans l'écriture ordinaire des mss. arabes.“ Woepcke S. 671 not.

3) Wie man aus dem Vorhandensein seines Kommentars zum Planisphärium des Ptolemäus schlofs.

Dagegen scheint mir die von Woepcke S. 674 allzu schnell und ohne sonderliche Begründung verworfene Ansicht viel für sich zu haben, dafs wir hier ein Fragment des oben genannten Kommentars des Pappos haben. Die Ausdrücke in der zuerst angeführten Stelle aus Paris. 672 passen ganz vortrefflich auf ihn, und ein Kommentar zum Planisphärium des Ptolemäus läge seinen sonstigen Arbeiten gar nicht fern, wenn wir auch keine andere Nachricht von einem solchen haben; übrigens könnte ja bei den zahlreichen derartigen Fälschungen der Araber auch dieses Werk untergeschoben sein. Der verstümmelte Name der arabischen Quellen hat mit „Pappos" wenigstens eine entfernte Ähnlichkeit, wie auch Flügel ihn so gedeutet hat; s. Hadji Khalfa I S. 383: Balbos (Pappos?)[1]) Graecus commentarium libri X composuit. Noch ähnlicher klingt der Name bei Hadji Khalfa V S. 62: liber de planisphaerio autoribus .... et Ptolemaeo Claudio, cuius librum Thabit arabice transtulit et Battus Rumaeus Alexandrinus Geometra interpretatus est.

Ich glaube also mit Sicherheit annehmen zu können, dafs der Kommentar des Pappus zum X. Buche, der notwendig wegen des Umfangs und der Schwierigkeit desselben von bedeutenden Dimensionen gewesen sein mufs, als vollständiges Werk an die Araber gekommen ist, und dann in zwei Bücher eingeteilt worden, und dafs dies die von Woepcke aufgefundene Abhandlung ist. Eine nicht unwesentliche Stütze für diese Hypothese mag auch darin gefunden werden, dafs sehr umfangreiche Spuren von demselben Werk, nach der Inhaltsübersicht bei Woepcke S. 715—20 zu urteilen, sich noch griechisch in unseren Scholien erhalten haben; denn dafs der Kommentar des Pappos eben zum X. Buch von unserem Scholiasten benutzt wurde, haben wir oben S. 163 gesehen.[2])

Ich werde hier die wichtigsten Parallelstellen geben, so weit thunlich immer auf Gedrucktes verweisend:

Woepcke S. 714 nr. 1: Esquisse historique du développement successif de la théorie des quantités irrationnelles chez les Grecs; vollständig ebend. S. 691 ff.	Knoche 1865 S. 18; namentlich von der Entdeckung der Irrationalität durch die Pythagoreer, und die Bemerkung von Apollonios: ἄπειροι ἄλογοι, ὧν τινας καὶ ὁ Ἀπολλώνιος ἀναγράφει.
S. 715 nr. 2: du fini et de l'infini comme principes de la commensurabilité et de l'incommensurabilité.	Knoche S. 18; Commandinus fol. 121—122.

1) Doch schreibt Flügel VII S. 611: fortasse Valens.

2) Dafs die daselbst citierte Äusserung sich nicht in unseren Scholien findet, darf nicht befremden, da sie nur Auszüge bieten. Sie steht

nr. 3: Aperçu de l'arrangement des propositions du dixième livre.	Commandinus fol. 126^r: aliud (scholion).
nr. 5: de la triade comme principe des quantités irrationnelles.	Commandinus fol. 142—43.
nr. 6: Examen comparé de la théorie de Théétète et de celle d'Euclide sur les quantités commensurables en longueur et en puissance ou en puissance seulement.	Commandinus fol. 129^v; Knoche S. 24—25.
nr. 7: de l'existence réelle des quantités incommensurables dans les choses matérielles.	Schol. Laur. XXVIII, 3 (im Anfang) *οὐ γὰρ ταὐτὰ ἀσύμμετρα καὶ ἄλογα, διότι τὰ μὲν φύσει ἐστὶ τὰ δὲ ἄλογα καὶ ῥητὰ θέσει.*
nr. 9: que les lignes rationnelles existent par convention et non pas naturellement.	Beispiel: der Durchmesser des Quadrats. Über nr. 9 hat cod. Paris. 2344 eine umfangreiche Erörterung.
nr. 11: de l'espace médial et de la ligne médiale.	Commandinus fol. 140^v.
S. 716 nr. 13: Division du dixième livre en treize sections, et indication sommaire du contenu de chacune de ces sections.	August II S. 292: *ἑπτά εἰσιν ἑξάδες ἄχρι τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων* etc. (Basil. X, 70 S. 168). Die übrigen 6 *ἑξάδες* sind von den *ἄλογοι κατ' ἀφαίρεσιν* gebildet; cfr. Ed. Basil. X, 73 S. 170: *ἀρχὴ τῶν κατ' ἀφαίρεσιν ἑξάδων.*
S. 718 nr. 9: ... Génération ... des irrationnelles formées par addition au moyen de la proportion arithmétique.	August II S. 292: *ἀναφαίνεται δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἀλόγων τούτων ἡ ἀριθμητικὴ ἀναλογία* etc.
S. 719 nr. 13: Des six droites de deux noms et des six apotomes etc.	August II S. 293 (zu X, 91): *ὁμοίως δὴ καὶ τὰς λοιπὰς ἀποτομὰς εὑρήσομεν ἐκθέμενοι τὰς ἰσαρίθμους ἐκ δύο ὀνομάτων.*

Diese Beispiele genügen um zu zeigen, daſs die disiecta membra unserer Scholien einen Auszug aus jenem arabisch vorhandenen Kommentar bilden. Es wäre zu wünschen, daſs eine vollständige Übersetzung des arabischen Textes endlich einmal erschiene.

Noch sind zwei byzantinische Kommentare zu nennen.

Isaak Argyrus, ein Mönch des XIV. Jahrhunderts, schrieb einen Kommentar zum I—VI. Buch der Elemente, lateinisch her-

---

im genauesten Zusammenhang mit dem, was Woepcke S. 715 nr. 7 aus dem arabischen Werke anführt.

ausgegeben von Cunr. Dasypodius: Isaaci Monachi scholia in Euclidis elementorum geometriae sex priores libros. Argentorati 1579. 12. Er benutzte eine dem bekannten Sambucus angehörige Handschrift, die von des Verfassers eigener Hand herrührte; s. am Ende des Buchs: haec ex clarissimi viri Ioannis Sambuci antiquo codice manu propria Isaaci Monachi scripto sumpta sunt. Nur zum I. Buche sind sie ausführlich, bieten aber nur einen ähnlichen Auszug aus Proklos, wie die übrigen Scholien. Auch in den übrigen Büchern stimmen sie mit diesen oft überein. Namentlich besteht zwischen Isaak und der Scholiensammlnng in cod. Paris. Suppl. 12 saec. XV—XVI eine so auffallende Ähnlichkeit, dafs wir notwendig eine Verbindung annehmen müssen. Nach den eigentlichen Scholien folgen bei Dasypodius noch 10 Blätter mit Excerpten aus der Einleitung des Proklos: Isaaci Monachi prolegomena in Euclidis elementorum geometriae libros (eine halbe Seite) und Varia Miscellanea ad geometriae cognitionem necessaria ab Isaaco Monacho collecta.

Ebenfalls im XIV. Jahrhundert lebte Barlaam aus Calabrien (monachus St. Basilii Fabricius Bibl. Gr. IV S. 18), von dem wir aufser einer Logistik (gr. et lat. ed. Io. Chamber. Paris. 1600. 4), die uns hier nicht angeht, noch eine arithmetische Behandlung des II. Buchs der Elemente besitzen. Auch diese kleine Schrift gab der thätige Cunr. Dasypodius heraus (griechisch und lateinisch): Euclidis quindecim elementorum Geometriae secundum ex Theonis commentariis. Item Barlaam monachi Arithmetica demonstratio eorum, quae in secundo libro elementorum sunt in lineis et figuris planis demonstrata[1]) etc. per C. Dasypodium. Argentorati 1564. 12. Die ganze Abhandlung hat Commandinus fol. 114^{v}—116 aufgenommen: Barlaam monachi arithmetica demonstratio eorum, quae Euclides libro secundo in lineis demonstravit (nur lateinisch, von ihm selbst übersetzt; die 4 Definitionen bei Dasypodius läfst er weg).

An letzter Stelle ist noch der Auszug aus den Elementen zu nennen, der ein sonst gänzlich unbekannter Aineias aus Hierapolis machte; s. Proklos S. 361, 18 ff.: *δέον γὰρ ἦν ἢ τὰς τρεῖς ὑποθέσεις* (Elem. I, 27—28) *διαλαβεῖν καὶ ποιῆσαι τρία θεωρήματα ἢ εἰς ἓν συνάγειν πάσας θεώρημα, ὥσπερ ἐποίησεν ὁ Ἱεραπολίτης Αἰνείας*[2]) *ὁ τὴν ἐπιτομὴν γράψας τῶν στοιχείων.*

Auch bei Psellus *εὐσύνοπτον σύνταγμα εἰς τὰς τέσσαρας μαθηματικὰς ἐπιστήμας ἀριθμητικὴν, μουσικὴν, γεωμετρίαν καὶ ἀστρονομίαν* (gr. et lat. ed. G. Xylander. Basil. 1556. 12) findet man in den arithmetischen und geometrischen Abschnitten einen zwar

---

1) Der griechische Titel lautet: *Βαρλαὰμ μοναχοῦ ἀριθμητικὴ ἀπόδειξις τῶν γραμμικῶς ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀποδειχθέντων.* Text und Übersetzung stehen S. 70—117.

2) *Αἰγείας* bei Friedlein ist nur Druckfehler; im Index und in der ed. Basil. steht *Αἰνείας*.

wenig Neues bietenden, aber doch verständig gemachten Auszug aus den betreffenden Büchern der Elemente; doch benutzt er nebenbei auch andere Quellen (saec. XI—XII).

C.

Von Kommentaren zu den übrigen Schriften Euklids ist nur äufserst wenig bekannt.

Zu den *δεδομένα* schrieb Pappos Erläuterungen; s. Marinus praef. dat. S. 16: *τρόπῳ δὲ διδασκαλίας οὐ κατὰ σύνθεσιν ἐνταῦθα ἠκολούθησεν, ἀλλὰ τῷ κατὰ ἀνάλυσιν, ὡς ὁ Πάππος ἱκανῶς ἀπέδειξεν ἐν τοῖς εἰς τὸ βιβλίον ὑπομνήμασι.* Denn dieses Citat auf Pappos Collect. VII, 1—4 (cfr. Hultsch: Pappos III S. XI ff.) zu beziehen scheint unerlaubt, da die angeführte Äufserung sich dort nicht findet.

Zu den Data besitzen wir die Einleitug von Marinus von Neapolis (in Palästina), dem Schüler und Nachfolger des Proklos, dessen Leben er geschrieben hat (saec. V Ende). Dafs er darin den Pappos benutzte, haben wir soeben gesehen. Die kleine, nicht wertlose Abhandlung giebt zuerst eine vergleichende Untersuchung über die Begriffe *πόριμον — ἄπορον, γνώριμον — ἄγνωστον, ῥητόν — ἄλογον*, um zu einer Definition des *δεδομένον* zu gelangen. Dann folgen zwei kurze Kapitel: *τί τὸ χρήσιμον τῆς περὶ τῶν δεδομένων πραγματείας* und *ὑπὸ τίνα ἐπιστήμην ἀνάγεται ἡ τῶν δεδομένων πραγματεία.*

Ein Bruchstück erschien in Ed. Basil. 1533 des Euklid (hinter Proklos S. 113—15: *περὶ δοθέντων συντόμως* mit der Bemerkung des Herausgebers: haec in vetere exemplari reperta fini adiecimus); das Ganze zuerst in Cl. Hardys Ausgabe der Data (Paris. 1625. 4) S. 1—16 und danach bei Gregorius S. 453—59. Der schlechte Text kann, wie ich oben gelegentlich gezeigt habe, aus Handschriften bedeutend gebessert werden (z. B. cod. Paris. 2348 Iosephi Auriae).

Woher die noch erhaltenen Scholien zu den Data (z. B. in cod. Laur. XXVIII, 2; XXVIII, 8; XXVIII, 10; cod. Paris. 2348 e codd. Vaticanis; 2350; Suppl. 12 u. sonst), den Phänomena und der Optik (Vindobon. 103) ihren Ursprung herleiten, ist uns gänzlich unbekannt.

VI.

Zur Geschichte des Textes.

In diesem Abschnitte beabsichtige ich nicht, die Textesquellen einzeln zu durchgehen und ihren Wert festzusetzen. Die dazu notwendige Grundlage, zahlreiche und genaue Handschriftkollationen, soll eben erst erschaffen werden. Ich wollte hier nur einige allgemeinere Betrachtungen über den Zustand und die methodische Behandlungsweise des Textes mitteilen, als einen kleinen Anfang zu den Voruntersuchungen, die einer Ausgabe notwendig vorausgehen müssen und deren vollständige Ausführung einer anderen Gelegenheit vorbehalten sei. Ich werde mich dabei namentlich auf die Elemente beschränken und nur ein paar Bemerkungen über die *Δεδομένα* anschliefsen; über die Optik und Katoptrik wurde im IV. Kapitel, über die musischen Schriften oben S. 53 ff. über die *φαινόμενα* S. 47 ff. gesprochen.

A.

Schon Savilius Praelectiones p. 11—12 machte auf die merkwürdige Stelle bei Theon aufmerksam[1]), welche an die Spitze dieser Untersuchungen zu stellen ist. Theon nämlich sagt in seinem Kommentar zu Ptolemäus p. 50 ed. Basil. (I p. 201 ed. Halma): *ὅτι δὲ οἱ ἐπὶ ἴσων κύκλων τομεῖς πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ὡς αἱ γωνίαι, ἐφ' ὧν βεβήκασι, δέδεικται ἡμῖν ἐν τῇ ἐκδόσει τῶν στοιχείων πρὸς τῷ τέλει τοῦ ἕκτου βιβλίου.* Wir entnehmen hieraus zunächst nur die Thatsache, dafs Theon aus Alexandrien im IV. Jahrhundert n. Chr. eine Ausgabe der *στοιχεῖα* veranstaltete. Damit stimmen auch unsere Handschriften überein, indem die meisten, ältere so wie jüngere, sich selbst als aus der Theon'schen Redaktion hervorgegangen bezeichnen. So hat cod. Flor. Laur. XXVIII, 3 saec. X—XI: *ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως*: ebenso Laur. XXVIII, 6 saec. XIII, Vindob. 103 saec. XI—XII, Bodl. miscell. 117 saec. XIV (Coxe I p. 687); Bodl. d'Orvill. X, 1 inf. 2, 30 saec. IX. Ähnlich *ἀπὸ συνουσιῶν τοῦ Θέωνος* Laur. XXVIII, 1 saec. XIII; Laur. XXVIII, 2 saec. XIV; ed. Basil. 1533.

1) Auch Petrus Ramus kannte diese Stelle (schol. math. S. 39).

Man hat vielfach über die Bedeutung dieser Redaktion Theons hin und her gestritten. Sehr verbreitet war die Ansicht, nur die Sätze rührten von Euklid her, die Beweise dagegen von Theon. Von dieser Auffassung schreibt sich der Zusatz: cum expositione Theonis auf den älteren lateinischen Übersetzungen (Zambertus, ed. Paris. 1516, ed. Basil. 1530 usw.). In der Ausgabe der Zambertischen Übersetzung Basil. 1546 steht über den Sätzen: Euclides ex Zamberto, über den Beweisen dagegen: Theon ex Zamberto. Bei St. Gracilis Lutet. 1558 heifst es: adscriptae sunt propositionibus singulis vel lineares figurae vel punctorum tamquam unitatum notulae, quae Theonis apodixin illustrent.[1] Xylander (Holtzmann) schickt in seiner deutschen Übersetzung Basel. 1562 S. 6 folgende „Warnung an den Leser“ den Beweisen voraus: freundlicher lieber leser! dieweil die Demonstrationen nit von jme dem Euclide selbs, sondern von andern hoch gelerten khunstreichen mennern als Theone, Hypsicle, Campano etc. hinzugefügt worden usw. Auch Candalla (Paris 1566) spricht von der „elementorum series a Campano et Theone exposita“. Vielleicht liegt in dieser falschen Ansicht der eigentliche Grund zu den vielen Ausgaben der Elemente ohne die Beweise; jedenfalls hat sie, wie aus der Warnung Xylanders hervorgeht, dazu wesentlich beigetragen, dafs man sich in den Beweisen die unumschränkteste Freiheit erlaubte und sie nach eigenem Gutdünken umgestaltete. Vgl. die Vorrede Candallas: sed quia trium (libb. XIII—XV) priorem tantum transtulit Theon, Ypsicles vero reliquos, Campanus autem in omnes scripsit, veremur has diversitates aliquid generationis generasse .... quare XIVti opus comparatione solidorum XIII° descriptorum niti cernentes, quae huic Euclidem contulisse arbitramur, conferemus eidem, reliqua si quae necessaria fuerint suis locis reponentes. Noch Fabricius scheint der genannten Meinung zugethan zu sein (Bibl. Gr. II p. 373: cum demonstrationibus, quae Theoni vulgo tribuuntur — Boethius et Proclus eas non habuit, certe pro Euclideis non agnovit). Petrus Ramus trieb sogar die Überschätzung der Bedeutung Theons für die Elemente so weit, dafs er das ganze Werk ihm vindiciert; er habe die Elemente Euklids in ähnlicher Weise benutzt wie dieser die Arbeiten seiner Vorgänger. Scholae mathem. Basil. 1569 S. 77: sic enim Pythagorae Hippocrates, Hippocratis Leo, Leonis Theudius, Theudii Hermotimus, Hermotimi Euclides, Euclidis Theon *στοιχείωσιν* retexuit et emendavit. Und weiter unten spricht er von Euclides vel Theon oder gar nur von Theon (der Wahrheit gemäfser sagt er jedoch S. 76: quamvis ex elementorum demonstrationibus a Theone nonnihil immutatum sit). Ebenso Bar le Duc in seiner französ-

1) Diese Auffassung hat Weifsenborn Zeitsch. für Math. Suppl. 1880 S. 160 schon beim Verfasser der Geometrie des „Boethius“ nachgewiesen.

sischen Übersetzung (Paris 1610): car si on prend garde aux demonstrations que Proclus luy attribue, tout l'ouurage des Elemens demeurera entierement à Theon.

Die Irrigkeit dieser Ansichten braucht jetzt nicht weitläufig dargelegt zu werden. Dafs Euklid nicht die blofsen Sätze ohne Beweise herausgegeben hat, ist selbstverständlich, und dafs die Beweise in ihrer jetzigen Gestalt im wesentlichen von Euklid und nicht von Theon stammen, wird ein Vergleich mit dem Kommentar des Proklos sofort lehren. Wir wissen jetzt von anderen Ausgaben der Werke der grofsen mathematischen Schriftsteller, die von Spätgriechen veranstaltet worden sind, wie die Recension wenigstens eines Teiles der Schriften Archimeds durch Isidoros von Milet und der *κωνικά* des Apollonios durch Eutokios, die beide die Grundlage unserer jetzigen Handschriftem dieser beiden Verfasser bilden. Wir können aus den eigenen Notizen des Eutokios ziemlich genau erkennen, wie er bei der Herstellung seiner Ausgabe verfuhr (Neue Jahrbücher für Philol. Suppl. XI p. 360 ff.). Im grofsen und ganzen hielt man sich an die vorliegenden Handschriften, und wenn auch dabei ein bei dem damaligen Zustande der Kritik leicht erklärlicher Eklekticismus und eine gewisse Freiheit in der Einschaltung von erläuternden Zusätzen deutlich hervortritt, wurde der ursprüngliche Charakter doch nicht dergestalt verwischt, dafs das Werk als eher dem Herausgeber denn dem Verfasser angehörend betrachtet werden konnte. Selbst bei der Theonischen Bearbeitung der Optik (die doch nur von einem Schüler dem mündlichen Vortrag Theons nachgeschrieben ist) genügen die Änderungen nicht, um das Werk dem Euklid zu entreifsen. Wir dürfen uns also den Hergang so vorstellen, dafs Theon nach den vorzüglichsten Handschriften eine Ausgabe (*ἔκδοσις*) machte, die er in seinen Vorlesungen (*συνουσίαι*) zu Grunde legte; dabei hat er in dem überlieferten Text einige Redaktionsänderungen vorgenommen, auch einen und den anderen Zusatz, der ihm zweckmäfsig schien, unbedenklich gemacht, wie er ja in der oben angeführten Stelle sich eines solchen rühmt. Glücklicher Weise besitzen wir die Mittel um seine Thätigkeit zu kontrollieren, wie sofort nachgewiesen werden soll, wodurch wir die soeben a priori gewonnene Vorstellung von der Bedeutung seiner Ausgabe nur bestätigt finden werden. Diese Vorstellung ist schon früher mit verschiedener Klarheit und Bestimmtheit geltend gemacht worden. Sie schwebte schon dem Scholiasten vor, der nach Savilius Prael. S. 11 in einer Oxforder Hds. zum XIII. Buch der Elemente die Bemerkung machte: *Εὐκλείδης ὁ τὰ στοιχεῖα συναθροίσας ἦν ἐπὶ χρόνοις Ἀλεξάνδρου τοῦ Μακεδόνος Θέων δὲ ὁ συντάξας αὐτὰ ἐπὶ Θεοδοσίου τοῦ βασιλέως* (in cod. Paris. Suppl. Graec. 12 steht dagegen: *ὁ μὲν γὰρ οὗτος Εὐκλείδης ἰσόχρονος ἦν τῷ Ἀλεξάνδρῳ ὁ δὲ Θέων τῷ Ἁδριανῷ*). Vgl. Paris. 2466 saec. XII (schol. ad elem.

III fin.): ἐξέδοτο δὲ ταῦτα ὡς καὶ τὴν ὅλην γεωμετρίαν χρόνῳ παραρρυεῖσαν ὁ Θέων, ὅθεν καὶ γράφεται ἐπ' ἐνίων· Εὐκλείδου στοιχείων α' ἢ β' φέρε εἰπεῖν ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως. Buteo, dessen Kommentar zu den Elementen mir nicht zugänglich war, hielt alles, was wir jetzt in unseren Handschriften der Elemente finden, für Euklidisch, und dieser Meinung tritt Savilius, der Prael. S. 10 ff. die hergebrachten Ansichten richtig widerlegt, mit einigen verständigen Reservationen bei, um zur folgenden Konklusion zu gelangen (S. 13): ex quibus omnibus sic concludo, mihi videri Theonis fuisse partes in Euclide paucissimis quidem in locis interpolando, explicando, augendo; ultra hoc nullas. Hier ist also die richtige Auffassung mit aller Stärke und Bestimmtheit ausgesprochen. Auch Commandinus sucht zwischen Buteo und Ramus zu vermitteln und kommt dadurch an das richtige Resultat (praef. 1572, fol. 5[v]): nos autem medium secuti credimus libros de elementis suis ornatos demonstrationibus ab Euclide nobis fuisse relictos — ut autem hoc vere asserimus, ita illud merito concedemus, Theonem excellentis ingenii virum[1]) Euclidis demonstrationes fusius planiusque in lucem protulisse .... elementa Euclidi concedenda sunt, praesertim cum verbis potius quam re ipsa Theon ab eo discrepet in demonstrandi ratione. sunt igitur illae quidem demonstrationes Euclidis, sed eo modo conscriptae, quo olim Theon Euclidem secutus suis discipulis explicavit. fol. 6: dixi autem non Theonem, quod multi credunt, sed illius familiarem quendam virum plane eruditum, quicunque ille fuerit, Euclidem nobis eo, quo nunc habetur, modo legendum concessisse, verborum illorum ἐκ τῶν Θέωνος συνουσιῶν testimonio.[2]) haud tamen negaverim Theonis auditorem, cum nomen suum suppresserit, voluisse nos totum hunc laboris ac industriae fructum Theoni dumtaxat acceptum referre.

B.

Wir wollen jetzt die Spuren der vortheonischen Recension aufsuchen.

Als Peyrard im J. 1814 eine neue Ausgabe des Elemente und Data vornahm, wurden durch Vermittelung des Grafen de Peluse zwei vatikanische Hdss. (190 und 1038) zu seinem Ge-

1) Daſs die Zusätze Theons meistens nur Verschlimmbesserungen sind, hat er also nicht erkannt, wie er überhaupt auf die Verdienste Theons etwas zu viel giebt.

2) Ob zwischen den beiden Ausdrücken ein realer Unterschied besteht, kann mit den jetzt bekannten Handschriftkollationen nicht entschieden werden. Vielleicht gehen nur die mit der Aufschrift ἐκ Θέωνος ἐκδόσεως versehenen Hdss. direkt auf jene Ausgabe zurück, während die übrigen (ἀπὸ συνουσιῶν Θέωνος) aus Theons Vorlesungen durch einen Schüler herzuleiten sind und also mehr vom Ursprünglichen abweichen. Für diese Annahme spricht ed. Basil.

brauche von Rom nach Paris versandt. In nr. 190 saec. X fand sich keine Spur der gewöhnlichen Zuthat über die Theonische Recension, und die hierdurch erregte Vermutung, es liege hier eine ältere Ausgabe vor, wurde durch einen anderen Umstand zur Gewiſsheit erhoben. Es geht nämlich aus der oben angeführten Stelle des Theon hervor, daſs er selbst zu Elem. VI, 33 die Bemerkung über Zirkelsektoren in seiner Ausgabe hinzugefügt hat, und diesen Zusatz finden wir in der That in allen anderen, selbst den ältesten bekannten Hds. In Vatic. 190 aber sind die hierauf bezüglichen Worte (August I p. 190, 6: ἔτι — 7: συνιστάμενοι, p. 190, 14: καὶ ἔτι — τομέα, p. 191, 17: λέγω ὅτι — 192 extr.), von denen die letztgenannten schon dadurch verdächtig sind, daſs sie nach der gewöhnlichen Euklidischen Schluſsformel ὅπερ ἔδει δεῖξαι p. 191, 16, ohne selbst eine solche zu haben, nachträglich folgen, teils zwischen den Zeilen, teils am Rande mit zweiter Hand geschrieben. Da auch sonst mancher handgreifliche und längst erkannte Irrtum der Vulgata durch diese Hds. beseitigt ist, schlieſst Peyrard I p. XXII ff. mit Recht: itaque non absurde coniecerim emendatum Euclidis textum in hoc ms. contineri aliosque mss. nihil aliud esse quam editionis vulgatae a Theone exemplaria. Eine zweite Spur dieses älteren Textes findet sich in der Übersetzung des Campanus (Venet. 1482, wieder abgedruckt Vicent. 1491). Daſs diese Übersetzung nach dem Arabischen gemacht ist, geht aus den hie und da vorkommenden arabischen Wörtern hervor (I def. 32: helmuayn τραπέζιον, I def. 33: similis helmuayn τραπεζοειδής. XIII, 16 extr. alchaidarum πλευρῶν), und ist immer anerkannt worden; so Commandinus 1572 praef.: Campani editio ex arabico conuersa; vgl. Kästner: geometriae Euclidis primam edit. descrips. Lips. 1750, 4. Daſs nun die Araber der älteren Redaktion gefolgt waren, geht daraus hervor, daſs in der genannten Übersetzung die Stellen in VI, 33 über τομεύς gänzlich fehlen. Doch muſs sofort hervorgehoben werden, daſs diese Quelle nur für die gröbsten Unterschiede zu gebrauchen ist, weil sie eher an die euklidische Darstellung anlehnt als dieselbe treu wiedergiebt. Somit ist sie für die Feststellung der vortheonischen Lesarten im einzelnen völlig unbrauchbar, und überhaupt ist nur ihr negatives Zeugnis als zuverlässig anzusehen. Noch einen anderen Zusatz Theons können wir durch Vatic. 190 und Campanus erkennen, nämlich VI def. 5[1]); sie wird im ganzen Werk nie angewandt und ist auch sonst verdächtig (s. namentlich Simson: Euclidis elem. Glasguae 1756 S. 372 ff.). Diese Definition fehlt nun gänzlich bei Campanus und steht im Vatic. 190 am Rande (doch mit einem Zeichen, das sie als dem Text angehörig zu bezeichnen scheint, ob von erster

1) λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα.

Hand, wird nicht gesagt). Sie wird ganz gleichlautend von Eutokius zu Archimed. de sph. et cyl. II, 4 (III p. 140, 23) citiert: *ὡς γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει· ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσίν τινα*, und ähnliches hat Theon selbst zu Ptolem. S. 62 ed. Basil. (I p. 235 ed. Halma): *λόγος ἐκ δύο λόγων ἢ καὶ πλειόνων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα πηλικότητα λόγου*; vgl. Barlaam logist. (Paris. 1600) V def. 2: *λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες πολλαπλασιαζόμεναι ἐπ' ἀλλήλας ποιῶσι τὴν τοῦ λόγου πηλικότητα.* Es ist nicht zu bezweifeln, dafs diese Definition von Theon herrührt und erst in seiner Ausgabe erschien.

Durch Vergleichung des Vatic. 190 mit dem Text der Ausgaben können wir also eine Vorstellung von der Bedeutung der Recension Theons und dem Umfange seiner Änderungen gewinnen, und es stimmt dieses Bild ganz mit den oben angeführten a priori aufgestellten Vermutungen. Der wesentliche Inhalt ist unbeschadet geblieben, einzelne Redaktionsänderungen vorgenommen, an vielen Stellen einzelne Wörter und ganze Sätze zur Erläuterung eingeschalten worden. Dieses im einzelnen nachzuweisen ist es noch nicht die Zeit. Denn an sehr vielen Punkten verschwinden die Unterschiede, die nach den vorhandenen Ausgaben zwischen der Vulgata und Vatic. 190 bestehen, gänzlich, wenn die alten Handschriften, welche die Theonische Recension vertreten, zum Vergleich herangezogen werden. Ich will einige Beispiele namentlich aus Vindob. 103, welche Handschrift ich bis jetzt allein vollständig verglichen habe, hierher setzen.

August

I S. 48, 24: *τῶν ΒΑ, ΑΓ*] edd., *τῶν* om. Vat., Vind.
I S. 50, 21: *ἀλλὰ καὶ ἡ*] edd., *ἀλλὰ ἡ μέν* Vat., Vind.
I S. 53, 12: *ἴσον ἐστί*] edd., *ἐστιν ἴσον* Vat., Vind.
I S. 55, 15: *ἡ μὲν ΓΒ*] edd., *μέν* om. Vat., Vind.
I S. 61, 27: *ἐκβληθεῖσαν*] edd., om. Vat., Vind.
I S. 68, 28: *ἄρα*] edd., om. Vat., manu 2 Vind.
I S. 70, 24: *ἴση ἐστίν*] edd., *ἐστιν ἴση* Vat., Vind.
I S. 71, 5: *εὐθεῖαι*] edd., om. Vat., m. 2 Vind.
I S. 72, 34: *πρὸς τὸν κύκλον*] edd., om. Vat., man. 2 Vind.
I S. 32, 14: *τὰς ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ*] edd., om. Vat., man. 2 cod. Laur. XXVIII, 3.
I S. 9, 32: *ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις*] edd., om. Vat., Paris. 2466 saec. XII.
I S. 14, 24: *γωνίαι αἱ*] edd., om Vat., Paris. 2466.
I S. 20, 27: *τὰ αὐτά*] edd., *ταῦτα* Vat., Paris. 2466.
I S. 24, 2: *ταῖς*] edd., om. Vat., Paris. 2466.
I S. 24, 16: *ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία*] edd., *γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ* Vat., Paris. 2466.

II S. 63, 7: τὴν *EZ*] edd., τήν om. Vat., Bodl.[1]), Paris. 2466.
II S. 63, 8: τὴν *EH*] edd., τήν om. Vat., Bodl. Paris. 2466.
II S. 63, 9: οὕτως τὸ *EA* πρὸς τό] edd., τὸ *EA* πρός Vat. Bodl., Paris. 2466.
II S. 64, 3: τὴν *NP*] edd., τήν om. Vat., Bodl. Paris. 2466.
II S. 63, 23: μήκει] edd., om. Vat., Vat. 193[2]), Paris. 2466; supra man. 2 Bodl.
II S. 63, 33: μήκει] edd., om. Vat., Vat. 193, Paris. 2466; supra man. 2 Bodl.

Diese wenigen, aus einer grofsen Anzahl herausgegriffenen Beispiele zeigen zur Genüge, dafs der Abstand zwischen der Recension Theons und der von Vatic. 190 gebotenen in der That keineswegs so grofs ist, wie die Ausgaben ihn erscheinen lassen. Sie deuten zugleich an, in welchem Grade die Interpolation in den jungen Handschriften, worauf unsere bisherigen Euklidausgaben fussen, verbreitet ist. Überhaupt wird bei der verhältnismäfsig unbedeutenden Anzahl eigentlich korrumpierter Stellen in den Elementen bei der Neubearbeitung derselben das Hauptaugenmerk auf die Interpolationen zu richten sein. Man darf drei Reihen von solchen späteren erläuternden Einschiebseln unterscheiden, die vortheonischen, die schon in Vatic. 190 sich finden und nur selten, namentlich vermittelst des Kommentars des Proklos, erkannt werden können, die von Theon gemachten, die durch den Vatic. ausgeschieden werden können, und endlich die nachtheonischen, immer zunehmenden Fälschungen, die durch Zurückgehen auf die zahlreichen alten Vertreter der Recension Theons (Bodleianus, Laurentianus XXVIII, 3, Vindobonensis 103, Parisinus 2466 usw.) leicht zu erledigen sind. Hieraus ergiebt sich das Verfahren, das bei einer neuen, kritischen Ausgabe eingehalten werden mufs. Zuvörderst muss die Textesrecension Theons aus den alten Hdss. derselben restituiert werden; dann ist die ursprüngliche Lesart durch Vergleichung mit Vatic. 190 zu ermitteln. Hierbei ist zu erinnern, dafs dem Vatic. nicht vor der Hand immer der Vorzug gebührt, indem mögliche Schreibfehler und willkürliche Abschreiberbesserungen dieser Handschrift, die der Masse der übrigen allein und ohne Kontrolle verwandter Abschriften gegenüber steht, mit in Betracht genommen werden müssen. Im allgemeinen darf festgehalten werden, dafs da, wo die sicher verbürgte Lesart Theons in solcher Weise vom Vatic. abweicht, dafs kein Grund vorliegt, warum Theon die Fassung des Vatic., wenn sie die ursprüngliche wäre, verlassen haben sollte, den Theonischen Hdss. der Vorzug zu geben und die Schreibung des Vatic. als Verderbnis der Kopisten anzusehen ist.

1) Nach dem Facsimile bei Wattenbach und Velsen tab. II.
2) Nach freundlicher Mitteilung des Herrn Direktor H. Menge.

C.

Ein schätzbares Hilfsmittel der Textkritik bilden die häufigen Anführungen Euklidischer Sätze bei alten Schriftstellern aller Art. Einen besonderen Platz unter denselben nimmt der Kommentar des Proklos zum I. Buche ein. Machen wir daher mit einer Übersicht der von diesem gebotenen Varianten den Anfang.[1])

I def. 9: *αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαί*] *αἱ τὴν γωνίαν περιέχουσαι γραμμαί*. Proklus S. 128.

I def. 10: *ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν*] *ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι*. Proklus S. 131 (und Vatic.). ib. *ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα*] *ἡ ἐφεστηκυῖα γραμμή* Proklus S. 131 (und Vindob.).

I def. 15: *ἣ καλεῖται περιφέρεια*] om. Proklus S. 146.

I def. 18: *τοῦ κύκλου*] om. Proklus S. 158 (und Paris. 2466).

I def. 19: *τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας*] *κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτὸ ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν*. Proklus S. 158. Die gewöhnliche Definition ist aus III def. 6 hier eingedrungen. Vgl. Proklus S. 160, 10 ff.

I def. 20: *εὐθύγραμμα σχήματα*] *σχήματα εὐθύγραμμα*. Proklus S. 161.

ib. *εὐθειῶν*] *εὐθειῶν γραμμῶν*. Proklus S. 161 (und Vatic.).

I def. 23: *εὐθειῶν*] *πλευρῶν* Proklus S. 161.

I def. 24: *τρεῖς ἴσας*] *τὰς τρεῖς ἴσας* Proklus S. 164 (und die besseren Hdss).

I def. 25: *τὰς δύο μόνας*] *δύο μόνον* Proklus S. 164.

I def. 26: *πλευράς*] om. Proklus S. 164.

I def. 27: *ἔτι τε*] *ἔτι δέ*. Proklus S. 164.

ib. *τὸ ἔχον*] *τὸ μίαν ἔχον*. Proklus S. 164 (und Vindob. mg.).

I def. 28: *τὸ ἔχον*] *τὸ μίαν ἔχον*. Proklus S. 164.

I def. 29: *τρεῖς*] *τὰς τρεῖς*. Proklus S. 164 (und die guten Hdss.).

I def. 30: *ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καί*] *ἐστιν ἰσόπλευρον τε καί*. Proklus S. 169.

I def. 31: *ὅ*] *τό*. Proklus S. 169.

I def. 33: *ἰσόπλευρόν ἐστιν*] *ἐστιν* om. Proklus S. 169.

I def. 35: *εἰσιν εὐθεῖαι*] *εὐθεῖαί εἰσιν*. Proklus S. 175.

ib. *ἐπ' ἄπειρον*] *εἰς ἄπειρον*. Proklus S. 175 (und die guten Hdss.).

I *αἴτ.* 2: *ἐκβάλλειν*] *ἐκβαλεῖν* Proklus S. 185 (und Paris. 2466).

I *αἴτ.* 3: *γράφεσθαι*] *γράψαι*. Proklus S. 185.[2])

1) Ich benutze die Ausgabe des Gregorius, habe aber ihre besonderen Fehler nicht berücksichtigt.

2) Als *αἴτ.* 4—5 hat Proklos S. 188 und S. 191 noch: *καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι* und *καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάττονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ'*

I κοιν. ἐνν. 2. ἴσοις ἴσα] ἴσα ἴσοις Proklus S. 193.
ib. ἐστὶν ἴσα] ἴσα ἐστίν Proklus S. 193.
I κοιν. ἐνν. 3: ἀπὸ ἴσων ἴσα] ἴσων Proklus S. 193.
ib. ἐστιν ἴσα] ἴσα ἐστίν Proklus S. 193.
I κοιν. ἐνν. 4—7] om. Proklus.[1])
I κοιν. ἐνν. 8—9: καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον ἐστί] καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον. καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. Proklus S. 193.[2])
I prop. 3; ἴσην εὐθεῖαν] εὐθεῖαν om. Proklus S. 228.
I, 4: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ] ἔχει (l. ἔχῃ) δὲ καὶ γωνίαν γωνίᾳ ἴσην. Proklus S. 233.
ib. ἴσων εὐθειῶν] ἴσων πλευρῶν. Proklus S. 233.
ib. ἑκατέρα ἑκατέρᾳ] om. Proklus S. 233.
I, 5: ἀλλήλαις] om. Proklus S. 244.
ib. ἴσαι ἀλλήλοις ἔσονται] ἴσαι εἰσίν. Proklus S. 244.
I, 6: ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι] ἴσαι ὦσιν. Proklus S. 251.
ib. ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται] ἴσαι εἰσί. Proklus S. 251.
I, 7: δυσί] δύο. Proklus S. 259 (und Paris. 2466).
ib. ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται] οὐ σταθήσονται (l. συσταθήσονται, cfr. S. 260, 18) ἑκατέρα ἑκατέρᾳ Proklus S. 259.
I, 8: δυσί] δύο. Proklus S. 265 (und Paris. 2466).
ib. ἔχῃ δέ] om. Proklus S. 265.
I. 9: γωνίαν εὐθύγραμμον] εὐθύγραμμον γωνίαν. Proklus S. 271.
I, 13: δυσίν] δύο Proklus S. 291.
I, 14: εὐθεῖαι μή] εὐθεῖαι ἑξῆς μή. Proklus S. 294.
ib. κείμεναι] om. Proklus S. 294. δυσίν] δύο. Proklus.
I, 15: ποιήσουσι] ποιοῦσι. Proklus S. 298.

ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δυο ὀρθῶν ἐλάττονες, und ebenso sowohl Vatic., als ältere Hdss. der theonischen Klasse. Aber aus Proklos S. 188, 3 ff. und S. 191, 21 ff. ersehen wir, daſs viele diese Sätze von den αἰτήματα geschieden wissen wollten, und in den alten Ausgaben und jungen Hdss. sind sie unter die κοιναὶ ἔννοιαι (oder ἀξιώματα Proklus S. 193) versetzt.

1) Die κοιν. ἐνν. 4 hatte Pappus hinzufügen wollen, s. Proklus S. 197, 6 ff. 6—7 werden ausdrücklich von ihm verworfen S. 196, 25 ff. Doch sind sie vor Theon hinzugefügt, da sie im Vatic. stehen.

2) Über 10—11 s. oben. Als κοιν. ἐνν. 12 haben viele alte Hdss.: καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν, was im Vatic. u. a. als αἰτ. 6 (καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν) aufgeführt wird; von Proklus als zu den κοιν. ἐνν. von vielen gerechnet bezeichnet, aber verworfen; S. 184, 8: ἐν δὲ τοῖς ἀξιώμασι τὸ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν προσκεῖσθαι περιττῶς, εἴπερ δι' ἀποδείξεως ἔχοι τὸ πιστὸν (den Beweis s. S. 239); vgl. S. 196, 23. Man siehe überhaupt über Verunstaltung der αἰτήματα und ἀξιώματα Proklus S. 198, 3: ταῦτα οὖν ἕπεται τοῖς προειρημένοις ἀξιώμασι, καὶ εἰκότως ἐν τοῖς πλείστοις ἀντιγράφοις παραλείπεται.

I, 15: ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι καὶ (ἐάν Vindob.) ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσι][1]) ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς τέτταρας γωνίας τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν. Proklus S. 301 (ähnlich Paris. 2466).

I, 16: μιᾶς τῶν πλευρῶν] μιᾶς πλευρᾶς. Proklus S. 305.

ib. ἐκβληθείσης] προσεκβληθείσης. Proklus S. 305 und gute Hdss.

ib. ἡ ἐκτὸς γωνία] ἡ ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία Proklus S. 305.

I, 21: ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν] δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι. Proklus S. 326.

ib. δύο] om. Proklus. ἐλάσσονες] ἐλάττους Proklus (ἐλάττονες Vindob., Paris. 2466).

I, 22: εἰσιν ἴσαι] εἰσιν. Proklus S. 329.

ib. εὐθείαις] εὐθείαις ἴσαι. Proklus S. 329 (aber εὐθείαις steht in Vindob. und Paris. 2466 manu 2; om. Vat.).

ib. δή] δέ Proklus S. 329.

I, 23: γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ] εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ Proklus S. 333.

I, 24: τάς] om. Proklus S. 336. ταῖς δυσί] δύο, Proklus.

ib. τὴν δὲ γωνίαν — μείζονα ἔχῃ] ἔχῃ δὲ τὴν γωνίαν — μείζονα Proklus S. 336.

I, 25: τάς] om. Proklus S. 344. ταῖς δυσί] δύο. Proklus (ταῖς om. Paris. 2466 und Vatic.).

ib. τὴν βάσιν δέ] καὶ τὴν βάσιν. Proklus S. 344.

I, 26: τάς] om. Proklus S. 347. ταῖς δυσί] δύο. Proklus (ταῖς om. Vatic., Paris. 2466).

ib. καὶ μίαν] ἔχῃ δὲ καὶ μίαν. Proklus S. 347.

ib. ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] om. Proklus S. 347.

ib. γωνίᾳ] γωνίᾳ ἴσην ἕξει. Proklus S. 347.

I, 28: δυσίν] δύο. Proklus S. 361.

ib. ποιῇ] om. Proklus S. 361 (und Vatic., m. 2 Vindob.).

ib. ἀλλήλαις αἱ] om. Proklus S. 361 (αἱ om. Vindob.).

I, 29: γωνίας ἴσας ἀλλήλαις] ἴσας. Proklus S. 364 (wo καὶ ἀπεναντίον — τὰς ἐντός in den Hdss. ausgefallen sind).

ib. δυσίν] δύο. Proklus.

I, 32: μιᾶς τῶν πλευρῶν] μιᾶς πλευρᾶς. Proklus S. 377.

ib. ἐκτὸς γωνία] ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία. Proklus.

ib. δυσί] δύο. Proklus. ἴση ἐστί] ἐστὶν ἴση. Proklus.

ib. τρεῖς] om. Proklus. δυσίν] δύο. Proklus.

I, 33: παραλλήλους] παραλλήλους εὐθείας. Proklus S. 385.

I, 35: ὄντα] om. Proklus S. 394 (und Vatic.).

I, 36: τῶν ἴσων] ἴσων. Proklus S. 400 (und Vatic., Vindob.).[2])

---

1) Im Vatic. manu 2; wird von Proklus S. 305, 4ff. als eigene Folgerung gegeben.

2) I, 37 ist bei Proklus in den Hds. ausgefallen.

I, 38: τῶν ἴσων] ἴσων. Proklus S. 405 (und Vindob.).
ib. εἰσίν] ἐστίν. Proklus (und die guten Hdss.).
I, 40: τῶν ἴσων] ἴσων Proklus S. 409 (und Vindob.).
I, 41: ἔσται] ἐστι. Proklus S. 412 (und Vatic. u. a.).[1]
I, 44: ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ] ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. Proklus S. 419.
I, 45: εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ] γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. Proklus S. 422 (Vatic., Vindob., u. a.).
I, 47: τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν. Proklus S. 426.

Hierzu kommen noch vereinzelte Citate aufserhalb der Reihe der Sätze. I, 1 wird wörtlich citiert S. 102, 14; I, 10 ebenso S. 204, 19; I, 17 ebenso S. 184, 1; I, 22 erster Teil S. 102, 16. Varianten kommen vor in:
IV, 10: γωνιῶν] om. διπλασίονα] διπλασίαν. S. 204, 1.
VI, 1: πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις] τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ταῖς βάσεσι. S. 245, 5.
VI, 31: τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς] τῆς ὑποτεινούσης τὴν ὀρθὴν γωνίαν.[2] ὁμοίοις καί] ὁμοίοις τε καὶ (so auch die guten Hdss.). S. 426, 14.
X, 29: μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους] ἐν τῷ δεκάτῳ· εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει συμμέτρους (nicht als wörtlich zu fassen). S. 205, 10.

S. 172, 11 werden die Worte πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον IV, 13 ohne τε angeführt.

Mit Angabe der Stelle ohne Anführung des Wortlautes werden genannt: II, 4 πόρισμα (S. 304, 2: τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ (πόρισμα) προβλήματος).[3] III, 1 πόρισμα (S. 304, 6: τὸ δὲ ἐν τῷ πρώτῳ τοῦ τρίτου βιβλίου συναποδεδειγμένον). III, 30 (S. 272, 15: ἐν τῷ τρίτῳ βιβλίῳ τοῦ στοιχειωτοῦ τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνοντος). IV, 16 (S. 269, 11: τὸ γοῦν τελευταῖον ἐν τῷ τετάρτῳ καθ' ὃ τὴν τοῦ πεντεκαιδεκαγώνου πλευρὰν ἐγγράφει τῷ κύκλῳ). VI, 1 (S. 405, 11: ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ κατὰ τὸ πρῶτον θεώρημα). VII, 2 πόρισμα (S. 303, 22: τὸ δὲ ἐπὶ τέλει τοῦ δευτέρου θεωρήματος τοῦ ζ' βιβλίου (πόρισμα) τῶν ἀριθμητικῶν).

Besondere Erwähnung verdient es, dafs Proklus S. 330, 23 —331, 8 einen Teil des Beweises für I, 22 fast wörtlich wiederholt (S. 330, 19: ἐπακολουθήσομεν γὰρ τοῖς τοῦ γεωμέτρου ῥήμασιν), nämlich August I S. 21, 9—20 mit den folgenden Varianten: Z. 9: αἱ δοθεῖσαι] om. αἱ] om. Z. 10: τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν] μείζους τῆς λοιπῆς. Z. 11: αἱ μέν—12: τῆς Α] om. Z. 12: δεῖ δή — 13: συστήσασθαι] καὶ δέον ἔστω ποιῆσαι τὸ προσταχθέν. Z. 14: πεπερασμένη μέν] ἐπὶ θάτερα μὲν πεπερασμένη, οἷον. Z. 15:

---

1) I, 42—43 ist bei Proklus in den Hdss. ausgefallen.
2) Darauf ist bei Proklus eine Lücke; vielleicht nicht wörtlich.
3) Das einzige πόρισμα des II. Buches; aber II, 4 ist ein Theorem.

ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε] ἐπὶ θάτερα δὲ ἄπειρος.[1]) Z. 17: μὲν] om. Z. 18: ΔΚΑ] κ. μὲν] om.[2]) Z. 20: ΚΑΘ] λ. καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι· τοῦτο γὰρ ἔλαβεν ὁ στοιχειωτής. Eben diese Stelle wurde von P. Ramus (schol. math. S. 181: Proclus in hac demonstratione citat Euclidem ad verbum. at verba illa nequaquam cum Theonis verbis conveniunt, ut ex hoc loco et plerisque aliis notissimum sit, Theonis orationem Euclidis orationem non esse) u. a. dazu benutzt um die Beweise dem Theon zu vindicieren. Aber die Beschaffenheit von mehreren der gröfseren Abweichungen, die den unverkennbaren Charakter von eigenen erleichternden Verkürzungen des Proklus tragen (Z. 11—12, 12—13, 14—15, 18, 20), zeigt, dafs sein Versprechen sich an die eigenen Worte Euklids halten zu wollen nicht allzu strenge zu urgieren ist. Nicht einmal der letzte Zusatz: καὶ τεμνέτωσαν etc., den August etwas modificiert in den Text aufgenommen hat (S. 21, 20), scheint bei Euklid selbst da gewesen zu sein; sonst hätte Proklus schwerlich die erläuternde Bemerkung τοῦτο γὰρ ἔλαβεν ὁ στοιχειωτής hinzugefügt. Vgl. S. 332, 12: ὥστε ὁ στοιχειωτὴς ὀρθῶς τέμνοντας ἔλαβεν (nicht τέμνειν ἔφη oder dergl.) ἀλλήλους τοὺς κύκλους.

Als Resultat dieser Zusammenstellung können wir folgende Sätze behaupten,

1) Proklus ist nicht der Recension Theons gefolgt (s. zu I def. 10^1, I def. 20^2, I, 35), wenn er sie auch natürlich gekannt hat; hier wird also durch den Vatic. Ausgleichung erzielt.

2) Vieles von der Nichtübereinstimmung zwischen Proklus und unserem heutigen Text wird durch Zurückgehen auf die alten Hdss. gehoben (s. zu I def. 10^2; I def. 18; I def. 24; I def. 27^2; I def. 29; I def. 35^2; I αἰτ. 2; I, 7^1; I, 8^1; I, 10^2; I, 25^1; I, 26^1; I, 28^2; I, 36; I, 38; I, 40; I, 41; I, 45).

3) Von dem Zurückbleibenden ist vieles in der von Proklus gebotenen Fassung entschieden besser und darf also als schätzbare Überreste einer über unsere Handschriften hinausreichenden Überlieferung angesehen werden. Andere Nichtübereinstimmungen aber scheinen von Verderbnis der Proklushandschriften herzurühren. — Ein flagrantes Beispiel dieser Art mufs besonders besprochen werden. I, 13 hat Proklus S. 291, 20 in dem seinem Kommentar vorausgeschickten Satz Euklids zum Anfang ὡς ἄν, wie die Ausgaben und alle, alte so wie junge, Hdss. der Theonischen Recension. Aber aus seinen Bemerkungen S. 292, 13 ff.: οὐ γὰρ ἁπλῶς εἶπεν, ὅτι πᾶσα εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας στᾶσα ἢ δύο ὀρθὰς ποιεῖ ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας, ἀλλά· ἐὰν γωνίας ποιῇ. τί γάρ, εἰ ἐπ' ἄκρας ἱσταμένη τῆς εὐθείας μίαν ποιεῖ γωνίαν, ἐνδέχεται ταύτην ἴσην εἶναι δύο

1) Vgl. S. 102, 19: ἐν γὰρ τῇ κατασκευῇ (von I, 22) φησιν· ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἐπὶ θάτερα μὲν πεπερασμένη ἐπὶ θάτερα δὲ ἄπειρος.

2) μέν fehlt auch in Vatic. und Vindob.

ὀρθαῖς; — geht unleugbar hervor, dafs Proklus selbst *ἐάν* statt *ὡς ἄν* gelesen wissen wollte, und so hat in der That unter allen Hdss. Vatic. 190 allein. *ὡς ἄν* ist also eine Konjektur Theons, die durch seine Ausgabe allgemeine Verbreitung fand und sogar auf Kosten der ursprünglichen Lesarten in die Proklushdss. drang. Auch ist es bemerkenswert, dafs I, 1, die zweimal mit unseren Hdss. übereinstimmend angeführt wird (s. oben), S. 223, 21 so lautet: *ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης συστήσασθαι τρίγωνον ἰσόπλευρον*. Also dürfen wir auch sonst für solche gelegentlichen Citate festhalten, dafs sie aus dem Gedächtnisse angeführt worden und nicht immer wörtlich zu sein brauchen.

Es folge jetzt ein Verzeichnis der Citate aus den Elementen, die bei griechischen und lateinischen Schriftstellern des Altertums vorkommen, nach der Zeitfolge geordnet. Es darf natürlich nicht absolute Vollständigkeit beanspruchen. Namentlich sind auch wissentlich viele derjenigen Stellen weggelassen, wo ohne Nennung des Namens kleinere oder gröfsere Fetzen der Worte Euklids angeführt werden, weil an solchen Stellen nur selten behauptet werden kann, dafs der betreffende Schriftsteller wörtlich zu citieren die Absicht hatte, und somit die Citate ihren Wert für die Kritik einbüfsen.

Heron c. 100 v. Chr.

Euklid		*Heron*	
I def. 1	—	def. 2:	*σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν.*
I def. 2	—	def. 3:	*γραμμὴ δέ ἐστι μῆκος ἀπλατές....*
I def. 4	—	def. 5:	*εὐθεῖα μὲν οὖν γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐπ' αὐτῆς σημείοις κεῖται....*
I def. 5	—	def. 9:	*ἐπιφάνειά ἐστιν ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.*
I def. 7	—	def. 11:	*ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται....*
I def. 8	—	def. 16:	*ἐπίπεδος μὲν οὖν ἐστι κοινῶς γωνία ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.*
I def. 9	—	def. 17:	*ἐπίπεδος δὲ εὐθύγραμμος καλεῖται γωνία ὅταν αἱ περιέχουσαι αὐτὴν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν.*
I def. 10	—	def. 19:	*ὅταν γὰρ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν.*
I def. 12	—	def. 20:	*ὀξεῖα γωνία ἐστὶν ἡ ἐλάττων ὀρθῆς.*
I def. 13	—	def. 21:	*ἀμβλεῖα γωνία ἡ μείζων ὀρθῆς.*
I def. 14	—	def. 25:	*σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.*
I def. 15	—	def. 29:	*κύκλος ἐστὶ τὸ ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον ἐπίπεδον. τὸ μὲν οὖν σχῆμα καλεῖται*

Euklid *Heron*

κύκλος, ἡ δὲ περιέχουσα γραμμὴ αὐτὸ περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

I def. 17 — def. 30: διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη[1]) .... ἥτις καὶ[2]) δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

I def. 18 — def. 31: ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας.

I def. 24 — def. 43: ἰσόπλευρον μὲν οὖν ἐστιν, ὅταν τρεῖς ἴσας ἔχῃ πλευρὰς ἢ γωνίας.

I def. 25 — def. 44: ἰσοσκελὲς δέ, ὅταν τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχῃ πλευράς.

I def. 26 — def. 45: σκαληνὰ δέ, ὅσα τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχει πλευράς.

I def. 27 — def. 46: ὀρθογώνιον δέ ἐστι τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

I def. 28 — def. 48: ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

I def. 29 — def. 47: ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.[3])

I def. 35 — def. 71: παράλληλοι δὲ καλοῦνται γραμμαὶ ἀσύμπτωτοι, ὅσαι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐφ' ἑκάτερα τὰ[4]) μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

II def. 1 — def. 57: τῶν δὲ παραλληλογράμμων ὀρθογωνίων ὅσα ἔστι περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

II def. 2 — def. 58: παντὸς δὲ παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἓν ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλεῖται.

III def. 1 — def. 117, 3: ἴσοι δὲ κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

III def. 2 — def. 115, 1: εὐθεῖα δὲ κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη τέμνει τὸν κύκλον.

III def. 3 — def. 115, 1: κύκλοι δὲ ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

---

1) Hier mufs eine Lücke sein.
2) καί fehlt in den meisten Hdss.
3) Die Definitionen der Vierecke (50 — 56) weichen zu sehr von Euklid ab, um hier angeführt zu werden.
4) τά fehlt unrichtig in den Hdss.

Euklid	*Heron*
III def. 4—5	— def. 117, 4: *ἴσον δὲ ἀπέχειν τὰς εὐθείας λέγεται τοῦ κέντρου, ὅτε ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι· μεῖζον δὲ ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.*
III def. 6	— def. 33: *κοινῶς τμῆμα κύκλου ἐστίν, ἄν τε μεῖζον ἄν τε ἔλαττον ἡμικυκλίου, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.*
III def. 8	— def. 34: *ἐν τμήματι κύκλου γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι.*
III def. 10	— def. 35: *τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ δύο μὲν εὐθειῶν μιᾶς δὲ περιφερείας· ἢ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῶν τὴν οὖσαν ἐν κύκλῳ γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.*
III def. 11	— def. 118, 2: *ὅμοια τμήματα κύκλων εἰσὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι εἰσί.*
V def. 1	— def. 120, 1: *μέρος ἐστὶ μεγέθους* (l. *μέγεθος μεγέθους*) *τὸ ἔλαττον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῆται* (l. *καταμετρῇ* mit Dasypodius) *τὸ μεῖζον ἰσάκις.*
V def. 2	— def. 121: *πολλαπλάσιόν ἐστι τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.*
V def. 3	— def. 127: *λόγος μὲν εἴρηται, ὅτι δύο ὁμογενῶν ἐστιν ἡ πρὸς ἄλληλα σχέσις. ἐπὶ δὲ τῶν μεγεθῶν λέξομεν ἰδίως, ὅτι λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμοιογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα ποιὰ σχέσις.* cfr. 122.
V def. 4	— def. 123, 1: *λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη λέγεται, ἃ δύνανται πολυπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.*
V def. 5	— def. 124: *ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγονται πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ [τοῦ] τρίτου ἰσάκις [ἢ] πολυπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἄλλων, ὧν ἔτυχεν, ἰσάκις πολυπλασίων ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατ' ἄλληλα.*
V def. 6	— def. 125, 5: *ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ* (l. *τοῦ τοῦ*) *δευτέρου πολυπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ ὑπερέχῃ τοῦ* (l. *τοῦ τοῦ*) *τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον*

Euklid		*Heron*
		ἔχειν λέγεται ἢ τὸ γ΄ πρὸς τὸ δ΄. ἐν δὲ ταύτῃ τῇ ὑπογραφῇ τοῦ ὅρου βεβούληται ὁ Εὐκλείδης εἰς ὑπόνοιαν ἡμᾶς ἀγαγεῖν καὶ παραστῆσαι, ἐν τίσιν εὑρίσκεσθαι δεῖ μείζονα λόγον λόγου· καὶ ἐπεὶ τὰ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ κεχαρακτηρίσθαι ἀπὸ τῶν ἰσάκις πολυπλασίων ἤτοι ἅμα ὑπερεχόντων ἢ ἅμα ἴσων ὄντων[1]) ἢ ἅμα ἐλλειπόντων, τὰ ἐν μείζονι λόγῳ ὄντα ἐκεῖνα ἔχειν τὴν ὑπεροχήν. cfr. Eukl. V def. 5.
V def. 7	—	def. 124: τὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα ἀνάλογον καλείσθω.
V def. 9	—	ib. ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν.
V def. 10	—	def. 125, 1: ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἢ πρὸς τὸ δεύτερον.
V def. 12	—	def. 126: ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.
V def. 13	—	def. 127, 6: ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.
V def. 14	—	def. 127, 2: ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἡγούμενον.
V def. 15	—	def. 127, 3: συνθέντι λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.
V def. 16	—	def. 127, 4: διελόντι λόγος ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἣν (ᾗ?) ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.
V def. 17	—	def. 127, 5: ἀναστρέψαντι λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχήν, ἣν ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.
V def. 18	—	def. 127, 7: δι' ἴσου λόγος ἐστί . . .[2]), τουτέστιν . . . ὑπεξαιρεθέντων τῶν μεταξὺ ἐναλλὰξ ὅρων.

1) Vielleicht ist also in def. 124 nach ὑπερέχῃ hinzuzufügen: ἢ ἅμα ἴσα ᾖ. Jedenfalls kann aus unserer Stelle ersehen werden, daſs Heron in V def. 5 diese Worte vorfand.

2) Die ganze Stelle hat Hultsch mit Recht als verdorben bezeichnet. Die eigentliche Definition von δι' ἴσου ist ausgefallen; aber hierher gehören jedenfalls die oben angeführten Worte, die bei Heron S. 37, 16 den Schluſs bilden (die Hdss. geben unrichtig ὑπεξαιρεθέν; vor diesem Worte ist wahrscheinlich eine Lücke). Nach ἐστί folgt bei Heron S. 37, 14 ff.: τεταγμένης ἀναλογίας (l. τεταγμένη ἀναλογία ἐστίν), ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον (ausgefallen: οὕτως ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον), ᾖ δὲ καί, ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο (hier muſs eine Lücke sein, die den

Euklid — *Heron*

VI def. 1 — def. 118, 1: *ὅμοιά εἰσι σχήματα εὐθύγραμμα τὰ ἔχοντα κατὰ μίαν τὰς γωνίας ἴσας. [καὶ ἄλλως· ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον].* Der letzte Zusatz, eine wörtliche Wiederholung der Euklidischen Definition, die schon der ersteren, kürzeren Fassung zu Grunde liegt, scheint nicht von Heron herzurühren.

VI def. 2 — def. 118, 1: *ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά εἰσιν, ἐν οἷς ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι εἰσίν.*

VI def. 4 — vgl. def. 73: *τριγώνου δὲ ὕψος καλεῖται ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.*

X def. 1 — def. 128: *τίνες μὲν ἀριθμοὶ ἄλογοι καὶ ἀσύμμετροι, καὶ τίνες ῥητοὶ καὶ σύμμετροι, ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως*[1] *εἴρηται. νυνὶ δὲ Εὐκλείδῃ τῷ στοιχειωτῇ ἑπόμενοι περὶ τῶν μεγεθῶν φαμεν, ὅτι σύμμετρα μεγέθη λέγεται τὰ διὰ τῶν αὐτῶν μέτρων μετρούμενα,*

X def. 2 — *ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γίνεσθαι* (l. *γενέσθαι*, cfr. unten).

X def. 3 — def. 129: *εὐθεῖαι δὲ δυνάμει μόνον σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἐπ'* (l. *ἀπ'*) *αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.*

X def. 4 — *ἀσύμμετροι δέ, ὅταν τοῖς ἐπ'* (l. *ἀπ'*) *αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται κοινὸν μέτρον χωρίον γενέσθαι.*

X def. 5 — *τούτων ὑποκειμένων δείκνυται, ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ σύμμετροί εἰσί τινες εὐθεῖαι [ἄλογοι]*[2] *ἄπειροι. καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή,*

X def. 6 — *καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι ῥηταί,*

X def. 8 — *καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητόν,*

X def. 9 — *τὰ δὲ ἀπ' αὐτῆς σύμμετρα καὶ τὰ τούτων* (*τούτοις* Martin) *σύμμετρα ῥητά.*[3]

XI def. 1 — def. 13: *στερεόν ἐστι σῶμα τὸ μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον.*

XI def. 2 — def. 13: *περατοῦται δὲ πᾶν στερεὸν ὑπὸ ἐπιφανειῶν.*

Schluſs der 19. und den Anfang der 20. Definition verschlungen hat) *τοῦ ἡγουμένου πρὸς ἄλλο δέ τι* (ein ganz verstümmeltes Bruchstück von Def. 20) — also Reste von Eukl. V def. 19—20, die sonst sehr auffallender Weise bei Heron vermiſst werden würden.

1) D. h. Eukl. Elem. VII—IX.

2) Unrichtig und unecht, wenn nicht eine Lücke da ist.

3) Die *ἄλογοι εὐθεῖαι* sind also gänzlich weggelassen, wenn die Überlieferung vollständig ist.

Euklid		*Heron*
XI def. 3	—	def. 115, 2: εὐθεῖα δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιῇ τὰς γωνίας.
XI def. 4	—	def. 115, 2: ἐπίπεδον δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ πρὸς ὀρθὰς ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἀγόμεναι εὐθεῖαι καὶ τῷ λοιπῷ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.
XI def. 8	—	def. 115, 2: ἐπίπεδα δὲ παράλληλά εἰσι τὰ ἀσύμπτωτα.
XI def. 9	—	def. 118, 2: ὅμοια στερεὰ σχήματά εἰσι τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα καὶ ὁμοίως κειμένων.
XI def. 11	—	def. 24: στερεὰ γωνία κοινῶς μέν ἐστιν ἐπιφανείας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἐχούσης πρὸς ἑνὶ σημείῳ συναγωγή. καὶ ἄλλως δὲ στερεὰ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ τριῶν γωνιῶν περιεχομένη.[1])
XI def. 12	—	def. 100: πυραμὶς μὲν οὖν ἐστι σχῆμα στερεὸν [ἐν] ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀφ' ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστηκός.[2])
XI def. 14	—	def. 77: ὅταν γὰρ ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς ταὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ἡ μὲν γινομένη ἐπιφάνεια ὑπὸ τῆς τοῦ ἡμικυκλίου περιφερείας σφαιρικὴ ἐπιφάνεια καλεῖται, τὸ δὲ περιληφθὲν στερεὸν σχῆμα σφαῖρα.[3])
XI def. 18	—	def. 84, 2: καὶ ἄλλως· ἐὰν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιενεχθὲν τὸ[4]) τρίγωνον σχῆμα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι [περιληφθὲν σχῆμα], ἡ μὲν γινομένη ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τοῦ τριγώνου πλευρᾶς περιοχὴ ἐπιφάνεια κωνικὴ καλεῖται, τὸ δὲ περιληφθὲν σχῆμα στερεὸν κῶνος.
XI def. 21	—	def. 96: κύλινδρός ἐστι σχῆμα στερεόν, ὅπερ νοεῖται ἀποτελούμενον παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου περὶ μίαν τῶν πλευρῶν μένουσαν στραφέντος καὶ ἀποκατασταθέντος, ὅθεν καὶ ἤρξατο φέρεσθαι.[5])
XI def. 22	—	ἡ δὲ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν ἡ στροφή, ἄξων λέγεται.
XI def. 23	—	αἱ δὲ βάσεις κύκλοι οἱ γενόμενοι ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν τοῦ παραλληλογράμμου.

1) Der Schlufs (noch dazu verschrieben) ist aber vielleicht unecht (Hultsch).

2) Die Definition des Prisma (105) ist ganz abweichend.

3) Die Definitionen des Centrums (78) und der Axe (79) der Kugel sind wegen der veränderten Definition derselben abweichend.

4) τό fehlt in den Hdss.

5) Die übrigen den Kegel betreffenden Definitionen (85—95) sind wegen der modificierten Auffassung und Definition desselben wesentlich verschieden; vgl. doch def. 90—92 mit Eukl. XI def. 18 Schlufs.

Euklid	*Heron*
XI def. 25 —	def. 104: *κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ϛ′ τετραγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.*
XI def. 26 —	def. 100: *ἰδίως δὲ ἰσόπλευρος λέγεται πυραμὶς ἡ ὑπὸ τεσσάρων τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχομένη [καὶ γωνιῶν]. καλεῖται δὲ τὸ σχῆμα τοῦτο καὶ τετράεδρον.*
XI def. 27 —	def. 102: *ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.*
XI def. 28 —	def. 103: *δωδεκάεδρον δέ ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγωνίων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.*
XI def. 29 —	def. 101: *εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.*

Hieraus ergiebt sich als Resultat, daſs die Definitionen sämtlicher Bücher der Elemente (nur für die arithmetischen VII—IX bieten die Definitionen Herons kein Material) schon Heron in wesentlich derselben Gestalt vorlagen, in der wir sie jetzt überliefert besitzen. Leider läſst sich aus der Stelle, die diese Definition bei Heron einnimmt, nicht mit Gewiſsheit schlieſsen, wo er III def. 6 las (sie kommt jetzt in allen Hdss. sowohl als III def. 6 als I def. 19 vor, aber Proklus hatte sie augenscheinlich an der letzteren Stelle nicht); denn sie steht bei Heron als def. 33 zwischen I def. 18 (bei Heron def. 31) und III def. 8 (def. 34). Wo eine Abweichung stattfindet, stimmt Heron, wie erwartet werden muſste, mit unseren alten Hss. überein; so hat er offenbar I def. 18 *τοῦ κύκλου* nicht gelesen, welche Worte Proklus, Bonon. und Paris. 2466 weglassen; I def. 25 hat er *μόνας* statt *μόνον* mit unseren Handschriften gegen Proklus; III def. 11 hat er richtig *κύκλων*, wie sonst gute Quellen. V def. 3 läſst er mit Vatic. *πρὸς ἄλληλα* weg und V def. 9 giebt er mit Vatic. und guten Hdss. der Theonischen Klasse (z. B. Florent. Laurent. XXVIII, 3) *ἐλαχίστη*. Noch muſs bemerkt werden, daſs Heron I def. 15 offenbar die Worte *ἣ καλεῖται περιφέρεια*, die sich in allen Hdss., nicht aber bei Proklus finden, schon hatte; dagegen läſst er ebenda *πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν*, wie in den besseren Hdss. der Theonischen Redaktion und im Vatic. steht, nicht aber bei Proklus, weg. Es ist sehr bemerkenswert, daſs diese Interpolation in der Wiederholung der Definitionen des I. Buches der Elemente, die der Heronischen Geometrie vorangeht (Hultsch S. 41—43), sich vorfindet[1]), wie auch die noch unzweifelhaftere *τοῦ κύκλου* I def. 18[2]), während die Heronischen Definitionen diese Zuthaten noch nicht kennen; es liegt hierin ein nicht geringer Wahrschein-

1) § 10 S. 42.
2) § 13 S. 42.

lichkeitsgrund für den Heronischen Ursprung der Definitionen, und ein entscheidender Beweis für die Unechtheit jener Einleitung zur Geometrie.[1])

Die übrigen Citate bei Heron geben nicht viel. Unecht sind natürlich *Εὐκλείδου εὐθυμετρικά* Geepon. 165 S. 228 ff., sowie das Stück mit demselben Titel Geom. 105 S. 137 ff.; sie haben mit dem wirklichen Euklid gar nichts zu schaffen und können unmöglich so von Heron stammen. Auf Geom. 105, 17: *κύκλου ἀπὸ τῆς διαμέτρου τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν· ποίει τὴν διάμετρον ἐφ' ἑαυτήν· ταῦτα ἐπὶ τὰ ια'· ὧν ιδ'' ἔστω* (l. *ἔσται*) *τὸ ἐμβαδόν* bezieht sich übrigens das Citat Geom. 87, 5: *παρὰ δὲ Εὐκλείδῃ ὁ κύκλος οὕτως μετρεῖται· πολυπλασιάζεται ἡ διάμετρος ἐφ' ἑαυτήν, καὶ τῶν γινομένων ἐκβάλλεις τὸ ζ'' ιδ''* (l. *ια' ιδ''* d. h. $^{11}/_{14}$)· *ὡς εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου καὶ οὕτως σχοινίων τριακονταοκτὼ ἡμίσεος*[2]), das also sehr späten Ursprungs sein mufs.

Von echten Citaten, wo der Wortlaut der Sätze angeführt wird, bleiben also nur zurück:

Def. 116: *οὕτω γοῦν καὶ ἐν τῷ ϛ' τῶν Εὐκλείδου δύο δοθέντων εὐθυγράμμων ᾧ μὲν ὅμοιον, ᾧ δὲ ἴσον συστήσασθαι πρόκειται;* = Elem. VI, 25.

Stereom. II, 39: *δέδεικται ἐν τῷ δωδεκάτῳ τῶν στοιχείων, ὅτι πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας;* = Elem. XII, 7.

Stereom. I, 14, 3: *δέδεικται γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει Εὐκλείδου· πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ κυλίνδρου τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος καὶ ὕψος ἴσον;* = Elem. XII, 10.

Def. 101, 2, von Hultsch übrigens wohl mit Recht als unecht bezeichnet, bezieht sich auf Elem. XIII, 13—17 (*Εὐκλείδης μὲν οὖν ἐν τῷ ιγ' τῶν στοιχείων ἀπέδειξε, πῶς ἡ σφαῖρα τὰ πέντε ταῦτα σχήματα περιλαμβάνει*). Def. 125, 6 endlich (*ὅπως δὲ γίνεται ὑπεροχή, αὐτὸς ἐν τῷ ε' τῆς καθόλου λόγων στοιχειώσεως ἐν τῷ θεωρήματι τῶν ἀνίσων μεγεθῶν ἐπέδειξεν*) spielt auf Elem. V, 8 an (*τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον* etc.), wo eben die von Heron erläuterte Definition V def. 6 zur Anwendung kommt (I p. 133, 2 ed. August).

II. Jahrhundert n. Chr.

Taurus[3]) comm. in Timaeum apud Philoponum in Proclum VI, 21 (Venet. 1535): *καὶ τὸν μὲν κύκλον, ἐπειδὴ ἁπλούστερος ἦν,*

1) Auch nimmt in dieser Einleitung, die überhaupt genau mit unseren Euklidhandschriften übereinstimmt, I def. 19 schon diesen unrichtigen Platz ein. Die Abweichungen vom August'schen Text I def. 9, 20, 35 finden sich auch in unseren Hdss., z. B. Paris. 2466.

2) Der Durchmesser wird als 7 *σχοινία* angenommen (def. 87, 1) und $^{11}/_{14} \times 49 = 38^1/_2$.

3) Oft bei Gellius als Zeitgenosse erwähnt; hierher gehört nament-

ὡρίσατο Εὐκλείδης σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, πρὸς ἣν πᾶσαι αἱ ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. τὴν δὲ σφαῖραν θέλων δεῖξαι ὡς ἂν γινομένην ὡρίσατο ἡμικύκλιον διαμέτρου μενούσης περιφερόμενον, ἕως ἂν ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἀποκατασταθῇ· εἰ δὲ τὴν ἤδη οὖσαν ἠβούλετο, ὡρίσατο ἄν· σχῆμα στερεὸν ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας περιεχόμενον, πρὸς ἣν πᾶσαι αἱ ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν — eine nicht genaue Anführung von Elem. I def. 15 und XI def. 14. Bemerkenswert ist, dafs in I def. 15 die beiden sehr alten Interpolationen: ἣ καλεῖται περιφέρεια (in allen Hdss. und bei Heron, nur bei Proklus fehlend) und πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν (nur bei Heron und Proklus weggelassen) hier fehlen. Auch ist es nicht ohne Interesse, dafs die von Taurus angeführte Definition der σφαῖρα, die der Euklidischen des Kreises nachgebildet ist, sich fast wörtlich bei Heron def. 77 findet. Ihm hat wohl Taurus sie entnommen — was wiederum für den Heronischen Ursprung der uns überlieferten Definitionen spricht.

Sextus Empiricus adv. mathemat. ed. Bekker, S. 466, 27: φασὶ γὰρ οἱ γεωμέτραι, ὅτι γραμμή ἐστι μῆκος ἀπλατές, I def. 2. Vgl. ib. S. 470, 24; 704, 28.

S. 701, 6: σῶμα μέν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἔχον διαστάσεις μῆκος πλάτος βάθος. Vgl. S. 714, 13. XI def. 1.

S. 717, 10: εὐθεῖά ἐστι γραμμὴ ἡ ἐξ ἴσου τοῖς ἑαυτῆς μέρεσι κειμένη, I def. 4. Vgl. S. 716, 28.

S. 718, 12: γωνία ἐστὶ δυοῖν εὐθειῶν μὴ κατάλληλα κειμένων τὸ ὑπὸ τὴν κλίσιν ἐλάχιστον. Vgl. I def. 8.

S. 719, 16: κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, πρὸς ἣν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις, I def. 15 ohne die alten Einschiebsel, wovon schon oben die Rede war.

S. 719, 26: τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν δίχα τεμεῖν, = I, 10.

Galen. XVIII[1] S. 466 ed. Kühn: ῥομβοειδῆ δὲ σχήματα τὰ ἰσόπλευρα μὲν οὐκ ὀρθογώνια δέ· καὶ γὰρ καὶ ὁρίζεται τὸν ῥόμβον οὕτως ὁ Εὐκλείδης; = Elem. I def. 32.

III S. 830: Εὐκλείδης γοῦν ἐν τῷ ια' τῶν στοιχείων ἀπέδειξεν αὐτὸ τοῦτο τὸ νῦν λεγόμενον, καί ἐστι δεύτερον ἐν ἐκείνῳ τῷ βιβλίῳ θεώρημα, καὶ ἡ πρότασις αὐτοῦ τόνδε τὸν τρόπον ἔχει· ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ. τὴν μὲν οὖν ἀπόδειξιν παρ' Εὐκλείδου μανθάνειν δεῖ κτλ.; = Elem. XI, 2.

---

lich noct. Attic. VII, 10, 1: philosophus Taurus uir memoria nostra in disciplina Platonica celebratus.

III. Jahrhundert n. Chr.

Alexander Aphrodisias, comm. in Aristot. analyt. priora fol. 8[r] = Bekker IV S. 147 b 21: *τοιοῦτόν ἐστι καὶ τὸ ἐν τῷ πρώτῳ τῶν Εὐκλείδου στοιχείων θεώρημα τό· ἥδε τῇδε ἴση· καὶ ἥδε ἄρα τῇδε ἴση· καὶ γὰρ τοῦτ' ἀληθὲς μὲν ἀλλ' ἐνδεῖ ἡ καθόλου πρότασις, ἵνα συνάγηται συλλογιστικῶς· ἔστι δὲ αὕτη· τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν ἴσα.* Vgl. Elem. I, 22: *ἴση ἐστὶν ἡ ZΔ τῇ ZK· ἀλλὰ ἡ ZΔ τῇ Α ἐστιν ἴση. καὶ ἡ KZ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση.* Der hier fehlende Forderungssatz (*κοιν. ἔννοιαι* 1) ist ausdrücklich hinzugesetzt I, 1; I, 2; I, 13 usw.

Comment. in Aristot. metaph. (Paris. 1536) S. 318: nos explicabimus, quomodo ab Euclide in tertio elementorum demonstretur, rectum esse angulum, qui est in semicirculo. sit circulus *abc*, centrum vero *e*, dimetiens *bc*, et producatur linea *ba* et *ca*. tum linea *ae* applicetur lineae *cb* ad angulos rectos, et linea *ba* producatur ad *z*. cum igitur linea *eb* sit aequalis *ea* (procedit enim a centro), triangulorum autem aequicrurium anguli ad basim pares sunt inter se, angulus igitur *eab* par est angulo *abe*. propter hoc igitur angulus *eca* angulo *eac*. totus igitur *bac* aequalis est angulis *abc* et *bca*. angulus autem *zac* externus trianguli *abc* aequalis est duobus *abc* et *acb*. quae autem eidem sunt aequalia, haec inter se quoque aequalia sunt. ergo *bac* aequalis est *zac*. quod si recta linea super rectam existens consequentes sive proximos angulos aequales fecerit, anguli recti sunt. rectus est igitur *bac* et *zac*, cum pares esse demonstrati sint. ad hunc igitur modum illic demonstratur angulus in semicirculo rectus esse. Die Stelle folgt genau dem Gang des Euklidischen Beweises Elem. III, 31, den allein Alexander wiedergeben will, aber auch der Wortlaut ist meistens eingehalten; nur hat Alexander am Ende die Schlufsfolge durch Einschiebung zweier von Euklid als selbstverständlich übergangenen Mittelglieder fester gekettet und im Anfang die *παρασκευή* weniger genau gegeben. Davon, dafs *AE* auf *ΓB* senkrecht sein sollte, spricht Euklid nicht, und es ist auch unnötig und unrichtig. Der Fehler scheint dem Alexander selbst zu Schulden zu kommen und beweist, dafs er seine Euklidhandschrift nicht einfach ausschrieb.

Comm. ad Aristot. top. (Venet. 1514) S. 11: *οὕτως καὶ ἐν γεωμετρίᾳ τὸ μὲν πρῶτον θεώρημα τῶν ἐν τοῖς Εὐκλείδου στοιχείοις δι' ἀναποδείκτων δείκνυται· διὰ γὰρ τῶν ἀρχῶν. τὸ δέ, ὅτι αἱ τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, οὐκέτι δι' ἀναποδείκτων· διὰ γὰρ τοῦ τῶν εἰς τὰς παραλλήλους ἐμπιπτουσῶν εὐθειῶν τὰς ἐναλλὰξ ἴσας ἀλλήλαις εἶναι καὶ διὰ τοῦ τῶν εἰς τὰς παραλλήλους ἐμπιπτουσῶν εὐθειῶν τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην εἶναι, ἃ οὐκ εἰσιν ἀρχαί, ἀλλὰ δι' ἀποδείξεως εἰλημμένα.* Elem. I, 1 wird in der That mittelst *αἴτημ.* 3, *αἴτημ.* 2, I def. 15, *κοιν. ἔνν.* 1 bewiesen,

und in Elem. I, 32 wird der Beweis durch die genannten Sätze (Elem. I, 29) zustande gebracht (s. S. 31, 7 ff. ed. August, und S. 31, 10 ff.).[1])

Id. in analyt. priora (Venet. 1530) fol. 87 a: *ἔχομεν γὰρ παρὰ Εὐκλείδῃ ἐν τῷ δεκάτῳ τῶν στοιχείων δεδειγμένον τοῦτο, ὅτι τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, καί ἐστιν τέταρτον θεώρημα ἐν τῷ δεκάτῳ τοῦτο*, = X, 5 (nicht X, 4).

Ibid. *οἱ γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. δέδεικται δὲ καὶ τοῦτο ἐν τῷ ἑβδόμῳ τῶν στοιχείων Εὐκλείδου*, = VII, 24.

Ibid. *εἰσὶ δὲ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι*, und etwas weiter unten: *οὐ μετροῦνται μονάδι μόνῃ κοινῷ μέτρῳ, ὃ ἴδιόν ἐστι τῶν πρώτων*, = VII def. 13.

Ibid. *δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο ἐν τῷ ἑβδόμῳ τῶν στοιχείων, ὅτι, ἂν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι προς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολυπλασιασθεὶς ἑκάτερος αὐτῶν ποιήσῃ τινά, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι καὶ αὐτοὶ πρὸς ἀλλήλους ἔσονται*, = Elem. VII, 29, wo jedoch statt *πολυπλασιασθεὶς ἑκάτερος αὐτῶν* steht: *πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτόν*, wie auch stehen mufs, wenn der Satz richtig bleiben soll. Wahrscheinlich liegt bei Alexander ein Schreibfehler vor. Die Worte *καὶ αὐτοί* fehlen bei Euklid.

Pappus IV S. 178, 11: *καί ἐστι τοῦτο καθολικώτερον πολλῷ τοῦ ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις ἐπὶ τῶν τετραγώνων ἐν τοῖς στοιχείοις δεδειγμένου*. Der in Rede stehende Satz (S. 176, 9 ff.) ist eine Verallgemeinerung von Elem. I, 47 (und VI, 31).

V S. 414, 7: *ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ ὀκταέδρῳ, ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶν τῆς τοῦ ὀκταέδρου πλευρᾶς*; = Elem. XIII, 14: *ὀκτάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι, ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.*

V S. 440, 13: *ἡ γὰρ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων, ὡς ἔστιν ιγ΄ στοιχείων*, = XIII, 10.

V S. 440, 19 ff.: *ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει πενταπλασία τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἀφ᾽ οὗ τὸ εἰκοσάεδρον, ὡς ἔστιν ιγ΄ στοιχείων*, = XIII, 16 *πόρισμα*.

VII S. 644, 6: *δείκνυσι δὲ ταύτην Ἀπολλώνιος μὲν πάλιν ἐπὶ ψιλῶν τῶν εὐθειῶν τριβακώτερον πειρώμενος, καθάπερ καὶ ἐπὶ τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν πρώτων στοιχείων Εὐκλείδου.*

IV. Jahrhundert n. Chr.

Jamblichus: comm. in Nicomach. ed. S. Tennulius S. 26: *ὅπερ ἀγνοοῦντες οἱ περὶ Εὐκλείδην συγκεχυμένως τὸν αὐτὸν οἴονται περισσαρτιόν τε καὶ ἀρτιοπέρισσον εἶναι οὐδὲν ἀκριβὲς ἐν τῷ τόπῳ γλα-*

1) Von den Kommentaren Alexanders waren mir mehrere Ausgaben unzugänglich.

φυρωτάτῳ παρόντι θεωρήσαντες, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται. Ausführlicher begründet S. 31 ff.: *ἐπειδὴ καὶ ἐνταῦθα προδηλότερον ἁμάρτημα παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ ἐστὶ τὸ μὴ διακρίνειν ἀρτιοπέρισσον περισσαρτίου μηδὲ τὸν ἕτερον μὲν αὐτῶν ἀντικεῖσθαι ἀρτιάκις ἀρτίῳ τὸν δὲ λοιπὸν ἀμφοτέρων μῖγμα νομίζειν, ἔτι σαφέστερον περὶ τοῦ τρίτου λέγωμεν αὐτὸ τὸ*[1]) *τοῦ Εὐκλείδου ῥητὸν προεκθέμενοι περὶ αὐτοῦ. λέγει γὰρ οὕτως· ἀρτιοπέρισσος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπ' ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος περισσάκις.*[2]) *ὁ δὲ αὐτὸς καὶ περισσάρτιός ἐστι· καὶ γὰρ ὑπὸ περισσοῦ μετρεῖται ἀρτιάκις, οἷον λόγου χάριν ὁ ϛ'. ἐὰν μὲν γὰρ δὶς τρία λέγωμεν, ἀρτιοπέρισσος, ἐὰν δὲ τρὶς δύο, περισσάρτιος· πάνυ εὐήθως.*[3]) Dafs hier mit *ὁ δὲ αὐτὸς καὶ κτλ.* die Entgegnung des Jamblichus beginnt, und dafs somit diese Worte von Tennulius unrichtig mit Citationszeichen versehen sind, geht aus der ganzen Gestaltung der Stelle unwiderlegbar hervor. Auch kann hieraus mit ziemlicher Gewifsheit geschlossen werden, dafs die Definition VII, 10: *περισσάκις δὲ ἄρτιός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν* von Jamblichus schon bei Euklid vorgefunden wurde. Er will ja beweisen, dafs bei den Euklidischen Definitionen von *περισσάρτιος* und *ἀρτιοπέρισσος* diese Begriffe in einander laufen, und da er selbst die hier angedeutete Definition von *περισσάρτιος* (*ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος ἀρτιάκις*) nicht billigt, wie aus S. 32 C hervorgeht, kann er sie nur aus Euklid anführen, um ihn mit seinen eigenen Worten zu schlagen. Über die Echtheit dieser Definition soll gleich unten gehandelt werden. — In der oben zuletzt ausgeschriebenen Stelle fährt Jamblichus auf S. 32 so fort: *ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν ἀριθμητικῶν τοὺς τρεῖς εἰς ἕνα συγχέει δουλεύων δηλονότι τῇ τοῦ ὀνόματος ἐμφάσει· φησὶ γάρ· ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς τὸ ἥμισυ ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τέ ἐστι περισσὸς καὶ περισσάκις ἄρτιος, τὸ αὐτὸ δηλονότι τοῖς ἔμπροσθεν λέγων. εἶτα ἐπιφέρει· ἐὰν ἄρτιος μήτε τὸ ἥμισυ ἔχῃ περισσόν, μήτε τῶν ἀπὸ μονάδος ᾖ διπλασιαζομένων, ἀρτιάκις τέ ἐστιν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσὸς ὁ αὐτὸς καὶ περισσάκις ἄρτιος. καὶ ὁ μὲν Εὐκλείδης οὕτως.* Dafs Jamblichus hier, was er in seinem Euklid gelesen, treu wiedergiebt, kann bei der Bestimmtheit der Aussage, deren Kern eben die kritisch bedenkliche Stelle ist, nicht bezweifelt werden. Nun lauten die betreffenden Sätze bei Euklid in unseren Hdss., im Vaticanus wie in den Theonischen, folgendermafsen:

---

1) Fehlt bei Tennulius.

2) Ungenaue Anführung von Elem. VII def. 9: *ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν* (so die Hdss.) *ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.*

3) Vgl. noch S. 34: *ἵνα μέντοι προδηλότερον ἠγνοηκὼς ὁ Εὐκλείδης ταῦτα φανῇ* etc. und weiter unten: *εὐθυντέον δὴ τοὺς Εὐκλείδου ὅρους καὶ λεκτέον· ὅτι ὁ μόνον ὑπ' ἀρτίου περισσάκις ἀρτιοπέρισσος, περισσάρτιος δὲ ὁ* (*ὁ δὲ* Tennulius) *οὐδέποτε μόνον θάτερον ἀλλ' ἀμφότερα ἐξ ἀνάγκης ἀεὶ ἔχων κτλ.*

IX, 33: *ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.* IX, 34: *ἐὰν ἀριθμὸς*[1]) *μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.* Von unwesentlicheren Abweichungen ganz abgesehen (von welchen *μονάδος* statt *δυάδος* in IX, 34 jedenfalls unrichtig ist, vgl. IX, 32, vielleicht aber doch von Jamblichus selbst herrührt) bemerkt man hier den bedeutenden Unterschied, dafs *περισσάκις ἄρτιος*, was Jamblichus in beiden Sätzen hat, bei Euklid in beiden fehlt. Dafs es nicht von Jamblichus selbst nachlässig hinzugefügt worden, geht auch aus der Form hervor; er sagt nämlich immer *περισσάρτιος*; die Worte standen also in seiner Euklidhandschrift, und er kannte die Variante unserer Handschriften nicht. Es fragt sich also, ob Jamblichus oder unsere Hdss. hier das Richtige bieten, und hiervon kann die Frage nach der Echtheit von VII def. 10 nicht getrennt werden. Wenn nämlich IX, 33 richtig in unseren Hdss. überliefert ist, mufs die Definition unecht sein, da Euklid sonst nicht sagen konnte: *ἀρτιάκις περισσὸς μόνον* (die Zahl ist ja nämlich auch *περισσάκις ἄρτιος*); aufserdem würde, wenn IX, 33 und 34 uns richtig überliefert sind, die genannte Definition ganz müssig da stehen, da *περισσάκις ἄρτιος* sich jetzt in den Elementen gar nicht weiter vorfindet, und das liegt sonst bekanntlich in Euklids Weise nicht. Umgekehrt, wenn Jamblichus uns das Wahre bietet, mufs eine Definition des *περισσάκις ἄρτιος* von Euklid an dieser Stelle (VII def. 10) vorausgeschickt worden sein und zwar in der überlieferten Fassung. Das Verhältnis der Quellen entscheidet diese schwierige Frage nicht. Denn da die jetzige Lesart sowohl im Vaticanus als in der Theonischen Recension sich findet, ist die Möglichkeit ausgeschlossen, dafs sie von einer Besserung Theons herrühren konnte; denn dafs die Eigentümlichkeiten des Textes des Vaticanus irgendwo durch Annäherung an die Theonische Handschriftenklasse verwischt sein sollten (von Rasuren und späteren Änderungen ist an dieser Stelle keine Spur), ist nicht erweislich. Diese Lesart geht also bis vor Theon zurück und ist also fast ebenso alt wie die des Jamblichus. Campanus ist leider hier zu abweichend, um uns der Entscheidung näher zu bringen. Statt VII def. 10 hat er die folgende (IX, 5): pariter par et impariter est, quem pares eum numerantes quidam paribus quidam imparibus uicibus numerant.[2]) Hiermit überein-

---

1) *ἄρτιος* vor *ἀριθμός* fehlt richtig im Vaticanus und den guten Theonischen Hdss., wie Laurent. 28, 3.

2) Zur Vergleichung mögen die übrigen verwandten Definitionen hier stehen: IX, 4: pariter par est, quem cuncti pares eum numerantes paribus uicibus numerant. IX def. 4: pariter impar est, quem cuncti pares eum numerantes imparibus uicibus numerant. IX def. 6: impariter impar, quem cuncti impares eum numerantes imparibus uicibus numerant. Er hat also nicht nur die Ausdrucksweise, sondern auch die Auffassung Euklids verlassen und die gewöhnliche angenommen.

stimmend giebt er IX, 34 (bei ihm IX, 37) so: omnis numerus a duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par et impariter. IX, 33 (IX, 36): numerus, cuius medietas est impar, est pariter impar. Hieraus kann weder geschlossen werden, ob er VII def. 10 vorfand oder nicht, oder wie er IX, 33—34 las. Dafs die sehr alten Scholien (Pappus?) im Laurent. 28, 3 an beiden Stellen wie unsere Hdss. lasen, werden wir unten sehen. Die Überlieferung ist also ziemlich gleich, und die Frage kann nur aus inneren Gründen entschieden werden. Ich halte es nun für sehr unwahrscheinlich, dafs Euklid den nichtigen Unterschied zwischen *περισσάκις ἄρτιος* und *ἀρτιάκις περισσός*, wie sie VII def. 9—10 definiert werden, aufrecht habe halten wollen, und denke mir die Sache so, dafs VII def. 10 zuerst interpoliert wurde von einem Unkundigen, der die Lehre der Pythagoreer von diesen Begriffen kannte, ihren prinzipiellen Unterschied von der Euklidischen aber nicht bemerkte; er hat dann bei diesem eine Definition des ihm aus der Pythagoreischen Arithmetik bekannten Begriffes *περισσάκις ἄρτιος* vermifst. Diese Interpolation hat dann in IX, 33—34 die weitere fast mit Notwendigkeit erzeugt, wie wir sie in der Euklidhds. des Jamblichus antreffen. Denn es war sehr leicht zu bemerken, dafs *περισσάκις ἄρτιος* und *ἀρτιάκις περισσός* nach den Definitionen identisch waren, dafs somit *μόνον* IX, 33 falsch war, und dafs IX, 34 einer ähnlichen Ergänzung bedurfte. Doch haben sich nebenbei Handschriften erhalten, wo die letzteren Interpolationen noch nicht eingeschlichen waren, und auf diese gestützt hat Theon sie aus seinem Texte entfernt; die ältere aber VII def. 10 mufs sich zu seiner Zeit schon so eingebürgert haben, dafs er sie nicht erkannte.

Jamblichus S. 27: *ὥστε καὶ ἐνθάδε ἡμαρτημένος* (wohl *ἡμαρτημένως*) *πάλιν Εὐκλείδης ἀφορίζεται λέγων· ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπ' ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος ἀρτιάκις. ἰδοὺ γὰρ ὁ κδ' ὑπὸ τοῦ ϛ' ἀρτίου τετράκις μετρεῖται καὶ ὑπὸ τοῦ δ' ἑξάκις, καὶ ἕτεροι ἄλλοι ὁμοίως, καὶ οὐκ εἰσιν ἀρτιάκις ἄρτιοι οὐδὲ κατ' αὐτόν, παρακολούθημα δ' αὐτοῦ τὸ τὴν εἰς δύο λύσιν αὐτόν τε ἴσχειν καὶ τὰ μέρη καὶ τῶν μερῶν τὰ μέρη καὶ τοῦτο μέχρι τῆς φύσει ἀτόμου μονάδος.* Hier wird also VII def. 8 mit unseren Hss. übereinstimmend citiert, nur dafs *κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν* am Schlufs mit *ἀρτιάκις* vertauscht ist; diese Änderung, so wie die entsprechende in VII def. 9 (s. oben), dürfen wir wohl dem Jamblichus selbst zusprechen. Die Stelle ist mir übrigens nicht ganz klar; wenn aber *οὐδὲ κατ' αὐτόν* bedeuten soll, dafs z. B. 24 nicht einmal nach der eigenen Definition des Euklid *ἀρτιάκις ἄρτιος* sei, so hat Jamblichus entschieden Unrecht. Nach der Pythagoreischen von Jamblichus hier und von Nicomachus I, 8, 4 vorgetragenen Definition sind freilich *ἀρτιάκις ἄρτιοι* nur die Potenzen von 2. Dafs Euklid aber eine abweichende Definition aufstellen wollte und VII

def. 8 wirklich gemeint ist, wie sie geschrieben, ist aus IX, 32 ganz klar; denn dieser Satz würde sonst ganz überflüssig sein und die Definition tautologisch wiederholen. Noch deutlicher ersieht man das aus IX, 34, wo ausdrücklich gesagt wird, dafs eine Zahl auf einmal *ἀρτιάκις ἄρτιος* und *ἀρτιάκις περισσός* sein könne, was nach den Pythagoreern unmöglich ist; vielmehr sind die Zahlen, wovon IX, 34 handelt, eben die *περισσάρτιοι* der Pythagoreer. Es ist also verwerflich, wenn R. Hoche Neue Jahrb. 1863. LXXXIII S. 823—24 in VII def. 8 nach *ἀριθμοῦ* ein *μόνως* eingeschaltet wissen will. Die Hdss., worin Johannes Philoponus[1]) das *μόνως* las, waren augenscheinlich interpoliert; aber vielleicht meint er nur, dafs er in Hss. ähnliche Randscholien gefunden habe, wie wir sie noch jetzt im Vaticanus lesen: zu VII def. 8: *προσυπακουστέον μόνον*; zu VII def. 9: *κἀνταῦθα προσυπακουστέον μόνον*; VII def. 10: *προσυπακουστέον καὶ κατὰ ἄρτιον*, alles von erster Hand; womit die Pythagoreischen Definitionen hineingeschmuggelt sind. Den Schlufs dieser Digression mache eine interessante Stelle aus den Scholien, welche zeigt, dafs dem Scholiasten der jetzige Text schon vorlag, und dafs die Alten sich des Unterschieds zwischen den Euklidischen und den Pythagoräischen Definitionen wohl bewufst waren. Ich gebe das Scholium nach Laurent. 28, 3 saec. IX; es findet sich übrigens auch in Pariser Hssn. *ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ [τὸν] ἄρτιον ἀριθμόν. ἐὰν τούτῳ τῷ ὅρῳ προσθῶμεν τὸ μόνως ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρεῖσθαι κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν, ποιοῦμεν τὸν τῶν Πυθαγορείων ἀρτιάκις ἄρτιον τὸν ἄχρι μονάδος δίχα διαιρούμενον, οἷον ὁ η′ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρεῖται κατὰ ἄρτιον μόνως, ὁ δὲ ιβ′ κατὰ τοῦτο ἀρτιάκις ἄρτιος, καθ᾽ ὃ μετρεῖται μὲν καὶ ὑπὸ ἀρτίου κατ᾽ ἄρτιον· δὶς ἓξ γάρ. ἀλλὰ καὶ ὑπὸ περιττοῦ κατὰ ἄρτιον· τρὶς γὰρ δ′. ἀρτιάκις δὲ περισσὸν λέγει τὸν ὑπὸ ἀρτίου κατὰ περισσὸν μετρούμενον, ὡς τὸν δέκα ὑπὸ τοῦ δύο κατὰ τὸν ε′. περισσάρτιος δὲ ὁ ιβ′· ὑπὸ*

---

1) Oder richtiger der gewifs weit jüngere Redaktor seines Kommentares zu Nicomachus, dessen Umarbeitung wir nur im cod. Cizensis saec. XIV—XV haben; denn in den übrigen Hdss. des Werkes fehlt die Stelle. Sie lautet im Cizensis nach Hoche im Weseler Programm 1865 S. V so: *ἐντεῦθεν ὁρμώμενοί τινες ἐπιλαμβάνονται τοῦ Εὐκλείδου ἐν τοῖς ὅροις τοῦ ζ^{ου} βιβλίου τῆς γεωμετρίας ἀποδεδωκότος ὅρον τοῦ ἀρτιάκις ἀρτίου ὅτι· ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. ἰδοὺ γὰρ ὁ κδ μετρούμενος ὑπὸ τοῦ ϛ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν τὸν δ, ὅμως οὐκ ἔστιν ἀρτιάκις ἄρτιος ἀλλὰ περισσάρτιος, ἐπεὶ οὐ μέχρι μονάδος δίχα τέμνεται. ὅσον μὲν οὖν κατὰ τοῦτο εὔλογος ἡ μέμψις δοκεῖ, ἀλλ᾽ ἡμεῖς ἀντιγράφοις ἐνετύχομεν ἔχουσι προσκείμενον τὸ μόνως, οἷον ὅτι· ἀρτιακις ἄρτιός ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν μόνως μετρούμενος· καὶ φανερόν, ὅτι τοῦ μόνως προσκειμένου ἡ μέμψις χώραν οὐκ ἔχει.* Unter den *τινες* ist auch Jamblichus verstanden, den der Verf. wörtlich ausschreibt (s. oben). Zu bemerken ist hierbei, dafs die Definition nach unseren Hdss. citiert wird.

γὰρ τοῦ γ' μετρεῖται κατὰ τὸν δ'. καὶ ἁπλῶς ὃ τέλειον (l. *τελευταῖον*) *ὄνομά ἐστιν ἐν τῇ συνθέσει, κατ' ἐκεῖνο λέγομεν μετρεῖσθαι τὸν ἀριθμόν. ἰστέον δέ, ὅτι τὸν περισσάρτιον τὸν ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων οὕτω λεγόμενον τὸν πλείονας διαιρέσεις δεχόμενον τῆς* (l. *τὰς*) *εἰς δίχα, μὴ μέντοι ἄχρι τῆς μονάδος προιόντα κατὰ τὴν διαίρεσιν οἶδεν καὶ αὐτὸς καὶ μέμνηται αὐτοῦ ἐν τῷ θ' βιβλίῳ καλῶν αὐτὸν μήτε ἀρτιάκις ἄρτιον μήτε ἀρτιοπέριττον τῇ ἀποφάσει τῶν δύο ἄκρων αὐτὸν σημαίνων, ὥσπερ ἐπὶ τῶν ἐμμέσων ἐναντίων, οἷς μὴ κεῖται ὀνόματα, τὴν σημασίαν εὑρίσκομεν τῇ ἀποφάσει λέγοντες τῶν ἄκρων. ἐν ᾧ δὲ τούτου μέμνηται, ἐστὶ τὸ λδ.*

Jamblichus S. 42: *κἀνταῦθα δὲ ὁ Εὐκλείδης προδηλότατον ἁμάρτημα παρέχει τὴν δυάδα τῶν πρώτων καὶ ἀσυνθέτων οἰόμενος εἶναι, ἐπεὶ μονάδι μόνῃ μέτρῳ χρῆται.* Die Stelle geht auf VII def. 12: *πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος,* worin die Zahl 2 mit einbefaſst ist, während die Pythagoreische Definition der Primzahlen (Nicom. I, 11, 1) sonderbarer Weise 2 ausschlieſst.

S. 105: *ὅπερ πάλιν οὐ συνιδὼν ὁ Εὐκλείδης συνέχεε κἀπὶ τούτῳ τὴν τῆς θεωρίας ἐξαλλαγὴν καὶ ποικιλίαν οἠθεὶς ἑτερομήκη εἶναι τὸν ἁπλῶς ὑπὸ διαφόρων δύο ἀριθμῶν πολλαπλασιασθέντων γινόμενον καὶ μὴ διακρινόμενος αὐτὸν* (l. *αὐτοῦ τὸν*) *προμήκη.* Diese Worte sind sonderbar, da der Name *ἑτερομήκης* von Zahlen (sonst s. I def. 31) bei Euklid gar nicht vorkommt; aber Jamblichus hat wohl daraus, daſs Euklid hiervon keine Definitionen aufstellt, eigenmächtig geschlossen, daſs er unter den Flächenzahlen nur die *τετράγωνοι* unterscheide, alle die übrigen *ἑτερομήκεις* nenne.

Themistius Aristot. phys. paraphr. S. 35 b: *ἀπορήσειε δ' ἄν τις, πῶς τὸ πρῶτον ἀποδείξουσιν ἐν τοῖς στοιχείοις θεώρημα. δεδόσθω γὰρ αὐτοῖς ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος, ἐφ' ἧς δεῖ τὸ τρίγωνον συστήσασθαι.* Vgl. Elem. I, 1: *ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.*

Martianus Capella VI, 722: quae cuncta ut ordine suo monstremus in puluere, haec primitus concedenda: fas sit, ab omni signo ad omne signum directam lineam ducere. et terminatam directam per continuum in directam emittere. et omni centro et interstitio circulum scribere. et omnes directos angulos inuicem aequales sibi esse [et omnem directam lineam terminatam, quantum uidetur, producere]. et si in duas directas lineas directa linea incidet[1]), intus et eadem parte duos angulos duobus rectis minora faciat, ex illa parte, qua sunt minores duobus rectis directas lineas conuenire. Diese Stelle giebt also eine ziemlich genaue Übersetzung der fünf *αἰτήματα* I S. 3 Aug. Gelegentlich bemerke ich, daſs „fas sit" offenbar dem *ᾐτήσθω* entspricht, und daſs die Interpunktion somit, wie geschehen, geändert werden muſs; concedenda

---

1) Zu lesen: incidat et. Die eingeklammerten Worte sind ohne Zweifel unecht; vgl. die Dittographie VII, 712 (Eyssenhardt).

fas sit ist nichts. Martianus Capella hatte das sechste *αἴτημα*, das gewöhnlich nach Vaticanus und anderen Hdss. hinzugefügt wird, noch nicht an dieser Stelle, wo es auch von Proklus, Vindobon., Bonon. saec. XI u. a.[1]) weggelassen wird (in Laurent. 28, 3 steht es sowohl hier, als unter den *κοιναὶ ἔννοιαι*; wahrscheinlich hat Theon es diesen zugesellt). Noch bedeutsamer ist die folgende Stelle bei Martianus VI, 723: communes animi conceptiones sunt tres. quae eidem aequalia sunt, et in uicem sibi aequalia sunt. et si aequalibus aequalia addas, tota aequalia esse. et si aequalibus aequalia adimas, aequalia sunt reliqua. Er kannte also bei Euklid nur eben diejenigen drei *κοιναὶ ἔννοιαι*, die Heron allein als solche gelten liefs (Proklus in Eucl. S. 196, 15 ff.). Vielleicht hat also der römische Verfasser den Euklid nicht unmittelbar, sondern nur aus Heron gekannt. Auch von den Definitionen Euklids führt er einige wörtlich an. VI, 708: punctum uero est, cuius par nihil est (er hat das *οὐδέν* in Elem. def. 1 mifsverstanden). ibid. linea uero est sine latitudine longitudo (I def. 2). VI, 710: planus autem fit angulus in planitie duabus lineis se in uicem tangentibus et non unam facientibus ad alterutrum inclinationem (verstümmelt und falsch übersetzt; I def. 8). ibid. quando autem directa super directam iacentem stans dextra laeuaque angulos aequales fecerit, directus uterque est angulus, et illa superstans perpendicularis dicitur (*ἴσων*, das hier nicht übersetzt ist, fehlt auch bei Campanus und Psellus, s. unten; I def. 10). ibid. angulus maior directo obtusus dicitur, minor directo acutus (I def. 11—12). ibid. definitio est res, quae alicuius est terminus. forma est res, quae ex aliquo uel aliquibus terminis continetur (I def. 13—14; an letzter Stelle müfste statt terminis genauer definitionibus stehen, da sonst I def. 13 unnütz ist). ibid. circulus est figura planaris, quae una linea continetur (haec linea *περιφέρεια* appellatur), ad quam ex una nota intra circulum posita omnes directae ductae lineae aequales sunt (ich habe die Interpunktion ein wenig geändert; I def. 15, mit der sehr alten Interpolation *ἣ καλεῖται περιφέρεια*, aber ohne die spätere, doch noch vortheonische *πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν*, beides wie Heron. def. 29). VI, 711: punctum autem est circuli media nota. diametros est directa linea quaedam per punctum supra dictum ducta, quae orbem aequalibus partibus diuidit. hemicyclium est figura, quae diametro et peripheria media, quam eadem diametros distinguit, continetur (I def. 16—18; *τοῦ κύκλου* in def. 18 scheint auch Martianus nicht gelesen zu haben; da er sofort die Dreiecke usw. anschliefst, scheint er nicht die jetzt von den Hss. hier gebotene Definition des *τμῆμα* gehabt zu haben, aber auch

1) Auch vom Peripatetiker Aspasius c. 100 n. Chr. heifst es bei Simplicius de coelo fol. 149 (= IV S. 513 b bei Bekker): *Ἀσπάσιος δὲ τῷ πόσῳ ὡρίσθαι τὰ πέντε αἰτήματά φησιν. ταῦτα γὰρ οὐ κατ' εἶδος ἀλλὰ κατ' ἀριθμὸν πέντε εἰσίν.*

diejenige nicht, die Proklus statt jener bietet). VI, 712: secunda species, quae directiangula est, non aequilatera, et dicitur ἑτερομήκης. tertia aequilatera est, non tamen directiangula et dicitur ῥόμβος. item quae ex aduerso sibi latera aequalia et contrarios angulos in uicem sibi aequales habeat, et neque omnia latera in uicem sibi aequalia neque angulos directos et dicitur ῥομβοειδής. extra has formas quicquid quadrilaterum est, τραπέζιον uocatur (I def. 31—34). ibid. parallelae sunt directae lineae quae in eadem planitie constitutae atque productae in infinitum nulla parte in se incidunt (I def. 35). VI, 718: ῥητή autem illa est, quae prior proponitur aut quae propositae lineae communi mensura confertur (cfr. X def. 5—6). Sonst folgt Martianus Capella hier einer anderen Quelle. VI, 720 zählt er die 13 ἄλογοι in derselben Ordnung auf wie es Elem. X S. 137 Aug. geschieht. Endlich kann bemerkt werden, dafs er I, 1 so erwähnt VI, 724: haec cum permissa conspiceret, lineam in abaco rectam ducens sic ait: quem ad modum potest super datam directam terminatam lineam trigonum aequilaterum constitui? quo dicto cum plures philosophi . . primum Euclidis theorema formare eam uelle cognoscerent, confestim adclamare Euclidi plaudereque coeperunt. Der ganze Abschnitt hat Anklänge an die Heronischen Definitionen, wie VI, 709 = Heron. def. 4, ohne dafs in der Wiedergabe der Definitionen Euklids die Eigentümlickheiten des Heronischen Textes überall oder nur in der Regel bewahrt wären; auch stimmen einzelne Partien mit Proklus, wie VI, 716 = Proklus in Eucl. S. 203. Im arithmetischen Teil, der über die bei Euklid behandelten Gegenstände weit hinausgeht, hat Martianus einen anderen Gewährsmann benutzt, so dafs hier wenig für die Textkritik Euklids zu gewinnen ist. Doch führe ich an, dafs VII, 749 die ἀρτιάκις περισσοί und περισσάκις ἄρτιοι mit Euklid übereinstimmend, wenn auch nicht mit seinen Worten definirt werden, und somit für wesentlich identisch erklärt werden, dennoch aber die Pythagoreische Unterscheidung erwähnt wird (qui numeri quamuis idem sunt rationes tamen in crescendo diuersas recipiunt usw.), und dafs 2 für eine Primzahl wie bei Euklid gehalten wird (VII, 772: incompositi per se numeri nulli pares sunt exceptis, ut supra posui, duobus). Dazu noch einzelnes: VII, 748: par est, qui in duas aequas partes diuiditur, inpar, qui in duas aequas partes diuidi non potest (Elem. VII def. 6—7). VII, 751: per se incompositi numeri dicuntur, qui nullam mensuram habent nisi singularitatis . . . bini uero pluresue iuncti inter se incompositi esse dicuntur, qui nullam communem mensuram nisi singularitatis habent (VII def. 12—13). VII, 753: perfecti sunt, qui [a] partibus suis pares sunt (VII def. 23), u. a. m.

Theon[1]) in Ptolem. S. 184 ed. Halma: ἐκ τοῦ δ' θεωρήματος

1) Über zwei besonders wichtige Stellen aus ihm s. oben S. 174 ff.

τοῦ β′ βιβλίου τῶν στοιχείων, οὗ ἡ πρότασίς ἐστι τοιαύτη· ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, = Elem. II, 4.

S. 201: *ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ τρίτῳ τοῦ ἕκτου τῶν στοιχείων, ὅτι, ἂν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ταῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς*; ungenaue und unvollständige Anführung von Elem. VI, 3 (*ἡ* vor *γωνία* steht sowohl im Vatic. als im Laurent. 28, 3, ist also vortheonische Interpolation oder vielleicht gar echt).

S. 235: *τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν*, = Elem. VI, 23 (*πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει* alle Hss.).

S. 181: *ἐπεὶ ἐν τοῖς στοιχείοις, ὅτι· ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται* (Elem. XIII, 9; die harten Ellipsen rühren wohl von Theon selbst her).

S. 182: *ἐπεὶ δέδεικται ἐν τῷ τρισκαιδεκάτῳ τῶν στοιχείων, ὅτι ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων* (= Elem. XIII, 10).

S. 183: *ἐδείχθη δὲ καὶ ἐν τῷ τρισκαιδεκάτῳ τῶν στοιχείων, ὅτι ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ δυνάμει τῆς αὐτῆς* (sc. *τῆς ἐκ τοῦ κέντρου*) *ἐστι τριπλασίων*, = Elem. XIII, 12.

V. Jahrhundert n. Chr.

Was aus dem Kommentar des Proklus für die Kritik brauchbar ist, wurde schon oben S. 181 ff. zusammengestellt; hier werden einige Stellen aus seinen übrigen Schriften nachgetragen.

Proklus in Timaeum 72 e (S. 170 Schneider): *καὶ γὰρ ὁ γεωμέτρης, τί μέν ἐστι σημεῖον καὶ τί γραμμή, πρὸ τῶν ἀποδείξεων ὑπέμνησεν, ὅτι δὲ ἔστι τούτων ἑκάτερον, οὐδαμῶς ἐδίδαξεν.*

Ibid. 83 d (S. 196): *ὥσπερ ἐκεῖνοί* (*οἱ γεωμέτραι*) *φασιν, ὅταν λέγωσι περὶ τοῦ ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις γνώμονος· ἓν ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δύο παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω*, = Elem. II def. 2.

Ammonius in Aristot. categor. Venet. 1503 S. 43: *ἰστέον τοίνυν, ὅτι σῶμα καλοῦσιν οἱ γεωμέτραι τὸ ἔχον τρεῖς διαστάσεις μῆκος πλάτος βάθος*, vgl. Elem. XI def. 1. — Ibid. *τοῦτο δέ ἐστιν ἡ γραμμὴ μῆκος οὖσα ἀπλατές*, I def. 2. — Ibid. *διὸ καὶ ὁριζόμενος αὐτὸ ὁ γεωμέτρης φησὶ σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν*, I def. 1.

S. 58: *ὅταν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα κάθετος λέγεται, ἐφ' ᾗ* (l. *ἣν*) *ἐφέστηκεν*, I def. 10, mit einigen Verunstaltungen, die aus *αἰτ.* 5 eingedrungen sind (*ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη* statt *ἐφεξῆς* ist sinnlos). Über das fehlende *ἴσων* vor *γωνιῶν* s. S. 202. — Ibid. *ὀξεῖα δὲ γωνία ἐστὶν*

ἡ ἐλάττων τῆς ὀρθῆς, ἀμβλεῖα δὲ ἡ μείζων ὀρθῆς (I def. 11—12 in umgekehrter Ordnung, wie bei Heron, s. oben). Vgl. noch S. 66: *καὶ ὁρίζεται μὲν ἕκαστον τούτων ὁ γεωμέτρης τὸ μὲν σημεῖον λέγων, οὗ μέρος οὐδέν, τὴν δὲ γραμμὴν μῆκος ἀπλατές καὶ τἄλλα, ὡς ἔχει.*

Ammonius in Porphyrium 48 b: *ὡς ὁ Εὐκλείδης ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ ἕκτῳ αὐτοῦ θεωρήματι ἄνευ τριγώνου τὸ τετράγωνον δι' εὐθείας ἀναγράφειν διδάσκει*, I, 46.

VI. Jahrhundert n. Chr.

Simplicius in Aristot. categ. fol. 3 b: *διὸ καὶ ὁ γεωμέτρης ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων ἀρχόμενος περὶ τριγώνων πρῶτον καὶ τετραγώνων ἐφεξῆς διδάσκει καὶ τότε περὶ πενταγώνων καὶ τῶν ἐφεξῆς πολυγώνων.*

In Aristot. de coelo fol. 101: *ὥσπερ τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον τετράγωνον στήσασθαι* (l. *συστήσασθαι*) *ὁ στοιχειωτὴς προυβάλετο οὐ ταῖς τοῦ τριγώνου τρισὶ γραμμαῖς τὰς τοῦ τετραγώνου γραμμὰς ἐξισάσαι προτιθεὶς ἀλλὰ τὸ ἐμβαδὸν τῷ ἐμβαδῷ*, vgl. Elem. II, 14 (*εὐθυγράμμῳ* statt *τριγώνῳ*).

Fol. 131 b: *ὅταν γὰρ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν, ὡς ἐν τοῖς στοιχείοις ἐμάθομεν*, I def. 10. Hier finden wir also schon die jetzt in den Hdss. gewöhnliche Wortstellung, während Ammonius oben S. 204 mit Vatican., Bonon. und Proklus *ἐστιν* nach *γωνιῶν* stellt.

Ibid. *ὅτι δὲ τὰ πρὸς ὀρθὰς γωνίας κάτω φερόμενα ἐπὶ τὸ κέντρον συνέρχεται, ἐμάθομεν ἐκ τοῦ ἐννάτου θεωρήματος τοῦ τρίτου βιβλίου τῶν στοιχείων, οὗτινος ἡ πρότασίς ἐστι τοιαύτη· ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην* (Elem. III, 18, nicht III, 9). *ἀλλ' ἐπειδὴ ἐν μὲν τοῖς στοιχείοις δέδεικται ἐν τῇ πρὸς ὀρθὰς γωνίας τῇ ἐφαπτομένῃ τὸ κέντρον καὶ ἡ διὰ τοῦ κέντρου ὑπάρχουσα πρὸς ὀρθὰς γωνίας τῇ ἐφαπτομένῃ κτλ.*, Elem. III, 18—19.

Ibid. *διὰ τὸ ιδ' τοῦ πρώτου τῶν στοιχείων, οὗτινος ἡ πρότασίς ἐστι τοιαύτη· ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις* (*αἱ*) *εὐθεῖαι* (*αἱ* fehlt in der Ausg.), = Elem. I, 14 ohne das *ἑξῆς*, das Proklus allein vor *μή* einschiebt.

In phys. fol. 12 b: *παντὶ δὲ πολυγώνῳ ἴσον τετράγωνον δυνάμεθα θέσθαι, ὡς ἐν τοῖς στοιχείοις παρελάβομεν*, Elem. II, 14.

Ibid. fol. 14 a: *ὅπερ Εὐκλείδης λγ' ἔθετο θεώρημα τοῦ τρίτου βιβλίου προτείνας οὕτως· ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ*, = Elem. III, 33.

Ibid. ὅμοια γὰρ τμήματα κύκλων ὁ Εὐκλείδης ὡρίσατο ἐν τῷ τρισκαιδεκάτῳ (l. τρίτῳ, der Irrtum ist aus τῶι γ entstanden) βιβλίῳ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, = III def. 11, wo jetzt, wie es scheint in allen Hdss. (auch im Vaticanus?) κύκλου statt κύκλων gelesen wird; dieses ist aber an und für sich das Richtigere und wird auch durch III, 23, wo es in allen Hdss. steht, gestützt..

Ibid. δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ἑνδεκάτῳ (l. τεσσαρακαιδεκάτῳ, d. h. IΔ statt IA) θεωρήματι τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Εὐκλείδου στοιχείων, πῶς χρὴ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον ἐνστήσασθαι (l. συστήσασθαι), = II, 14.

Ibid. fol. 14 b: ἔχομεν γὰρ ἐν τῷ πέμπτῳ τοῦ τετάρτου τῶν στοιχείων περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι, = Elem. IV, 5.

Ibid. δέδεικται γὰρ ἐν τῷ τρίτῳ τοῦ τρίτου τῶν Εὐκλείδου στοιχείων, ὅτι ἡ ἐν τῷ ἐλάττονι ἡμικυκλίου τμήματι μείζων ὀρθῆς ἐστιν, Elem. III, 31, nicht III, 3.

Ibid. fol. 15: τὰ ὅμοια τῶν κύκλων τμήματα πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν βάσεων τετράγωνα, διότι καὶ οἱ ὅμοιοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα, Elem. XII, 2.

Ibid. ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾷ, ὡς τὸ πόρισμα λέγει τοῦ προτελεύτου[1]) θεωρήματος ἐν τῷ τετάρτῳ βιβλίῳ τῶν τοῦ Εὐκλείδου στοιχείων, Elem. IV, 15 πόρ. (16 Sätze).

Ibid. fol. 114 b: εἰ γὰρ ὡς ἐν τῷ δεκάτῳ τῶν Εὐκλείδου στοιχείων δέδεικται πᾶσαν γραμμὴν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τῇ ἤδη τετμημένῃ διελεῖν, οὐκ ἂν ἄτομος εἴη γραμμή; nach δεκάτῳ ist τοῦ ἕκτου einzuschalten, s. Elem. VI, 10.[2])

Ibid. ὡς ἐδόκει ποιεῖν ὁ προβαλλόμενος τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν δίχα τεμεῖν, = Elem. I, 10.

Ibid. fol. 119: εἴπερ καὶ ἐν τοῖς αἰτήμασι λαμβάνουσι (οἱ γεωμέτραι) τὸ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν, I αἴτ. 2, die Wortstellung wie bei Proklus und im Vindobon. (Vaticanus?), sonst ἐπ' εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές (Laur. 28, 3; Bonon.; Paris. 2466).

Ibid. πῶς οὐκ ἀναιρεῖται τὸ πρῶτον θεώρημα τῶν Εὐκλείδου στοιχείων; εἰ γὰρ δύναται μὲν ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη, ἐφ' ἧς δεῖ τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον συστήσασθαι, ἡ διάμετρος εἶναι τοῦ κόσμου κτλ., vgl. oben S. 201.

Olympiodorus in Aristotel. meteorolog. ed. Ideler II S. 110: δέδεικται γὰρ ἐν τῷ κϛ' (Ideler, ησ die Hdss.) θεωρήματι τοῦ πρώτου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως, ὅτι ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς

---

1) προτελευταίου?

2) Vgl. ebd. fol. 119: ἅπερ δι' ἑνὸς τοῦ παρ' αὐτοῖς θεωρήματος δείκνυται τοῦ ἐν τῷ ἕκτῳ τῶν στοιχείων, οὗ ἡ πρότασίς ἐστι τοιαύτη· τὴν δοθεῖσαν ἄτμητον εὐθεῖαν τῇ δοθείσῃ τετμημένῃ ἀνάλογον τεμεῖν, VI, 10. εὐθεία vor τετμημένῃ fehlt wie hier nur im Vatican. und bei Campanus VI, 12.

πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, = Elem. I, 26. Die Weglassung der wegen des Folgenden notwendigen Angabe über die Seiten wird wohl einem Abschreiber zur Last fallen. Das *ἴσην ἕξει* am Schlufs fehlt hier, wie in den meisten Hdss.; bewahrt ist es bei Proklus und im Laur. 28, 3; auch Campanus hat „aequalis".

Ibid. II S. 118: *δέδεικται γὰρ ἐν τῷ τετάρτῳ θεωρήματι τοῦ ια' βιβλίου τῆς στοιχειώσεως, ὅτι ἐὰν εὐθεῖά τις εὐθείαις τισὶ τεμνούσαις ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ ἑνὶ αὐτῶν ἐπιπέδῳ ἴσαι εἰσὶ πᾶσαι αἱ κάθετοι.* Der Schlufs ist schwer verdorben, aber auch sonst stimmt das Citat nicht genau mit Elem. XI, 4 (vgl. XI, 5).

Eutocius in Archimedem III S. 254, 27: *ἐὰν δὲ ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξ ἀρχῆς μεῖζον*, = I *κοιν. ἔνν.* 4.

Eutocius in Apollonium S. 10: *οἷός ἐστιν ὁ ἐν τῷ εἰκοστῷ δευτέρῳ θεωρήματι τοῦ πρώτου βιβλίου τῆς Εὐκλείδου στοιχειώσεως ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας, ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι*, I, 22. *εὐθείαις* fehlt wie hier nach *δοθείσαις* in Vindob., Bonon. und Paris. 2466 man. 1, steht aber bei Proklus; dem Zusatz *ἐπεὶ* etc. Ähnliches bieten viele gute theonische Hdss.

Ibid. S. 12: *ὥσπερ γὰρ ἐπὶ τοῦ κύκλου ἐμάθομεν ἐν τῇ στοιχειώσει, ὅτι ἔστι τι σημεῖον, ἀφ' οὗ τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν μεγίστη ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου κτλ.*, vgl. Elem. III, 8.

Ibid. S. 44: *ὁ μὲν Εὐκλείδης ἐν τῷ δεκάτῳ πέμπτῳ θεωρήματι τοῦ τρίτου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως ἔδειξεν, ὅτι ἡ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἐκτός τε πίπτει καὶ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου*; ungenau nach III, 16 (nicht III, 15); vgl. ib. S. 59.

Eutocius in Archim. III S. 136, 25: *ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα*; vgl. V, 12.

In Apollonium S. 139: *διὰ τὸ δεδεῖχθαι ἐν τῷ εἰκοστῷ πέμπτῳ θεωρήματι τοῦ πέμπτου βιβλίου τῆς Εὐκλείδου στοιχειώσεως, ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον καὶ τὸ τέταρτον δύο τῶν λοιπῶν μείζονα ἔσται*, = V, 25.

Ibid. S. 32: *δέδεικται μὲν ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ τῆς στοιχειώσεως ἐν τῷ εἰκοστῷ τρίτῳ θεωρήματι, ὅτι τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν*, = VI, 23. Vgl. Comm. in Archim. III S. 236, 23.

Ibid. S. 53: *ἐὰν γάρ, ὡς ἐν τοῖς στοιχείοις ἐμάθομεν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ . . ἴσον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι . . . ὅμοιον τὸ αὐτὸ συστησώμεθα*, = VI, 25.

Ibid. S. 23: *δέδεικται γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ καὶ δεκάτῳ τῆς Εὐκλείδου στοιχειώσεως, ὅτι ἂν εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται*, = XI, 18.

In Archimed. III S. 32, 3: *ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγραφομένων δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει, ὅτι τὰ ἐγγραφόμενα τρίγωνα εἰς τὰ τμήματα μείζονά ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ' ἑαυτὰ τμημάτων*, vgl. XII, 2 S. 200 Aug.

VII. Jahrhundert n. Chr.

Iohannes Philoponus in Aristot. phys. Venet. 1535 fol. 6 r: *πρὸς γὰρ τὸν ἀναιροῦντα, ὅτι σημεῖον ἀμερές ἐστιν, ἡ γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές* etc., = I def. 1—2.

Id. in Aristot. de anima. Venet. 1535 fol. a 2: *ὅρος γάρ ἐστιν, ὥς φησιν ὁ γεωμέτρης, ὅ τινός ἐστι πέρας*, = I def. 13.

Id. in Analyt. post. Venet. 1534 fol. 15: *γραμμὴν εἶναι τὴν ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κειμένην*, = I def. 4.[1])

Id. ibid. fol. 28 b: *τρίγωνόν ἐστι σχῆμα ἐκ τριῶν εὐθειῶν περιεχόμενον* (I def. 21), *κύκλος δέ ἐστι σχῆμα ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου πᾶσαι αἱ πρὸς τὴν περιφέρειαν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν*, = I def. 15, mit einem ähnlichem Glossem, wie jetzt in unseren Hdss. steht; vgl. noch ebend. fol. 29: *ὥσπερ ὅταν, εἰ τύχοι, τὸν τοῦ κύκλου ὁρισμὸν ἐν προτάσει παραλαμβάνωμεν προβλήματος λέγοντες· αἱ δὲ ἀπο τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί*, und ibid. fol. 53: *τί οὖν οὐκ ἀποδείκνυσιν ὁ γεωμέτρης τὰ συμβεβηκότα τοῖς σχήμασιν, οἷον ὅτι τοῦ τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν*[2]), *καὶ ὅτι αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἴσαι εἰσί.*[3]) Doch hat er den Zusatz wohl nicht in seinem Euklid gefunden; denn Comm. in Aristot. phys. fol. h IIII lesen wir: *ὅτι οὗτος ὁ ὁρισμὸς τοῦ κύκλου· σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.*

Id. in Anal. post. fol. 29: *τρίγωνόν ἐστι τὸ ἐκ τριῶν πλευρῶν περιεχόμενον, τετράπλευρον δὲ τὸ ἐκ τεσσάρων καὶ ὀρθογώνιον μὲν τὸ ὀρθὴν ἔχον γωνίαν*, I def. 21, 22, 27 (ohne *μίαν*, das nur Proklus und Vindobon. haben). Vgl. Comm. in Arist. de anima h 7: *ὥσπερ ὁ γεωμέτρης ὁρισάμενος κοινῶς τὸ σχῆμα* (I def. 14) *προσέθηκε τοὺς εἰδικωτάτους ἑκάστου τῶν ἐν ὑποστάσει σχημάτων ὁρισμούς* (I def. 20 ff.).

---

1) Vgl. fol. 4 b: *εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῇ* (sic) *σημείοις κεῖται.*

2) I, 32. Vgl. Comm. in phys. i IIII: *αἱ τρεῖς ἄρα τοῦ τριγώνου δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν*, und sonst (Bekker IV S. 181 b, 37).

3) Vgl. ebd. fol. 9 b: *οἷον ὅτι αἱ ἐκ τοῦ κέντρου προσπίπτουσαι εὐθεῖαι πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις.*

Id. in Anal. post. fol. 81 b: *φάσκων τὸ τρίγωνον εἶναι σχῆμα ἐπίπεδον τρεῖς γωνίας ἔχον*, vgl. I def. 24.

Id. in Phys. i IIII: *διότι τοῦτό ἐστιν ὁ ὁρισμὸς ὀρθῆς· ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν γωνιῶν ἐστιν*, = I def. 10 (ohne *ἴσων*). Das ungenaue *ὡς ἂν* ist wohl nur Schreibfehler; das richtige hat Philoponus selbst in Anal. post. fol. 28 b: *ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ καὶ τὰ ἑξῆς* (sehr nachlässig durch die Einmischung von I, 13 um jeden Sinn gebracht).

Id. in Anal. post. fol. 29: *αἰτήματα, οἷον τὸ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι, καὶ τὸ ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν καὶ τὰ τούτοις ὅμοια* (I *αἰτ.* 3 und 1, in *αἰτ.* 3 *γράφεσθαι* wie die Hdss., *γράψαι* Proklus). Vgl. ib. fol. 10: *τὸ ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν, τὸ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.*

Id. ibid. fol. 9 b: *τὸ ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν ἐπιζεῦξαι ἢ τὸ εἶναι τὸ σημεῖον ἀμερὲς ἢ τὸ πᾶν τρίγωνον ἐκ τριῶν εὐθειῶν περιέχεσθαι.*

Id. ibid. fol. 10: *τοῦ γεωμέτρου λέγοντος τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.* (I *αἰτ.* 4) . . . *πάλιν τοῦ γεωμέτρου λέγοντος· δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.* Die Gestaltung dieses Satzes beweist, dafs Philoponus ihn, wie erwartet werden mufste, unter den *κοιναὶ ἔννοιαι* vorfand, nicht unter den *αἰτήματα.*

Id. ibid. fol. 29: *ὥσπερ ἡ λέγουσα τὰς ἀπ' ἐλαττόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας συμπίπτειν. τοῦτο γὰρ λαμβάνει μὲν ὁ γεωμέτρης ὡς αἴτημα ἀναποδείκτως*, I *αἰτ.* 5; vgl. ibid. fol. 10: *οἷον τὸ ἀπ' ἐλαττόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας συμπίπτειν, ὅπερ λαμβάνεται μὲν παρὰ τοῦ γεωμέτρου χωρὶς ἀποδείξεως.*

Id. ibid. fol. 5: *τὸ μέντοι· τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα* (l. *ἐστὶν ἴσα*) *καὶ· ἐὰν ἀπὸ τῶν ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα, πλείοσιν ἁρμόζει ἐπιστήμαις* (I *κοιν. ἔνν.* 1 und 3) . . *τὸ δὲ· τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα ἀλλήλοις ἴσα ἐστί, μόνῃ τῇ θεωρίᾳ* (l. *γεωμετρίᾳ*) *προσήκει* (I *κοιν. ἔνν.* 8, *ἐπ' ἄλληλα* fehlt bei Proklus).

Id. ibid. fol. 4 b: *οἷον ὡς ἐπὶ παραδείγματος ἐν τῷ πρώτῳ θεωρήματι τῶν Εὐκλείδου στοιχείων ζητοῦντι ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαί ἐστι δεδομένον μὲν ἡ εὐθεῖα ἡ πεπερασμένη ζητούμενον δὲ τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἀξίωμα δὲ ἐν μὲν τοῖς προσυλλογισμοῖς, ὅτι αἱ ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ὅτι τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα, ἐν δὲ τῷ συμπεράσματι, ὅτι τρίγωνον ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν ἴσων περιεχόμενον. καὶ σκόπει, ὡς πάντα τὰ εἰρημένα προείληπται τῷ γεωμέτρῃ, τίς τέ ἐστιν ἡ εὐθεῖα καὶ τίς ἡ πεπερασμένη καὶ τί τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ ἔτι τὰ λοιπὰ ἀξιώματα. τινὰ δὲ καὶ παρεᾶ-*

ται τῷ γεωμέτρῃ, οἷόν τίς ἡ βάσις καὶ τί τὸ ἐφαρμόζον (l. ἐφαρμόζειν?) καὶ τί τὸ ἴσον ὡς ἐν τῇ συνηθείᾳ γνωρίμων ὄντων τούτων. ... εἰδέναι μέντοι γε χρή, ὅτι ἐστὶν ὅτε καὶ τὸ δεδομένον ζητούμενον γίνεται καὶ τὸ ζητούμενον δεδομένον. οἷον ἐν μὲν τῷ πρώτῳ θεωρήματι ἔχομεν δεδομένον τὴν εὐθεῖαν. αὕτη οὖν ἡ νῦν δεδομένη γίνεται ζητούμενον ἐν τῷ τεσσαρεσκαιδεκάτῳ θεωρήματι τῷ λέγοντι· ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσωσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι, = I, 14 (ohne ἑξῆς).

Id. in phys. h IIII: διὰ τί αἱ δύο αἱ ἐφεξῆς δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν; ἐρεῖ, ὅτι· ὅταν [ἡ] εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθῇ, ἢ δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, Elem. I, 13, wo ὡς ἄν (vor Theon ἐάν) statt ὅταν. S. unten.

Id. in Anal. post. fol. 18 b: ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ οὐδέτερον συμπεσοῦνται αἱ εὐθεῖαι; vgl. Elem. I, 27 nebst I def. 35.

Id. in Anal. post. Venet. 1504 S. 65: ὅπως δὲ δείκνυσιν ὁ γεωμέτρης τὰς τοῦ τριγώνου γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας εἶναι, καὶ πρότερον μὲν εἴρηται[1]), καὶ νῦν δ' ἀναμνήσομεν. ἐκβάλλων γὰρ τὴν μίαν πλευρὰν τοῦ τριγώνου ἐπ' εὐθείας ὡς τοῦ αβγ τὴν βγ ἐπὶ τὸ δ δείκνυσι τὴν ἐκτὸς τὴν ὑπὸ αγδ δυσὶ ταῖς ἐντὸς τῇ τε ὑπὸ αβγ καὶ βαγ ἴσην, καὶ κοινῆς προστιθεμένης τῆς ὑπὸ αγβ πάλιν εἰσὶν ἴσαι αἱ ὑπὸ αβγ, βαγ, αγβ τῇ (l. ταῖς) ὑπὸ αγβ, αγδ. ἀλλὰ (l. ἀλλ' ὅτι) γωνίαι αἱ ὑπὸ αγβ, αγδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, δι' ἑτέρου δείκνυται θεωρήματος, οὗ ἡ πρότασίς ἐστι τοιαύτη· ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἢ δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. τοῦτο δὲ αὖθις διὰ τοῦ ὅρου, ὅς φησιν· ὅταν εὐθεῖα ἐπ' εὐθειῶν (l. εὐθεῖαν) σταθεῖσα γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν — eine genaue Wiedergabe des Beweises Elem. I, 32, sogar mit denselben Buchstaben, nur öfters in anderer Reihenfolge. Besonders interessant ist, dafs hier I, 13 citiert wird und zwar mit der vortheonischen (Proklus, Vaticanus) Lesart ἐάν statt ὡς ἄν, während in der oben angeführten, überhaupt aber sehr ungenauen Stelle ὅταν gelesen wird. Auch ist es bemerkenswert, dafs sich hier in I def. 10 das Wort ἴσων vor γωνιῶν erhalten hat, während es in der S. 209 angeführten Stelle vermifst wurde. Vielleicht hat Philoponus bei der Ausarbeitung des Kommentars zu den Physicis, worin jene beiden abweichenden Citate sich finden, eine Handschrift der Theonischen Klasse, sonst aber eine vortheonische gebraucht (vgl. jedoch S. 208).

1) Vgl. Comm. in Anal. priora. Venet. 1536 fol. LXXXII: οἷον ὅτι παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δύο ταῖς ἐφεξῆς ἴσαι εἰσίν. πᾶσαι αἱ (l. δ' αἱ) δύο ταῖς ἐφεξῆς ἴσαι οὖσαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. Vgl. noch Comm. in phys. i IIII.

Id. in Anal. post. 85 b: *καὶ ὁ μὲν Εὐκλείδης ἐν τῷ τρίτῳ τῆς γεωμετρίας δείκνυσι, πῶς ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ δυσχερές ἐστι παραστῆσαι τοῦτο τοῖς ἀγεωμετρήτοις, ἐξ ὧν ἐκεῖνος εἴρηκε, φέρε ἡμεῖς ἐκλαβώμεθα τοῦτο, ὅσον ἀνήκει τῇ προκειμένῃ πραγματείᾳ. καταγράφει κύκλον τὸ βγδ καὶ μέσον ἄγει διάμετρον εἰς δύο ἡμικύκλια τὸν κύκλον διαιροῦσαν τὴν βγ. ἄγει δὲ κατὰ κάθετον εὐθεῖαν τὴν γα ἐπὶ τῆς βδ. ἐπεὶ δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας σταθεῖσα δύο ὀρθῶν γωνίας ποιεῖ ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, λοιπὸν ἡ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἢ ῾ αβγ ἢ ἡ γαδ ἡμίσεις εἰσὶ τῶν δύο ὀρθῶν. τὸ γὰρ ἓν τῶν δύο ἥμισυ.* Die Stelle ist mir durchaus unverständlich geblieben (vgl. Elem. I S. 287 Aug.) und mufs schwer verdorben sein (wie auch die zunächst folgenden Worte). Jedoch geht so viel hervor, dafs Philoponus wie Alexander Aphrodisias oben S. 195 von einer Senkrechten spricht, die weder bei Euklid (III, 31) vorkommt noch überhaupt hierher gehörig ist. Dafs wirklich jemals eine solche Konstruktion in den Euklidhdss. gelesen wurde, ist hiermit noch nicht bewiesen; eher könnte Philoponus den Alexander benutzt haben (vgl. unten).

Id. ibid. fol. 117 b: *ὁ μὲν γὰρ γεωμέτρης ἔδειξεν, ὅτι τριῶν εὐθειῶν ἀνάλογον οὐσῶν ὡς ἔχει ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ* (einzuschalten: *ἀπὸ τῆς πρώτης*) *ἀναγραφόμενον τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. . . . ἐν οὖν τοῖς ἐπιπέδοις ἁπλῶς ἔδειξεν, ὅτι ὡς ἔχει ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας.* Dies ist VI, 19 *πόρισμα* von Dreiecken bewiesen, VI, 20 *πόρ.* 2 von einer beliebigen Figur, von den Quadraten besonders nirgends bei Euklid; vgl. aber die Stelle aus Psellus unten. Wir lesen weiter unten bei Philoponus: *οὕτω μὲν οὖν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἔδειξεν, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς τὸ καθολικώτερον, ὅτι ὡς ἐστιν ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης δοθὲν τετράγωνον* (vielmehr *στερεὸν παραλληλεπίπεδον*) *πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας.* Was mit diesen Worten anzufangen ist, weifs ich nicht; sie passen nicht zu XI, 33 *πόρ.*, und sonst finde ich keine Stelle, worauf sie sich beziehen könnten.

Id. in Arist. de anim. g 11: *τὸ οὖν μέσης εὕρεσις* (?) *ὁ μὲν Ἀλέξανδρος ἐν τῷ δευτέρῳ τοῦ Εὐκλείδου, τὸ δ' οὐκ ἔστιν. οὐδὲν γὰρ ἐκεῖ τοιοῦτο δέδεικται. ἀλλ' ἐν τῷ ἐκεῖ* (l. *ἕκτῳ*) *δέδεικται δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον εὑρεῖν, καὶ ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἀπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης*, VI, 13 und 17.

Id. in Nicomachum, ed. Hoche 1867 S. 6: *φησὶν οὖν ὁ Εὐκλείδης, ὅτι λόγος ἐκ λόγου* (l. *λόγων*) *συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ πηλικότητες αὐτοῦ* (l. *αὐτῶν*) *ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα*, = VI def. 5, die von Theon herrührt.

Id. in Anal. post. fol. 117 b: *καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἐν τῷ τεσσαρεσκαιδεκάτῳ τοῦ ἕκτου τῶν στοιχείων, ὅτι τῶν ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,*

= Elem. VI, 14; ἰσοπλεύρων ist ein Schreibfehler von Philoponus oder einem Abschreiber statt ἴσων; ἰσογωνίων hat aufser Philoponus nur Vaticanus von erster Hand; eine junge Hand hat dafür μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν gesetzt, wie die Theonischen Hdss. sämtlich bieten. Auch Campanus VI, 13: quarum unus angulus unius uni angulo alterius aequalis; das beweist aber für die zu Grunde liegende griechische Handschrift gar nichts, da er auch VI, 23 (bei ihm VI, 24), wo alle griechische Quellen ἰσογώνια haben, ebenso giebt: omnium duarum superficierum aequidistantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius aequalis etc. Also ist die Veränderung ohne Zweifel unabhängig in der arabischen Übersetzung vorgenommen, und wir können die entsprechende in VI, 14 auf die Autorität des Vaticanus dem Theon vindicieren; dafs Philoponus jedenfalls auch vortheonische Euklidhandschriften benutzte, ist S. 210 gezeigt worden.

Id. in Nicomach., ed. Hoche. 1864 S. 16: ἐντεῦθεν τοίνυν ἐλέγχεται ὁ Εὐκλείδης κακῶς ὁρισάμενος ἐν τῷ ζ' βιβλίῳ τὸν ἀρτιάκις ἄρτιον ἀριθμόν. φησὶ γάρ, ὅτι ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν, = VII def. 8; s. oben.

Id. in Anal. post. fol. 15 b: ἐστὶ δὲ πρῶτος ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ μονάδος μόνης μετρούμενος . ., σύνθετοι δὲ καλοῦνται ἀριθμοὶ οἱ ἐκ μονάδος καὶ ἄλλου τινὸς ἀριθμοῦ ἢ ἀριθμῶν μετρούμενοι, . . . πρὸς ἀλλήλους δὲ πρῶτοι λέγονται ἀριθμοὶ οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ, vgl. VII def. 12—14—13.

Id. in Anal. post. fol. 18: οἷον δείκνυται ἐν τῷ ἑβδόμῳ βιβλίῳ τῶν Εὐκλείδου στοιχείων, ὅτι, ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται, = Elem. VII, 13.

Id. in Nicom. ed. Hoche. 1865 S. 51: ἐδείχθη γὰρ παρὰ τῷ γεωμέτρῃ, ὅτι, ἐὰν γ' ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ὦσι πρὸς ἀλλήλους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντες, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν. Eine diesen offenbar korrupten Worten entsprechende Stelle in den Elementen wüfste ich nicht anzugeben.

Id. in Anal. priora. Venet. 1536 S. LXI: οἷον ὡς ἐπὶ παραδείγματος δεῖξαι βουλόμενος ὁ γεωμέτρης, ὅτι ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ ἀσύμμετρός ἐστι, κέχρηται τῷ δι' ἀδυνάτου συλλογισμῷ οὕτως· ἡ διάμετρος, φησί, τῇ πλευρᾷ ἢ σύμμετρός ἐστιν ἢ ἀσύμμετρος. ἀλλὰ μὴν οὐ σύμμετρος, ὡς δείξω. ἀσύμμετρος ἄρα. ἐστὶ δὲ οὗτος ὁ πέμπτος τρόπος τῶν ὑποθετικῶν. πόθεν οὖν, ὅτι οὐκ ἐστι σύμμετρος; κατασκευάζει τοῦτο διὰ τοῦ δευτέρου τῶν ὑποθετικῶν. ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ εἴ ἐστι σύμμετρος, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς ἄρτιος ἔσται καὶ περιττός. ἀλλὰ μὴν ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς ἄρτιος καὶ περιττὸς οὐκ ἔσται· οὐδὲ ἄρα ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ σύμμετρος ἔσται. ταύτην οὖν λοιπὸν τὴν ὑπόθεσιν τήν, ὅτι, εἴ ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ σύμμετρος, ἀνάγκη τὸν αὐτὸν ἄρτιον εἶναι καὶ περιττόν, διὰ κατηγορικοῦ συλλογισμοῦ κατασκευάζει. Vgl. ibid. S. LXII: οἷον, φησί, καὶ ὁ γεωμέτρης ἐποίησεν. βουλό-

μενος γὰρ δεῖξαι, ὅτι ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ ἀσύμμετρός ἐστι καὶ τοῦτο μὴ ἔχων ἐξ εὐθείας δεῖξαί φησιν, ὅτι εἰ μὴ τοῦτο πάντως σύμμετρος ἔσται. ἀλλὰ μὴν εἰ σύμμετρος εἴη, συμβαίνει τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἄρτιον εἶναι καὶ περιττόν κτλ. Id. in Anal. post. fol. 30 b: πᾶσα γὰρ δεῖξις ἡ δι' ἀδυνάτου εὐθὺς ἐν τῇ ἀρχῇ κέχρηται τῷ ἀξιώματι τῆς ἀντιφάσεως. τίθεται γὰρ ὁ γεωμέτρης τὴν πλευρὰν ἢ σύμμετρον εἶναι ἢ ἀσύμμετρον καὶ λαβὼν τὸ ἕτερον μόριον τῆς ἀντιφάσεως τὸ ψεῦδος, οἷον ὅτι σύμμετρος, καὶ δείξας τούτῳ ἀδύνατόν τι ἀκολουθοῦν, ὅτι ἔσονται τὰ αὐτὰ ἄρτια καὶ περιττά, οὕτω συνάγει τὸ ἀντικείμενον. Also las schon Philoponus den wahrscheinlich unechten Satz am Ende des X. Buchs und zwar mit demselben Beweise, wie er jetzt in allen Hdss. steht, in einigen jedoch ohne Nummer, also mehr als Scholium. Vgl. II S. 296 Aug.: προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει. ἔστω τετράγωνον τὸ αβγδ διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ αγ· λέγω, ὅτι ἡ αγ ἀσύμμετρός ἐστι τῇ αβ μήκει. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω σύμμετρος. λέγω, ὅτι συμβήσεται τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἄρτιον εἶναι καὶ περιττόν.

XI. Jahrhundert n. Chr.

Psellus: σύνταγμα etc. ed. Xylander. Basil. 1556. S. 34: σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐδέν, I def. 1.

Ibid. εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται, = I def. 4.

Ibid. S. 35: ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται, = I def. 7. παράλληλοι εὐθεῖαί εἰσιν, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις, I def. 35. ἐπίπεδος γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις, = I def. 8.

Ib. S. 36: καὶ ὅταν μὲν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν γωνιῶν, = I def. 10 (über das fehlende ἴσων s. oben S. 202 u. 210). ἀμβλεῖα μὲν ἡ μείζων ὀρθῆς ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάττων ὀρθῆς, = I def. 11—12. δύο γὰρ πλευραὶ χωρίον οὐ περιέχουσι, vgl. I αἴτ. 6. ἰσόπλευρον μὲν τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσον ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς, = I def. 24, 25, 26.

Ibid. S. 37: ὀρθογώνιον μὲν τὸ μίαν ἔχον γωνίαν ὀρθήν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας, = I def. 27, 28, 29 (μίαν hat Proklus und Vindob. mg.; sonst fehlt es in den alten Hdss.). ὧν τὸ μέν ἐστι τετράπλευρον (l. τετράγωνον), ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, τὸ δὲ ἑτερόμηκες, ὃ ὀρθογώνιον μὲν οὐκ ἰσόπλευρον δέ. τὸ δὲ ῥόμβος τὸ ἰσόπλευρον μὲν οὐκ ὀρθογώνιον δέ. τὸ δὲ ῥομβοειδές, ὃ

οὔτε ἰσόπλευρον οὔτε ὀρθογώνιον. κοινὸν δὲ αὐτοῖς τὸ παραλληλόγραμμα εἶναι καὶ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχειν. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλεῖται, I def. 30, 31, 32, 33, 34.

Ibid. S. 38: *κύκλος δέ ἐστι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς τοῦ μεσαιτάτου σημείου πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν,* = I def. 15 (ohne die eine der S. 192 genannten Glossen). *κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται. διάμετρος δὲ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον,* = I def. 16 — 17.

Ibid. S. 36: *ὡς ἂν γὰρ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθῇ, ἢ δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας γωνίας ποιεῖ,* = I, 13, doch am Anfang etwas verändert; soviel geht aber doch hervor, dafs Psellus *ὡς ἂν* statt *ἐάν* las, somit die Recension Theons benutzte. Wörtlich wiederholt S. 40.

Ibid. *καὶ ἐὰν ἡ ἐφεστηκυῖα τέμῃ τὴν ἐφ' ᾗ βέβηκεν, αἱ γενόμεναι γωνίαι ἢ ὀρθαί εἰσιν ἢ τετράσιν ὀρθαῖς ἴσαι. ἐὰν δὲ καὶ πλείους εὐθεῖαι διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου τέμωσιν αὐτήν, ὅσαι ἂν ἀποτελεσθῶσι γωνίαι, τετράσιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.* Also hat Psellus offenbar nach Elem. I, 15 zwei Korollarien gelesen; das erste findet sich bei Proklus und in den meisten Hdss. (im Vatic. erst manu 2?), das zweite im Sinne, wenn auch nicht in den Worten mit Psellus übereinstimmend, nur im Laur. 28, 3 und Bonon., in beiden aber am Rande manu 1; Proklus S. 305 hatte es offenbar in seinem Euklid nicht.

Ibid. S. 40: *παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ὡς ἐν πρώτῳ στοιχείῳ λβ' Εὐκλείδου κεφάλαιον, εἰρήσθω δὲ καὶ ἡμῖν ἐπὶ τὸ σαφέστερον.* Es folgt dann eine erweiterte und etwas abweichende Wiederholung des Euklidischen Beweises I, 32, hin und wieder sogar wörtlich.

Ibid. S. 45: *τὰ γὰρ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν, ὡς στοιχείῳ πρώτῳ λε Εὐκλείδου κεφάλαιον, ὃ καὶ ἡμεῖς ἐπὶ τὸ σαφέστερον διαγράψομεν.* Folgt der Euklidische Beweis für I, 35 mit einigen Zusätzen. Zu bemerken ist, dafs Psellus das von Theon hinzugefügte *ὄντα* (es fehlt nur bei Proklus und im Vatican.) schon hat.

Ibid. S. 46: *ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμά εἰσιν, ὧν αἱ ἀπεναντίαι πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν,* vgl. Elem. I, 34.

Ibid. S. 8: *ἐστὶ τοίνυν λόγος δύο ἀριθμῶν ἡ πρὸς ἀλλήλους ποιὰ σχέσις,* vgl. Elem. V def. 3.

Ibid. S. 70: *ἐκεῖνο τὸ παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ ἐν κεφαλαίῳ τετάρτῳ στοιχείῳ ἕκτῳ διειλημμένον ἁρμόδιον, ὅτι τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογοί εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,* = VI, 4.

Ibid. S. 57: *ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην .. οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ὡς πόρισμα ιθʹ κεφαλαίῳ στοιχείου ἕκτου Εὐκλείδου*, vgl. VI, 19 *πόρισμα*, wo doch statt *τετράγωνον* entweder *τρίγωνον* oder *εἶδος* (was VI, 20 *πόρ.* 2 überflüssig machen würde) gelesen wird; *τετράγωνον* las doch auch Philoponus, s. oben S. 211.

Ibid. S. 7: *μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάττων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα ... μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ, .. πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος*, VII def. 3, 4, 5.

Ibid. S. 6: *ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος καὶ γένηταί τις. ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται.* S. 7: *πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί. ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί. τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος .... κύβος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος*, = VII def. 16—20.

Ibid. S. 49: *ἕτερον* (l. *στερεόν*) *ἐστι τὸ μῆκος καὶ βάθος καὶ πλάτος ἔχον, οὗ πέρας ἐπιφάνειαι. γωνία δὲ στερεά ἐστιν ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γωνιῶν ἐπιπέδων περιεχομένη μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων*, = XI def. 1, 2, 11 (dafs Psellus nur die zweite Fassung der letzten Definition hat, während die Hdss. sie doppelt bieten, beweist natürlich nicht, dafs er die erste nicht las).

Ibid. S. 50: *πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς. πρίσμα ἐστί σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστὶ τὰ* (l. *καὶ*) *παράλληλα τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα. σφαῖρά ἐστιν ἡμικυκλίου περιαγωγὴ καὶ εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατάστασις μενούσης τῆς διαμέτρου. ἄξων δὲ τῆς σφαίρας † ὁ κατὰ* (l. *ὃς καὶ*) *διάμετρος καλεῖται. κῶνός ἐστιν ὀρθογωνίου τριγώνου περιαγωγὴ καὶ εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατάστασις μενούσης μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρᾶς. κἂν μὲν ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ὀρθογώνιός ἐστιν ὁ κῶνος, ἂν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος, ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος. ἄξων δὲ ἡ μένουσα εὐθεῖα, βάσις δὲ ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν γραφόμενος κύκλος. κύλινδρός ἐστιν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου περιαγωγὴ καὶ εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατάστασις μιᾶς μενούσης πλευρᾶς, ἄξων δὲ ἡ μένουσα εὐθεῖα, βάσεις δέ εἰσιν οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι κύκλοι. κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον. ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον*, Elem XI def. 12—15, 18—23, 25—26, zum Teil jedoch

etwas abweichend, wobei in def. 14, 18, 21 eine beabsichtigte Vereinfachung konsequent durchgeführt wird. Übrigens fehlte augenscheinlich auch dem Psellus, wie in unseren Hdsn., die def. 26.

Ibid. S. 51: *εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον. δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα τετραγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον*, Elem. XI def. 29 und 28.

Ibid. S. 52: *πᾶσα δὲ στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται*, = XI, 21.

Ibid. S. 65: *οἱ μὲν κύκλοι ἐν διπλασίονι λόγῳ ἔσονται τῶν οἰκείων διαμέτρων, αἱ δὲ σφαῖραι καὶ τὰ ἐπὶ κύκλων ἐφεστῶτα βάσεων στερεὰ ἐν τριπλασίονι, αἱ μέντοι* (l. *μὲν*) *τῶν οἰκείων διαμέτρων τὰ δὲ τῶν ἐν ταῖς βάσεσιν ἑαυτῶν, ὡς Εὐκλείδης στοιχείων ιβ κεφάλαιον β, ιγ καὶ ιθ*, Elem. XII, 2, 12, 18.

Ibid. S. 55: *πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον, ὡς πόρισμα κεφαλαίου ὀγδόου ιβ στοιχείου τοῦ Εὐκλείδου*, Elem. XII, 7 *πόρισμα*.

Ibid. S. 56: *ὁ κῶνος δὲ τρίτον μέρος τοῦ κυλίνδρου ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν· αὐτῷ βάσιν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντος καθὰ δὴ κεφαλαίου* (*κατὰ δὴ κεφάλαιον*?) *ια δωδεκάτου στοιχείου τοῦ Εὐκλείδου*, XII, 10.

Ibid. S. 51: *καὶ παρὰ ταῦτα ἕτερον οὐκ ἐγχωρεῖ στερεὸν γενέσθαι ἀπὸ ἰσοπλεύρων ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων ἐπιπέδων περιεχόμενον*, XIII 18 schol. S. 278 Aug.

XIV. Jahrhundert n. Chr.

Barlaam Logist. I def. 1: *μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον*, = Elem. V def. 1.

I def. 2: *πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος, τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος τε καὶ πολλαπλασίων λέγεται*, = V def. 2, vgl. VII def. 3 u. 5.

Noch sind hinzuzufügen von unbekannter Zeit:

Schol. in Hermogenem VII[2] S. 903 Walz: *τὸ δὲ σχῆμα πεπερασμένον ἐστί, καθὰ καὶ ὁ στοιχειωτὴς βούλεται· σχῆμα γάρ ἐστι τὸ ὑπό τινος ἢ ὑπό τινων ὅρων περιεχόμενον*, = I def. 14.

Anonymi var. coll. apud Hultsch: Heron. 23 S. 256: *τὸ ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητὸν λέγει ὁ Εὐκλείδης*, X def. 8.

Eine Sonderstellung nimmt die sogenannte Geometrie des Boetius ein. Da ihre Echtheit bekanntlich vielfach bestritten wird, wollte ich ihr einen Platz unter den Testimoniis des VI. Jahrhunderts nicht zuweisen. An dieser Stelle darf sie jedoch berücksichtigt werden, auch deshalb, weil ich hoffe, zur Frage über

die Echtheit einen kleinen Beitrag liefern zu können. Euklidisches findet sich also im genannten Werkchen Folgendes:

S. 374, 1—377, 2 die Definitionen des I. Buchs.

Def. 13—14 sind vertauscht (S. 374, 21—22). Def. 15 fehlt das alte Einschiebsel ἣ καλεῖται περιφέρεια und das spätere πρὸς τὴν περιφέρειαν, die in unseren Hdss., soweit ich sie kenne, überall stehen. Ebenso τοῦ κύκλου def. 18 (das von den Hdss. nur Bonon. und Paris. wegläſst). Die hier ungehörige Def. 19, die einstimmig von den Hdss. geboten wird, fehlt, freilich aber auch die von Proklus an ihrer Stelle angeführte. Def. 23 hat Boetius „lateribus" mit Proklus allein (πλευρῶν statt εὐθειῶν). Def. 27 giebt er „unum" mit Proklus und Vindob. mg., läſst es aber def. 28 weg. Def. 30: „quod est aequilaterum", wie Proklus, während die Hdss. ἐστι nach ἰσόπλευρόν τε haben. Def. 35 ist ἐπ' ἄπειρον nicht übersetzt. Da also „Boetius" hier unzweifelhaft richtige Lesarten hat, die schon in den Hdss. des X. Jahrhunderts verschwunden, bei Proklus aber und sonst in älteren Citaten (s. oben) nachweisbar sind, darf mit der gröſsten Wahrscheinlichkeit behauptet werden, daſs dieser Teil der Geometrie mit Recht den Namen des Boetius trägt, jedenfalls keine Fälschung des Mittelalters sein kann. Natürlich ist hiermit für den besonders zweifelhaften Abschnitt nichts bewiesen, und ich bin geneigt, das ganze Stück S. 389, 18—401, 2 zu verwerfen, ohne daſs ich an dieser Stelle eine Begründung geben wollte. Die in diesem Stücke enthaltenen Citate aus Euklid geben leider kein Material, da sich darin keine charakteristische Stelle findet. Auch die noch übrigen Citate im echten Teil sind ohne groſsen Wert für die Kritik; es ist also nur noch übrig, sie in der Kürze aufzuzählen.

S. 377, 4—18: αἰτήματα 1—5; in 5 fehlt δύο wie bei Proklus und sonst (Laur. 28, 3). 6 fehlt gänzlich.

S. 377, 20—378, 12: κοιναὶ ἔννοιαι 1. 3. 2. 8. II def. 1—2.

S. 378, 15—379, 24: III def. 1. 3—11. IV def. 1—6. In III def. 11 steht „ „circulorum", was oben S. 206 als richtig nachgewiesen wurde (κύκλου codd.).

S. 380—385, 2 die Sätze von Buch I. (ohne die Beweise). I, 13: „quaecunque super rectam lineam" giebt keinen Aufschluſs. I, 42—43 sind umgetauscht. I, 14, 35, 39 hat Boetius wie unsere Hdss. gegen Proklus (I, 35 unsicher).

S. 385, 4—386, 23: Elem. II, 1. 3. 4. 5. 6. 9. 10. 11. 12. 14 (ohne Beweise). S. 388, 3—389, 16: Elem. III, 22? 27, 30. 31. 32. IV, 1—4. 6. 8. 12. 11 (ohne die Beweise). Dann folgt das wohl unechte Stück, das nach der ausdrücklichen Angabe (S. 389, 20 ff.), jetzt werde eigenes zur Erläuterung des Euklid gegeben, eine wörtliche Übersetzung der Beweise für Elem. I, 1—3 enthält (S. 390—392). Vgl. über diesen befremdenden Umstand,

der doch sehr stark gegen die Echheit dieses Teils spricht, namentlich Weifsenborn: Zeitschr. f. Math. u. Phys. 1880 S. 200 ff.

Es folge noch ein Verzeichnis der Stellen, wo Sätze aus den Elementen mit Angabe des Buchs und der Nummer angeführt werden.

I, 1 — Simplicius oben S. 206, Martianus Capella oben S. 203, Philoponus oben S. 209.

I, 2 — Archimedes I S. 14, 1: *κείσθω διὰ τὸ β′ τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῷ Δ ἴσον τὸ ΒΓ.*

I, 4 — Scholia in Pappum III S. 1183, 32: *διὰ τὸ δ′ τοῦ α′ στοιχείων.*

I, 5 — Simplicius in phys. fol. 14 b: *ἴσαι εἰσὶν αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι διὰ τὸ πέμπτον τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου.*

I, 9 — Simplicius in phys. fol. 14 a: *διχοτομήσας τὰς τοῦ τραπεζίου γωνίας κατὰ τὸ ἔνατον τοῦ πρώτου τῶν στοιχείων.*

I, 12 — Scholia in Archimedem III S. 383: *διὰ ιβ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου.*

I, 13 — Simplicius in phys. fol. 14 a: *δύο ὀρθαῖς ἴσαι ἔσονται διὰ τὸ τρισκαιδέκατον τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου.*

I, 14 — Simplicius oben S. 205.

I, 16 } — Scholia in Pappum III S. 1183, 4: *διὰ τὸ ις′ καὶ κα′*
I, 21 } *τοῦ πρώτου τῶν στοιχείων.*

I, 22 — Eutocius oben S. 207.

I, 26 — Olympiodorus oben S. 206.

I, 32 — Psellus oben S. 214. Simplicius in phys. fol. 14 a: *ἡ ἐκτὸς τοῦ τριγώνου τῆς ἐντὸς (μείζων) διὰ τὸ τριακοστὸν δεύτερον τοῦ πρώτου* (doch mufste eigentlich I, 16 citiert werden).

I, 35 — Psellus oben S. 214.

I, 46 — Ammonius oben S. 205.

I, 47 — Schol. in Archim. III S. 383: *διὰ μη′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου.* Da I, 48 nur die Umkehrung von I, 47 ist, ist der Irrtum des gewifs nicht allzu einsichtigen Scholiasten erklärlich.

II, 1 — Eutocius in Arch. III S. 40, 29: *διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ β′ βιβλίου τῆς στοιχειώσεως.* Ebenso III S. 256, 7.

II, 3 — Pappus V S. 378, 8: *διὰ τὸ γ′ τοῦ β′ στοιχείων.* Auch V S. 380, 14. 420, 11. 420, 19. Wenn diese Citate echt sind, was ich keinen genügenden Grund finde zu bezweifeln, ist es ein Gedächtnisfehler, wenn Eutocius in Archimed. III S. 256, 5 diesen Satz als II, 2 citiert (*διὰ τὸ δεύτερον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως*).

II, 4 — Theon oben S. 203.

II, 6 — Scholia in Archim. III S. 383: διὰ ϛ' τοῦ β' τῶν Εὐκλείδου.
II, 8 — Pappus V S. 428, 21: διὰ τὸ η' θεώρημα τοῦ β' στοιχείων (wo doch Vaticanus ζ'/η' hat).
II, [13] — Pappus V S. 376, 21: ὡς ἔστιν δευτέρῳ στοιχείων.
II, 14 — Simplicius oben S. 206.
III [def. 11] — Simplicius oben S. 206.
III, 1 πόρ. — Simplicius in phys. fol. 14 b: τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ τραπέζιον γραφομένου κύκλου διὰ τὸ πόρισμα τοῦ πρώτου θεωρήματος τοῦ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν Εὐκλείδου στοιχείων.
III, 16 — als III, 15 von Eutocius oben S. 207 citiert.[1])
III, 18 — als III, 9 angeführt von Simplicius oben S. 205.
III, [31] — Alexander oben S. 195. Philoponus oben S. 211. Als III, 3 Simplicius oben S. 206. Euklid Optik 47 oben S. 122: ἔσται τὸ συνιστάμενον ἐπ' αὐτῆς μεῖζον ἡμικυκλίου ὡς ἀπὸ τοῦ λα' τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων.
III, 33 — Euklid Optik 47 oben S. 122: γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑποκειμένῃ ὀξείᾳ γωνίᾳ ὡς ἀπὸ τοῦ λγ' τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων (doch stehen diese Stellen in einem ἄλλως). Simplicius oben S. 205.
IV, [4] —, IV, 5 — } Pappus VII S. 646, 7: τούτων δύο μὲν τὰ πρῶτα δέδεικται ἐν τῷ δ' βιβλίῳ τῶν πρώτων στοιχείων. IV, 5 noch Simplicius oben S. 206.
IV, 15 πόρ. — Simplicius oben S. 206.
V, 8 — Schol. in Pappum III S. 1175, 21: διὰ τὸ η' τοῦ ε' στοιχείων.
V, 15 — Pappus V S. 338, 4: ιε' τοῦ ε' στοιχείων (unecht?).
V, 25 — Eutocius oben S. 207.
VI, 1 — Pappus V S. 432, 23: τοῦτο γὰρ δείκνυται διὰ τοῦ α' τοῦ ϛ' στοιχείων. VIII S. 1106, 23: τοῦτο γὰρ πρῶτόν ἐστιν ἐν τῷ ϛ' λαμβανόμενον.
VI, 2 — Schol. in Archim. III S. 383: διὰ β' τοῦ ϛ' τῶν Εὐκλείδου.
VI, 3 — Schol. in Pappum III S. 1175, 16: διὰ τὸ γ' τοῦ ϛ' στοιχείων. Vgl. III S. 1175, 25. 1176, 9. 1184, 20. Eutocius in Archim. III S. 272, 11: διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως.

---

1) III, 16 πόρισμα wird von Simplicius in phys. fol. 12 b so citiert: ... ὅτι ὑποτίθεται μὲν ὁ γεωμέτρης τὸν κύκλον τῆς εὐθείας κατὰ σημεῖον ἅπτεσθαι ὡς ἀρχήν, ὁ δὲ Ἀντιφῶν ἀναιρεῖ τοῦτο. οὐ γὰρ ὑποτίθεται ὁ γεωμέτρης τοῦτο, ἀλλ' ἀποδείκνυσιν αὐτὸ ἐν τῷ ὀγδόῳ βιβλίῳ. Hier wird sicher ein Schreibfehler vorliegen. Denn daſs ursprünglich hier von Eudemus voreuklidische στοιχεῖα citiert sein sollten, wie Bretschneider Geom. vor Euklid S. 102 Anm. andeutet, ist durchaus unglaublich.

VI, 4 — Psellus oben S. 214.
VI, 10 — Simplicius oben S. 206.
VI, 14 — Philoponus oben S. 211.
VI, 19 πόρ. — Psellus oben S. 215.
VI, 20 πόρ. 2 — Pappus VIII S. 1100, 15: διὰ κ' τοῦ ϛ' (doch ist die Lesart unsicher, und führt eher auf κα').
VI, 23 — Eutocius oben S. 207.
VII [def. 8] — Philoponus oben S. 212.
VII [13] — Philoponus oben S. 212.
VII [24] — Alexander Aphrod. oben S. 196.
VII [29] — ibidem.
X, 1 — Eutocius in Archimed. III S. 314, 15: ἐν τῇ ἀρχῇ τοῦ δεκάτου τῆς στοιχειώσεως. S. 332, 21: ἐν τῷ δεκάτῳ τῆς στοιχειώσεως.
X, 5 — Alexander oben S. 196 als X, 4.
XI, 2 — Galen oben S. 194.
XI, 4 — Olympiodor oben S. 207. Schol. Papp. III S. 1184, 24: διὰ τὸ δ' τοῦ ια' στοιχείων.
XI [18] — Eutocius oben S. 208.
XI, 19 — Schol. Papp. III S. 1186, 9: διὰ τὸ ιθ' τοῦ ια' στοιχείων.
XI, 20 — Schol. Papp. III S. 1173, 11: διὰ τὸ κ' τοῦ ια' στοιχείων.
XI, 38 — Schol. Papp. III S. 1180, 4: διὰ τὸ λη' τοῦ ια' στοιχείων.
XII, 2 — Psellus oben S. 216.[1]) Vgl. Simplicius in phys. fol, 12 b.
XII, 7 πόρ. — Psellus oben S. 216 als XII, 8 πόρ.
XII, 10 — Psellus S. 216 als XII, 11.
XII, 12 — ibid. als XII, 13.
XII, 18 — ibid. als XII, 19. Dieser Reihe von konsequent abweichenden Citaten gegenüber kann weder an Schreib- noch an Gedächtnisfehler gedacht werden. Wahrscheinlich war in der von Psellus benutzten Hds. entweder das Lemma nach XII, 2 oder das nach XII, 5 mit einer besonderen Nummer unrichtig versehen, wie dieses auch

1) Vgl. Zenodorus bei Theon in Ptolem. ed. Basil. S. 13: δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἀκολούθως τῇ ἀγωγῇ τῇ ἐν τῷ δωδεκάτῳ τῶν στοιχείων ἐγγράψαι κτλ. (XII, 2). Ebenso allgemein Eutocius in Archim. III S. 34, 19: τὸ τοιοῦτον ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγεγραμμένων δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει (XII, 1). Andere ebenso allgemeine und deshalb wertlose Citate sind Pappus IV S. 250, 31. V S. 414, 22. 422, 35. 424, 2. 424, 16. Hypsicles XIV, 1 πόρ. Philoponus in Nicom. ed. Hoche. 1864 S. 10. Wegen Verderbung oder Unsicherheit der Beziehung bedeutungslos sind Pappus VII, 988, 10. V, 440, 19. Schol. Pappi III S. 1173, 30. 1184, 9. 1184, 25. Philoponus oben S. 211, und einige Scholien zur Anthologie bei Dübner II S. 491. 500 (V, 15. VII, 19. 39).

in unseren Euklidhdss. oft genug geschieht (wenn auch nicht hier).

XIII, 2 — Pappus V S. 430, 27: διὰ τὸ β' θεώρημα τοῦ ιγ' στοιχείων.

XIII, 4 — Pappus V S. 420, 7: ὡς ἔστιν στοιχείοις δ' τῷ τρισκαιδεκάτῳ θεωρήματι (für δ' hat Vatic. γ').

XIII [8] — Pappus V S. 442, 13: ὡς ἔστιν ιγ' στοιχείων. Vgl. V S. 440, 7.

XIII [10] Pappus V S. 424, 10: διὰ τὸ . . θεώρημα τοῦ ιγ'. Vgl. V S. 438, 19: δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ιγ' στοιχείων καὶ τοῦτο. V S. 440, 15. Theon oben S. 204.

XIII [12] — Theon oben S. 204. Pappus V S. 414, 11: διὰ τὸ θ' τοῦ ιγ' στοιχείων. V S. 456, 17: διὰ τὸ ιζ' τοῦ ιγ' στοιχείων. Da derselbe Satz hier von demselben verschieden numeriert wird, mufs ein Schreibfehler da sein, und Hultsch hat mit Commandinus an beiden Stellen ιβ' wiederhergestellt. Vgl. noch V S. 438, 8: ὡς ἔστιν ἐν τῷ ιγ' βιβλίῳ τῶν στοιχείων. V S. 468, 2.

XIII [15] — Pappus V S. 436, 2: ὡς ἔστιν ἐν τῷ ιγ' τῶν στοιχείων ἐπὶ τοῦ κύβου. Vgl. V S. 442, 8.

XIII, 16 — Pappus V S. 424, 7: ὡς ἐν τοῖς στοιχείοις ιϛ' θεώρημα τοῦ ιγ'. Vgl. V S. 436, 24. 442, 2.

XIII, 17 πόρ. — Pappus V S. 436, 5: διὰ τὸ ἐν τῷ ιγ' στοιχείων ἐπιλεγόμενον τῷ δωδεκαέδρῳ. Vgl. Hypsicles XIV, 4 S. 436: ὡς ἐν τῷ δωδεκαέδρῳ ἐδείχθη und [Euklid] XV S. 449: δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ιγ' βιβλίῳ τῶν στοιχείων ἤτοι τῆς στάσεως τοῦ δωδεκαέδρῳ κτλ.

Als Gesamtresultat der mit Nummern versehenen Citate ergiebt sich also, dafs sie durchgängig mit unseren Hdss. stimmen. Die drei oder vier Ausnahmen können nicht verwundern, wenn man bedenkt, einmal dafs Zahlen sehr leicht verschrieben werden, und dazu noch, dafs die Zählung der Sätze auch in unseren Hdss. hie und da schwankt, teils aus blofsem Versehen, teils weil Lemmata und dgl. bisweilen mitzählen.

Data.

Für die Data sind die Citate nur spärlich; dafür besitzen wir aber ein hochwichtiges und für den Zustand der Überlieferung der Mathematiker überhaupt bezeichnendes Resumé bei Pappus, VII S. 638, 1—640, 1: περιέχει δὲ τὸ πρῶτον βιβλίον, ὅπερ ἐστὶν τῶν δεδομένων, ἅπαντα θεωρήματα ἐνενήκοντα· ὧν πρῶτα μὲν καθόλου ἐπὶ μεγεθῶν διαγράμματα κγ', τὸ δὲ δ' καὶ κ' ἐν εὐθείαις ἐστὶν ἀνάλογον ἄνευ θέσεως. τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις ιδ' ἐν εὐθείαις

ἐστὶν θέσει δεδομέναις. τὰ δὲ τούτοις ἑξῆς ι'[1]) *ἐπὶ τριγώνων ἐστὶν τῷ εἴδει δεδομένων ἄνευ θέσεως. τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις ζ' ἐπὶ τυχόντων ἐστὶν εὐθυγράμμων χωρίων εἴδει δεδομένων ἄνευ θέσεως. τὰ δὲ ἑξῆς τούτοις ϛ' ἐν παραλληλογράμμοις ἐστὶ καὶ παραβολαῖς εἴδει δεδομένων χωρίων. τῶν δὲ ἐχομένων ε' τὸ μὲν πρῶτον γραφόμενόν ἐστιν, τὰ δὲ δ' ἐπὶ τριγώνων χωρίων, ὅτι αἱ διαφοραὶ τῶν δυνάμεων τῶν πλευρῶν πρὸς ταῦτα* (l. *αὐτά*) *τὰ τρίγωνα χωρία λόγον ἔχουσιν δεδομένον. τὰ δὲ ἑξῆς ζ' ἕως τοῦ ο' καὶ γ' ἐν δυσὶ παραλληλογράμμοις, ὅτι διὰ τὰς ἐν ταῖς γωνίαις ὑποθέσεις ἐν δεδομένοις ἐστὶν λόγοις πρὸς ἄλληλα, ἔνια δὲ τούτων ἐπιλόγους ἔχει ὁμοίους ἐν δυσὶ τριγώνοις. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς ϛ' διαγράμμασιν ἕως τοῦ ο' καὶ θ' δύο μὲν ἐστιν ἐπὶ τριγώνων, δ' δὲ ἐπὶ πλειόνων εὐθειῶν ἀνάλογον οὐσῶν. τὰ δὲ ἑξῆς γ' ἐπὶ δύο εὐθειῶν [ἀνάλογον οὐσῶν, τὰ δ' ἔστιν]*[2]) *δοθέν τι περιεχουσῶν χωρίον. τὰ δὲ ἐπὶ πᾶσιν η' ἕως τοῦ ϙ' ἐν κύκλοις δείκνυται τοῖς μὲν μεγέθει μόνον δεδομένοις τοῖς δὲ καὶ θέσει. [* ἀγομένων εὐθειῶν ἐστιν διὰ δεδομένου σημείου τὰ γενόμενα δεδομένα].*[3]) Zunächst ist hier festzustellen, daſs in den Pappushss. zwar hie und da an dieser Stelle Fehler sind[4]), daſs sie aber wegen der Zahlenangaben mit vollständiger Sicherheit berichtigt werden können. Da es bei einem Verfasser wie Pappus wenig glaublich ist, daſs er sich bei einer solchen Angabe irren sollte, müssen wir also bestimmt festhalten, daſs seine Euklidhds. seiner Beschreibung genau entsprach. Nun stimmen unsere Hdss. bis prop. 62 incl. genau mit den Angaben des Pappus; auch bilden in ihnen wie bei Pappus 8 Sätze über den Kreis den Schluſs des Ganzen (prop. 88—95). Das dazwischen Liegende stimmt aber durchaus nicht, wenn auch der Unterschied geringer ist, als es beim ersten Blick scheinen könnte. Zu den vier Sätzen des Pappus „von Dreiecken, daſs die Differenzen der Quadrate der Seiten zu den Dreiecken ein gegebenes Verhältnis haben" stimmen ganz prop. 64—67; dagegen kann Pappus prop. 63 nicht gelesen haben; sie enthält in der That nichts als eine sehr einfache Folge von prop. 49 und wird nie in den Data gebraucht. Wenn wir im Folgenden die Worte *τὰ δὲ ἑξῆς ζ'* als die Zahl der Sätze von zwei Parallelogrammen fassen, müſsten in unserer Redaktion 2 solche verschwunden sein. Es scheint mir aber nicht unmöglich, die Zahl 7 als Gesamtzahl der Sätze von 2 Parallelogrammen und ihrer *ἐπίλογοι* von 2 Dreiecken zu fassen. Dann würden in unseren Ausgaben dieser Gruppe folgende Sätze entsprechen: prop.

1) Fehlt in den Hdss., hinzugefügt von E. Halley (Apollon. de sect. ration. etc. Oxon. 1706) und Gregorius Eucl. praef. S. 5.
2) Tilgt Hultsch.
3) So die Hdss., von Hultsch getilgt.
4) *γραφόμενον* S. 638, 11, das Hultsch mit Commandinus als *ἐν γραμμαῖς* faſst, ist doch wohl verdorben; es handelt sich nicht von *γραμμαί*, sondern von *εὐθεῖαι*.

68—70 von Parallelogrammen, 71 von Dreiecken als ἐπίλογος zu prop. 70, 73—74 wiederum von Parallelogrammen, 75 ἐπίλογος zu 74. Nicht nur prop. 72, sondern auch prop. 77—78 müssen jedenfalls als von Pappus nicht gelesen bezeichnet werden; sie sind sämtlich entbehrlich. Prop. 76 und 80 sind dann die „2 Sätze von Dreiecken" des Pappus; prop. 79 ist, wie aus der Form hinlänglich hervorgeht, gar kein δεδομένον, sondern nur ein Lehnsatz für prop. 80. Wahrscheinlich war sie ursprünglich mit λῆμμα überschrieben, aber ohne Nummer, weshalb sie von Pappus natürlich wissentlich übergangen wurde. Prop. 81—83 sind die „4 Sätze von mehreren Geraden", denn prop. 81 enthält zugleich den umgekehrten Satz und war vielleicht ursprünglich in zwei geteilt. Die 3 Sätze ἐπὶ δύο εὐθειῶν sind prop. 84, 85, 87; denn 86 steht in mehreren Hdss., besonders im Vaticanus, am Schlufs des Buches, ist also schon dadurch als Zusatz gekennzeichnet.

Von sonstigen Citaten kenne ich nur diese:

Scholia in Antholog. II S. 499 Dübner (ad CXVI): τὰ δὲ τοιαῦτα προβλήματα καλεῖ ἐν τοῖς δεδομένοις ὁ Εὐκλείδης δοθέντι οὕτως („ambiguo compendio" Dübner, zu lesen: δοθέντι μεῖζον) ἢ ἐν λόγῳ, = Dat. def. 11.

Eutocius in Archimedem III S. 220, 12: ἐὰν δεδομένον μέγεθος πρός τι μόριον ἑαυτοῦ λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον, = Dat. 5 (ἑαυτοῦ τι μόριον).

Id. III S. 136, 6: ἐὰν δὲ δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων, = Dat. 7 (ἑκάτερον τῶν τμημάτων δεδομένον ἐστίν); genauer Theon in Ptolemaeum S. 243 ed. Halma: δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς Δεδομένοις, ὅτι, ἐὰν δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων ἔσται δεδομένον. ἔσται, aber am Schlufs, hat auch in den Data cod. Bonon. saec. XI.

Eutocius in Archimedem III S. 140, 5: τὰ γὰρ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον, = Dat. 8 (ἔχει statt ἕξει auch Bonon.).

Olympiodorus in meteorolog. II S. 150 ed. Ideler: δέδεικται ἐν τοῖς Δεδομένοις, ὅτι, ἐὰν δύο σημεῖα δοθῇ τῇ θέσει [τουτέστιν ὁμολογηθῇ], καὶ ἡ ἐπιζευγνύουσα αὐτὰ εὐθεῖα δέδοται, καὶ λέγεται δεδόσθαι θέσει καὶ μήκει. καὶ πάλιν ἐὰν ἄλλα σημεῖα δοθῇ, καὶ ἡ ἐπιζευγνύουσα αὐτὰ εὐθεῖα καὶ ὁ λόγος τῶν εὐθειῶν δέδοται [ποῖον λόγον ἔχει ἥδε πρὸς τήνδε]. Vgl. Dat. 26 und 1.

Eutocius in Archim. III S. 212, 17: ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ δοθέν. Vgl. Dat. 57 (χωρίον und εὐθεῖαν fehlen z. B. in Paris. 2348).

Id. III S. 214, 12: ἐπειδὴ δέδοται τὰ τμήματα τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, δέδοται καὶ ἡ EZ καὶ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία. Vgl. Dat. 88.

Dafs Theon auch von den *Δεδομένα* eine Ausgabe veranstaltet hatte, ist uns ausdrücklich bezeugt.

In der schon öfters genannten Handschrift der Biblioteca communale in Bologna ist die Aufschrift der Data: *Εὐκλείδου δεδομένα τῆς Θέωνος ἐκδόσεως* (ebenso in deren Abschrift Laurent. 28, 1). Auch findet sich in Cod. Scorial. χ I, 4 folgende Subscription: *ἐγράφησαν καὶ ταῦτα τοῦ Εὐκλείδου Δεδομένα ἤτοι* (?) *τῆς Θέωνος ἐκδόσεως* etc. Es mufs daher verwundern, dafs die im Vaticanus enthaltene Redaktion so wenig bedeutende Abweichungen von der gewöhnlichen darbietet; denn dafs prop. 86 am Ende steht, ist nach Peyrard nicht dieser Handschrift eigentümlich. Wenn es sich zeigen sollte, dafs Vaticanus wirklich solche Eigentümlichkeiten hat, dafs wir darin auch für die Data eine vor-theonische Recension sehen dürfen[1]), was ja gar nicht von vorn herein gegeben ist, da die Handschrift aus verschiedenen Quellen in den verschiedenen Teilen geflossen sein kann, so gelangen wir zu einer Tradition, die mit der von Pappus befolgten zwar von fast gleichem Alter, wie es scheint aber nicht von gleichem Werte ist. Auch sonst sprechen die ungemein zahlreichen *ἄλλως*, die wir im Vaticanus wie in den übrigen Hdss. finden, sehr dafür, dafs die Data, wie sie uns vorliegen, in hohem Grade und von verschiedenen Händen bearbeitet und erweitert sind.

1) Ich besitze nicht die nötigen Kollationen, um diese Frage zu entscheiden.

Zusätze.

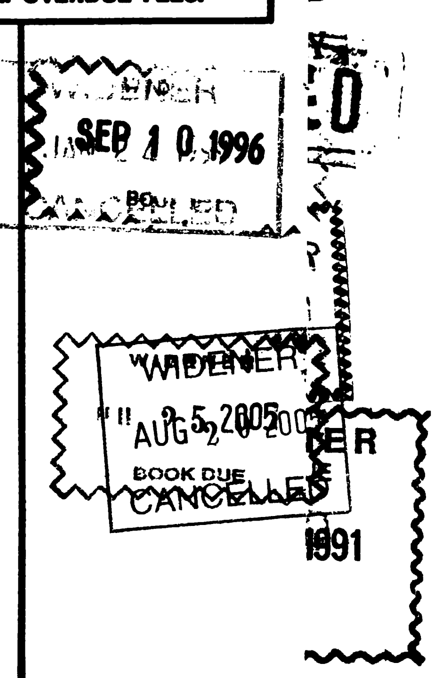
S. 26, 5 v. u. sind die Worte „Ein ähnliches — versetzt" zu streichen. Lascaris hat ja in seiner Zeitbestimmung ganz Recht.

S. 171. Nach Friedländers Antiquarkatalog Nr. 315 S. 46 hat Woepke den genannten Kommentar unter dem Namen des Pappus zu Paris 1865. 8 herausgegeben. Ich finde das Buch sonst nirgends erwähnt. Nach Steinschneider Zeitsch. f. Math. 1865 S. 489 not. 60 existiert ein Teil davon auch lateinisch.

S. 178. Dafs wenigstens Zambertus den arabischen Ursprung der Übersetzung des Campanus verkannte, zeigt neuerdings Weifsenborn: Die Übersetzungen des Euklid durch Campano und Zamberti. Halle a/S. 1882.

S. 179. Zur Charakteristik der Theonischen Recension gehört noch, dafs er zwei ganze Proportionen mit Beweis eingeschaltet hat; denn VII, 20 und VII, 22 fehlen sowohl im Vatican. man. 1 als bei Campanus.


3 2044 005 040 126


SEP 1 0 1996
WIDENER
BOOK DUE
CANCELLED
1991

